## Página 135

### PRACTICA

**1** **Completa los siguientes sistemas de ecuaciones para que ambos tengan la solución $x = 2,\ y = -1$.**

a) $\begin{cases} 2x + 3y = \dots \\ 3x - 4y = \dots \end{cases}$ b) $\begin{cases} \frac{3}{2}x + 7y = \dots \\ -2x - \frac{5}{2}y = \dots \end{cases}$

Sustituimos en cada ecuación $x = 2,\ y = -1$ y operamos:

a) $\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ 3x - 4y = 10 \end{cases}$ b) $\begin{cases} \frac{3}{2}x + 7y = -4 \\ -2x - \frac{5}{2}y = \frac{-3}{2} \end{cases}$

**2** **Comprueba si $x = -2,\ y = \frac{1}{2}$ es solución de los siguientes sistemas de ecuaciones:**

a) $\begin{cases} 7x + 4y = -12 \\ 3x - 2y = -7 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x + 2y = -3 \\ 2x + 6y = 1 \end{cases}$

Sustituimos los valores en cada ecuación y vemos si se cumplen:

a) $\left.\begin{cases} 7 \cdot (-2) + 4 \cdot \frac{1}{2} = -14 + 2 = -12 \\ 3 \cdot (-2) - 2 \cdot \frac{1}{2} = -6 - 1 = -7 \end{cases}\right\}$ Se cumplen las ecuaciones: $x = -2,\ y = \frac{1}{2}$ es solución del sistema.

b) $-2 + 2 \cdot \frac{1}{2} = -2 + 1 = -1 \neq -3 \ \rightarrow$ No se cumple. $\rightarrow$ No es solución.

**3** **Resuelve por sustitución:**

a) $\begin{cases} x = 2y + 5 \\ 3x - 2y = 19 \end{cases}$ b) $\begin{cases} y = 5 \\ \frac{4x}{3} + \frac{2y}{5} = 6 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 5x - 4y = 17 \\ 6x - y = 9 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 2x + 16 = 2y \\ 2y - 3x = 16 \end{cases}$

a) $\left.\begin{array}{l} x = 2y + 5 \\ 3x - 2y = 19 \end{array}\right\}$ $\begin{array}{l} 3(2y + 5) - 2y = 19 \ \rightarrow\ 6y + 15 - 2y = 19 \\ 4y = 4 \ \rightarrow\ y = 1 \ \rightarrow\ x = 2y + 5 = 7 \end{array}$

*Solución*: $x = 7;\ y = 1$

b) $\left.\begin{array}{l} y = 5 \\ \dfrac{4x}{3} + \dfrac{2y}{5} = 6 \end{array}\right\}$ $\dfrac{4x}{3} + 2 = 6 \rightarrow \dfrac{4x}{3} = 4 \rightarrow 4x = 12 \rightarrow x = 3$

*Solución*: $x = 3;\ y = 5$

c) $\left.\begin{array}{l} 5x - 4y = 17 \\ 6x - \ \ y = 9 \end{array}\right\}$ $\left.\begin{array}{l} y = 6x - 9 \\ 5x - 4(6x - 9) = 17 \end{array}\right\}$ $\begin{array}{l} 5x - 24x + 36 = 17 \\ -19x = -19 \rightarrow x = 1 \end{array}$

$y = 6x - 9 = -3$. *Solución*: $x = 1;\ y = -3$

d) $\left.\begin{array}{l} 2x + 16 = 2y \\ 2y - 3x = 16 \end{array}\right\}$ $\begin{array}{l} 2x + 16 - 3x = 16 \rightarrow -x = 0 \rightarrow x = 0 \\ 2y = 2x + 16 = 16 \rightarrow y = 8 \end{array}$

*Solución*: $x = 0;\ y = 8$

**4** **Resuelve por igualación:**

a) $\begin{cases} x = \dfrac{2y}{5} \\ x = 4y - 9 \end{cases}$

b) $\begin{cases} y = 6x \\ x = \dfrac{2y - 5}{7} \end{cases}$

c) $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ x - y = 2 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 2y = \dfrac{4x}{3} \\ 5y = 2x + \dfrac{2}{3} \end{cases}$

e) $\begin{cases} 5 + 3y = 2x \\ x + 2y = 9 \end{cases}$

f) $\begin{cases} 7x - 2y = 8 \\ 5x - 3y = 1 \end{cases}$

a) $\left.\begin{array}{l} x = \dfrac{2y}{5} \\ x = 4y - 9 \end{array}\right\}$ $\begin{array}{l} \dfrac{2y}{5} = 4y - 9 \rightarrow 2y = 20y - 45 \rightarrow 45 = 18y \rightarrow \\ \rightarrow y = \dfrac{45}{18} = \dfrac{5}{2} \rightarrow x = \dfrac{2y}{5} = 1 \end{array}$

*Solución*: $x = 1;\ y = \dfrac{5}{2}$

b) $\left.\begin{array}{l} y = 6x \\ x = \dfrac{2y - 5}{7} \end{array}\right\}$ $\left.\begin{array}{l} x = \dfrac{y}{6} \\ x = \dfrac{2y - 5}{7} \end{array}\right\}$ $\begin{array}{l} \dfrac{y}{6} = \dfrac{2y - 5}{7} \rightarrow 7y = 12y - 30 \rightarrow \\ \rightarrow 30 = 5y \rightarrow y = \dfrac{30}{5} = 6 \rightarrow x = \dfrac{y}{6} = 1 \end{array}$

*Solución*: $x = 1;\ y = 6$

c) $\left.\begin{array}{l} x + 2y = 5 \\ x - \ \ y = 2 \end{array}\right\}$ $\left.\begin{array}{l} x = 5 - 2y \\ x = 2 + \ \ y \end{array}\right\}$ $\begin{array}{l} 5 - 2y = 2 + y \rightarrow 3 = 3y \rightarrow y = 1 \\ x = 2 + y = 3 \end{array}$

*Solución*: $x = 3;\ y = 1$

d) $\left.\begin{array}{l} 2y = \dfrac{4x}{3} \\ 5y = 2x + \dfrac{2}{3} \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} 6y = 4x \\ 15y = 6x + 2 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} y = \dfrac{4x}{6} = \dfrac{2x}{3} \\ y = \dfrac{6x+2}{15} \end{array}\right\} \dfrac{2x}{3} = \dfrac{6x+2}{15} \rightarrow$

$\rightarrow 10x = 6x + 2 \rightarrow$

$\rightarrow 4x = 2 \rightarrow x = \dfrac{2}{4} = \dfrac{1}{2} \rightarrow y = \dfrac{2x}{3} = \dfrac{1}{3}$

*Solución*: $x = \dfrac{1}{2}$; $y = \dfrac{1}{3}$

e) $\left.\begin{array}{l} 5 + 3y = 2x \\ x + 2y = 9 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} x = \dfrac{5+3y}{2} \\ x = 9 - 2y \end{array}\right\} \dfrac{5+3y}{2} = 9 - 2y \rightarrow$

$\rightarrow 5 + 3y = 18 - 4y \rightarrow 7y = 13 \rightarrow y = \dfrac{13}{7}$

$x = 9 - 2y = \dfrac{37}{7}$. *Solución*: $x = \dfrac{37}{7}$; $y = \dfrac{13}{7}$

f) $\left.\begin{array}{l} 7x - 2y = 8 \\ 5x - 3y = 1 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} x = \dfrac{8+2y}{7} \\ x = \dfrac{1+3y}{5} \end{array}\right\} \dfrac{8+2y}{7} = \dfrac{1+3y}{5} \rightarrow$

$\rightarrow 40 + 10y = 7 + 21y \rightarrow 33 = 11y \rightarrow y = 3$

$x = \dfrac{8+2y}{7} = 2$. *Solución*: $x = 2$; $y = 3$

**5** **Resuelve por reducción:**

a) $\begin{cases} x + y = 3 \\ x - y = 9 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x - 5y = 9 \\ 6x - 2y = -6 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 10x - 3y = 1 \\ 10x + 3y = 3 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x - 3y = 21 \\ 2x + 5y = -35 \end{cases}$

a) $\left.\begin{array}{l} x + y = 3 \\ x - y = 9 \end{array}\right\}$

Sumando: $2x = 12 \rightarrow x = \dfrac{12}{2} = 6 \rightarrow y = 3 - x = -3$

*Solución*: $x = 6$; $y = -3$

b) $\left.\begin{array}{l} 3x - 5y = 9 \\ 6x - 2y = -6 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \xrightarrow{\cdot(-2)} -6x + 10y = -18 \\ \longrightarrow \quad 6x - 2y = -6 \end{array}$

Sumando: $8y = -24 \rightarrow y = \dfrac{-24}{8} = -3$

$x = \dfrac{9+5y}{3} = -2$. *Solución*: $x = -2$; $y = -3$

c) $\left.\begin{array}{r} 10x - 3y = 1 \\ 10x + 3y = 3 \end{array}\right\}$

Sumando: $20x \quad = 4 \rightarrow x = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$

Restando: $-6y = -2 \rightarrow y = \frac{-2}{-6} = \frac{1}{3}$

*Solución*: $x = \frac{1}{5}$; $y = \frac{1}{3}$

d) $\left.\begin{array}{r} x - 3y = 21 \\ 2x + 5y = -35 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \xrightarrow{\cdot(-2)} -2x + 6y = -42 \\ \longrightarrow \quad 2x + 5y = -35 \end{array}$

Sumando: $11y = -77 \rightarrow y = \frac{-77}{11} = -7$

$x = 21 + 3y = 0$

*Solución*: $x = 0$; $y = -7$

**6** **Resuelve por el método que consideres más adecuado:**

a) $\begin{cases} 3x = 6 \\ 5x + \frac{4y}{3} = 14 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 6x - 3y = 5 \\ 3x + 6y = 5 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 5x + y = 6 \\ 3x - 2y = 14 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 1{,}2x + 0{,}7y = 7 \\ x - 0{,}5y = 1{,}5 \end{cases}$

e) $\begin{cases} \frac{2y}{5} - \frac{x}{3} = \frac{1}{15} \\ 15x - 15y = 2 \end{cases}$

f) $\begin{cases} 5x = 2y - 2 \\ 4x = 20 - 2y \end{cases}$

a) $\left.\begin{array}{l} 3x = 6 \\ 5x + \frac{4y}{3} = 14 \end{array}\right\} \begin{array}{l} x = \frac{6}{3} = 2 \\ 10 + \frac{4y}{3} = 14 \rightarrow \frac{4y}{3} = 4 \rightarrow 4y = 12 \rightarrow y = \frac{12}{4} = 3 \end{array}$

*Solución*: $x = 2$; $y = 3$

b) $\left.\begin{array}{r} 6x - 3y = 5 \\ 3x + 6y = 5 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \xrightarrow{\cdot 2} 12x - 6y = 10 \\ \longrightarrow \quad 3x + 6y = 5 \end{array}$

Sumando: $15x \quad = 15 \rightarrow x = 1$

$y = \frac{6x - 5}{3} = \frac{1}{3}$. *Solución*: $x = 1$; $y = \frac{1}{3}$

c) $\left.\begin{array}{l} 5x + y = 6 \\ 3x - 2y = 14 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} y = 6 - 5x \\ 3x - 2(6 - 5x) = 14 \end{array}\right\} \begin{array}{l} 3x - 12 + 10x = 14 \rightarrow \\ \rightarrow 13x = 26 \rightarrow x = \dfrac{26}{13} = 2 \end{array}$

$y = 6 - 5x = -4$. *Solución*: $x = 2$; $y = -4$

d) $\left.\begin{array}{l} 1{,}2x + 0{,}7y = 7 \\ x - 0{,}5y = 1{,}5 \end{array}\right\} \begin{array}{l} x = 1{,}5 + 0{,}5y \\ 1{,}2(1{,}5 + 0{,}5y) + 0{,}7y = 7 \end{array}$

$1{,}8 + 0{,}6y + 0{,}7y = 7 \rightarrow 1{,}3y = 5{,}2 \rightarrow y = \dfrac{5{,}2}{1{,}3} = 4$

$x = 1{,}5 + 0{,}5y = 3{,}5$. *Solución*: $x = 3{,}5$; $y = 4$

e) $\left.\begin{array}{l} \dfrac{2y}{5} - \dfrac{x}{3} = \dfrac{1}{15} \\ 15x - 15y = 2 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} 6y - 5x = 1 \\ 15x - 15y = 2 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} -5x + 6y = 1 \\ 15x - 15y = 2 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \xrightarrow{\cdot 3} -15x + 18y = 3 \\ \longrightarrow \quad 15x - 15y = 2 \end{array}$

Sumando: $3y = 5$

$y = \dfrac{5}{3} \rightarrow x = \dfrac{2 + 15y}{15} = \dfrac{27}{15} = \dfrac{9}{5}$

*Solución*: $x = \dfrac{9}{5}$; $y = \dfrac{5}{3}$

f) $\left.\begin{array}{l} 5x = 2y - 2 \\ 4x = 20 - 2y \end{array}\right\} \begin{array}{l} 5x - 2y = -2 \\ 4x + 2y = 20 \end{array}$

Sumando: $9x = 18 \rightarrow x = \dfrac{18}{9} = 2 \rightarrow y = \dfrac{5x + 2}{2} = 6$

*Solución*: $x = 2$; $y = 6$

**7** **Resuelve los sistemas:**

a) $\begin{cases} 3 \cdot (x - 1) + 3 \cdot (y + 4) = 2 \cdot (3x + y) - 9 \\ \dfrac{x}{2} - \dfrac{y}{3} = 3 \end{cases}$

b) $\begin{cases} \dfrac{x + 3}{y} = 5 \\ 2 \cdot (x - 3y) + x = 9 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3 \cdot (x + 2) - 5 \cdot (y + 1) = 9 \\ 4x + \dfrac{5 + 3y}{2} = 5 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 0{,}2x - 1{,}7y = 6{,}1 \\ 1{,}23x + 0{,}8y = 3{,}75 \end{cases}$

a) $\left.\begin{array}{l} 3(x-1)+3(y+4)=2(3x+y)-9 \\ \dfrac{x}{2}-\dfrac{y}{3}=3 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} 3x-3+3y+12=6x+2y-9 \\ 3x-2y=18 \end{array}\right\}$

$$\left.\begin{array}{r} -3x+\ \ y=-18 \\ 3x-2y=18 \end{array}\right\}$$

Sumando: $\quad -y=0 \ \rightarrow\ y=0 \ \rightarrow\ x=\dfrac{18+2y}{3}=6$

*Solución*: $x=6;\ y=0$

b) $\left.\begin{array}{l} \dfrac{x+3}{y}=5 \\ 2(x-3y)+x=9 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} x+3=5y \\ 2x-6y+x=9 \end{array}\right\} \rightarrow$

$\rightarrow \left.\begin{array}{l} x=5y-3 \\ 3x-6y=9 \ \rightarrow\ x=\dfrac{9+6y}{3}=3+2y \end{array}\right\} \rightarrow$

$\rightarrow\ 5y-3=3+2y \ \rightarrow\ 3y=6 \ \rightarrow\ y=2 \ \rightarrow\ x=3+2y=7$

*Solución*: $x=7;\ y=2$

c) $\left.\begin{array}{l} 3(x+2)-5(y+1)=9 \\ 4x+\dfrac{5+3y}{2}=5 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} 3x+6-5y-5=9 \\ 8x+5+3y=10 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} 3x-5y=8 \\ 8x+3y=5 \end{array}\right\}$

$$\left.\begin{array}{r} \xrightarrow{\cdot 3}\ \ 9x-15y=24 \\ \xrightarrow{\cdot 5}\ 40x+15y=25 \end{array}\right\}$$

Sumando: $49x \qquad =49 \ \rightarrow\ x=1 \ \rightarrow\ y=\dfrac{5-8x}{3}=-1$

*Solución*: $x=1;\ y=-1$

d) $\left.\begin{array}{r} 0{,}2x-1{,}7y=6{,}1 \\ 1{,}23x+0{,}8y=3{,}75 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \xrightarrow{\cdot 0{,}8}\ \ 0{,}16x-1{,}36y=4{,}88 \\ \xrightarrow{\cdot 1{,}7}\ 2{,}091x+1{,}36y=6{,}375 \end{array}$

Sumando: $2{,}251x \qquad =11{,}255 \ \rightarrow$

$\rightarrow\ x=\dfrac{11{,}255}{2{,}251}=5 \ \rightarrow\ y=\dfrac{3{,}75-1{,}23x}{0{,}8}=-3$

*Solución*: $x=5;\ y=-3$

## PIENSA Y RESUELVE

**8** **Calcula dos números cuya suma sea 191 y su diferencia 67.**

Llamamos $x$ e $y$ a los números que buscamos. Tenemos que:

$$\left.\begin{array}{l} x + y = 191 \\ x - y = 67 \end{array}\right\}$$

Sumando: $2x = 258 \rightarrow x = \dfrac{258}{2} = 129 \rightarrow y = 191 - x = 62$

*Solución*: $x = 129$; $y = 62$

**9** **Dos kilos de peras y tres de manzanas cuestan 7,80 €. Cinco kilos de peras y cuatro de manzanas cuestan 13,20 €. ¿A cómo está el kilo de peras? ¿Y el de manzanas?**

Llamamos $x$ al precio del kilo de peras e $y$ al precio del kilo de manzanas. Tenemos que:

$$\left.\begin{array}{l} 2x + 3y = 7{,}8 \\ 5x + 4y = 13{,}2 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \xrightarrow{\cdot(-4)} -8x - 12y = -31{,}2 \\ \xrightarrow{\cdot 3} \underline{15x + 12y = 39{,}6} \end{array}$$

Sumando: $7x = 8{,}4 \rightarrow x = \dfrac{8{,}4}{7} = 1{,}2 \rightarrow x = 1{,}2$

$$y = \frac{7{,}8 - 2x}{3} = 1{,}8 \rightarrow y = 1{,}8$$

*Solución*: El kilo de peras cuesta 1,2 € y el de manzanas, 1,8 €.

**10** **Para pagar un artículo que costaba 3 €, he utilizado nueve monedas, unas de 20 céntimos y otras de 50 céntimos.**

**¿Cuántas monedas de cada clase he utilizado?**

Llamamos $x$ al número de monedas de 20 céntimos e $y$ al número de monedas de 50 céntimos. Tenemos que:

$$\left.\begin{array}{l} x + y = 9 \\ 20x + 50y = 300 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} y = 9 - x \\ 2x + 5y = 30 \end{array}\right\} \begin{array}{l} 2x + 5(9 - x) = 30 \\ 2x + 45 - 5x = 30 \end{array}$$

$$-3x = -15 \rightarrow x = \frac{-15}{-3} = 5;\ y = 9 - x = 4$$

*Solución*: Hemos utilizado 5 monedas de 20 céntimos y 4 monedas de 50 céntimos.

## Página 136

**11** **Un fabricante de bombillas obtiene un beneficio de 0,3 € por cada pieza que sale del taller para la venta, pero sufre una pérdida de 0,4 € por cada pieza defectuosa que debe retirar. En una jornada ha fabricado 2 100 bombillas, obteniendo unos beneficios de 484,4 €. ¿Cuántas bombillas válidas y cuántas defectuosas se han fabricado en ese día?**

Llamamos $x$ al número de bombillas válidas e $y$ al número de bombillas defectuosas. Tenemos que:

$$\left.\begin{array}{l} x + y = 2\,100 \\ 0{,}3x - 0{,}4y = 484{,}4 \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{l} y = 2\,100 - x \\ 0{,}3x - 0{,}4(2\,100 - x) = 484{,}4 \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{l} 0{,}3x - 840 + 0{,}4x = 484{,}4 \\ 0{,}7x = 1\,324{,}4 \end{array}\right\}$$

$$x = \frac{1\,324{,}4}{0{,}7} = 1\,892 \quad \rightarrow \quad y = 2\,100 - x = 208$$

*Solución*: Se han fabricado 1 892 bombillas válidas y 208 defectuosas.

**12 Una empresa aceitera ha envasado 3 000 litros de aceite en 1 200 botellas de dos y de cinco litros. ¿Cuántas botellas de cada clase se han utilizado?**

Llamamos $x$ al número de botellas de dos litros e $y$ al número de botellas de cinco litros. Tenemos que:

$$\left.\begin{array}{l} x + y = 1\,200 \\ 2x + 5y = 3\,000 \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{l} y = 1\,200 - x \\ 2x + 5(1\,200 - x) = 3\,000 \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{l} 2x + 6\,000 - 5x = 3\,000 \\ 3\,000 = 3x \rightarrow x = 1\,000 \end{array}\right\}$$

$y = 1\,200 - x = 200$

*Solución*: Se han utilizado 1 000 botellas de dos litros y 200 botellas de cinco litros.

**13 En un bar se venden bocadillos de jamón a 3,5 € y bocadillos de tortilla a 2 €. En una mañana vendieron 52 bocadillos y la recaudación final fue de 149 €. ¿Cuántos se vendieron de cada clase?**

Llamamos $x$ al número de bocadillos de jamón e $y$ al número de bocadillos de tortilla. Tenemos que:

$$\left.\begin{array}{l} x + y = 52 \\ 3{,}5x + 2y = 149 \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{l} y = 52 - x \\ 3{,}5x + 2(52 - x) = 149 \end{array}\right\} \quad \begin{array}{l} 3{,}5x + 104 - 2x = 149 \\ 1{,}5x = 45 \rightarrow x = 45/1{,}5 = 30 \rightarrow \end{array}$$

$\rightarrow \; y = 52 - x = 22$

*Solución*: Se vendieron 30 bocadillos de jamón y 22 de tortilla.

**14** **En un test de 30 preguntas se obtienen 0,75 puntos por cada respuesta correcta y se restan 0,25 puntos por cada error. Si mi nota ha sido 10,5, ¿cuántos aciertos y cuántos errores he tenido?**

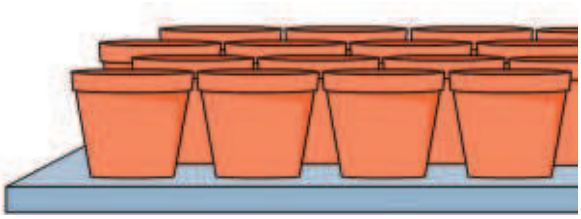
Llamamos $x$ al número de aciertos e $y$ al número de errores. Tenemos que:

$$\left.\begin{array}{l} x + y = 30 \\ 0{,}75x - 0{,}25y = 10{,}5 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} y = 30 - x \\ 0{,}75x - 0{,}25(30 - x) = 10{,}5 \end{array}\right\} \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{array}{l} 0{,}75x - 7{,}5 + 0{,}25x = 10{,}5 \\ x = 18 \rightarrow y = 30 - x = 12 \end{array}$$

*Solución*: He tenido 18 aciertos y 12 errores.

**15** **Una empresa de productos plásticos recibe el encargo de fabricar cierto número de macetas para un día determinado. Al planificar la producción, el gerente advierte que si fabrican 250 macetas diarias, faltarían 150 macetas al concluir el plazo que les han dado. Si fabrican 260 macetas diarias, entonces les sobrarían 80 macetas. ¿Cuántos días de plazo tenían y cuántas macetas les encargaron?**



Llamamos $x$ a los días de plazo que tenían e $y$ al número de macetas que encargaron. Tenemos que:

$$\left.\begin{array}{l} 250x + 150 = y \\ 260x - 80 = y \end{array}\right\} \begin{array}{l} 250x + 150 = 260x - 80 \rightarrow 230 = 10x \rightarrow x = 23 \\ y = 250x + 150 = 5\,900 \end{array}$$

*Solución*: Tenían 23 días de plazo y les encargaron 5 900 macetas.

**16** **Una empresa fabrica dos tipos de bicicletas, A y B. Para fabricar una del modelo A, se necesitan 1 kg de acero y 3 kg de aluminio, y para una del modelo B, 2 kg de cada uno de esos materiales. Si la empresa dispone de 80 kg de acero y 120 kg de aluminio, ¿cuántas bicicletas de cada tipo puede fabricar?**

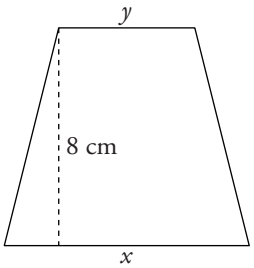
Llamamos $x$ al número de bicicletas del tipo A e $y$ al número de bicicletas del tipo B. Tenemos que:

$$\left.\begin{array}{l} \text{Acero} \rightarrow x + 2y = 80 \\ \text{Aluminio} \rightarrow 3x + 2y = 120 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \text{Restando: } 2x = 40 \rightarrow x = 20 \\ y = \dfrac{80 - x}{2} = 30 \end{array}$$

*Solución*: Puede fabricar 20 bicicletas del tipo A y 30 del tipo B.

**17** **La base mayor de un trapecio es 2 cm más larga que la menor; la altura del trapecio es 8 cm y su área 48 cm$^2$. ¿Cuánto miden las bases?**

Llamamos $x$ a la base mayor e $y$ a la base menor:




$$\left.\begin{array}{l} x = y + 2 \\ \text{Área} \rightarrow \dfrac{(x+y)\cdot 8}{2} = 48 \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{l} x = y + 2 \\ (x+y)\cdot 4 = 48 \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{l} x = y + 2 \\ x + y = 12 \end{array}\right\}$$

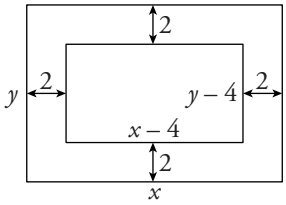
$y + 2 + y = 12 \rightarrow 2y = 10 \rightarrow y = 5 \rightarrow x = y + 2 = 7$

*Solución*: La base mayor mide 7 cm y la menor, 5 cm.

**18** **En una parcela rectangular de 44 m de perímetro se hace un jardín rectangular bordeado por un camino de 2 m de ancho.**

**Calcula las dimensiones de la parcela sabiendo que el área del jardín es de 45 m$^2$.**

Llamamos $x$ e $y$ a las dimensiones de la parcela:




$$\left.\begin{array}{l} \text{Perímetro} \rightarrow 2x + 2y = 44 \rightarrow x + y = 22 \\ \text{Área jardín} \rightarrow (x-4)(y-4) = 45 \end{array}\right\}$$

$y = 22 - x$

$(x-4)(22-x-4) = 45 \rightarrow (x-4)(18-x) = 45 \rightarrow 18x - x^2 - 72 + 4x = 45$

$0 = x^2 - 22x + 117 \rightarrow x = \dfrac{22 \pm \sqrt{484-468}}{2} = \dfrac{22 \pm \sqrt{16}}{2} =$

$= \dfrac{22 \pm 4}{2} \begin{cases} x = 13 \rightarrow y = 9 \\ x = 9 \rightarrow y = 13 \end{cases}$

*Solución*: Las dimensiones de la parcela son 13 m × 9 m.

**19** **María ha comprado un abrigo que estaba rebajado un 15%. Marta ha comprado otro abrigo 25 € más caro, pero ha conseguido una rebaja del 20%, con lo que solo ha pagado 8 € más que María. ¿Cuál era el precio de cada abrigo?**

Llamamos $x$ al precio (sin rebajar) del abrigo de María e $y$ al precio (sin rebajar) del abrigo de Marta. Tenemos que:

$$\left.\begin{array}{l} y = x + 25 \\ 0{,}80y = 0{,}85x + 8 \end{array}\right\} \begin{array}{l} 0{,}80(x + 25) = 0{,}85x + 8 \;\rightarrow\; 0{,}80x + 20 = 0{,}85x + 8 \\ 12 = 0{,}05x \;\rightarrow\; x = \dfrac{12}{0{,}05} = 240 \;\rightarrow\; y = x + 25 = 265 \end{array}$$

*Solución*: El abrigo de María costaba 240 € y el de Marta, 265 €.

**20** **Un capital, colocado en el banco durante un año, ha producido un beneficio de 800 €. El beneficio habría sido el mismo si el capital se hubiera aumentado en 2 000 € y el interés anual se hubiera disminuido en un punto (en un 1%). ¿A cuánto asciende el capital y a qué tanto por ciento ha estado colocado?**

Llamamos $x$ al capital (en euros) e $y$ al tanto por ciento al que ha estado colocado. Tenemos que:

$$\left.\begin{array}{l} x \cdot \dfrac{y}{100} = 800 \\ (x + 2\,000) \cdot \left(\dfrac{y-1}{100}\right) = 800 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} x \cdot y = 80\,000 \\ (x + 2\,000)(y - 1) = 80\,000 \end{array}\right\} y = \frac{80\,000}{x}$$

$$(x + 2\,000)\left(\frac{80\,000}{x} - 1\right) = 80\,000 \rightarrow 80\,000 - x + \frac{160\,000\,000}{x} - 2\,000 = 80\,000$$

$$-x^2 + 160\,000\,000 - 2\,000x = 0 \;\rightarrow\; x^2 + 2\,000x - 160\,000\,000 = 0$$

$$x = \frac{-2\,000 \pm \sqrt{4\,000\,000 + 640\,000\,000}}{2} =$$

$$= \frac{-2\,000 \pm 25\,377{,}16}{2} \begin{array}{l} x = 11\,688{,}58 \\ x = -13\,688{,}58 \text{ (no vale)} \end{array}$$

$$y = \frac{80\,000}{x} = 6{,}84\%$$

*Solución*: El capital es de 11 688,58 € y el tanto por ciento, 6,84%.

**21** **Por un pantalón y unos zapatos he pagado 126 €. Si el precio del pantalón aumentara en un 14%, entonces sería el 75% del precio de los zapatos. ¿Cuánto pagué por cada uno?**

Pantalón $\rightarrow \boxed{x}$ Aumenta un 14% $\rightarrow \boxed{1{,}14x}$

Zapatos $\rightarrow \boxed{y}$ El 75% de $y$ $\rightarrow \boxed{0{,}75y}$

$$\left.\begin{array}{l} x + y = 126 \\ 1{,}14x = 0{,}75y \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} y = 126 - x \\ 1{,}14x = 0{,}75(126 - x) \end{array}\right\} \begin{array}{l} 1{,}14x = 94{,}5 - 0{,}75x \\ 1{,}89x = 94{,}5 \;\rightarrow\; x = 94{,}5/1{,}89 = 50 \end{array}$$

$$y = 126 - x = 76$$

*Solución*: El pantalón costaba 50 € y los zapatos, 76 €.

## Página 137

**22** **He pagado 90,50 € por una camisa y un jersey que costaban, entre los dos, 110 €. En la camisa me han rebajado un 20% y en el jersey, un 15%. ¿Cuál era el precio original de cada artículo?**

Llamamos $x$ al precio original de la camisa e $y$ al precio original del jersey. Tenemos que:

$$\left.\begin{array}{l} x + y = 110 \\ 0{,}80x + 0{,}85y = 90{,}5 \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{l} y = 110 - x \\ 0{,}80x + 0{,}85(110 - x) = 90{,}5 \end{array}\right\}$$

$$0{,}80x + 93{,}5 - 0{,}85x = 90{,}5 \;\rightarrow\; 3 = 0{,}05x \;\rightarrow\; x = \frac{3}{0{,}05} = 60 \;\rightarrow\; y = 50$$

*Solución*: La camisa costaba 60 € y el jersey, 50 €.

**23** **En un centro escolar hay matriculados 795 estudiantes entre los dos cursos de Bachillerato. El 45% de primero y el 52% de segundo son mujeres, lo que supone un total de 384 alumnas entre los dos cursos. ¿Cuántos estudiantes hay en cada curso?**

Llamamos $x$ al número de estudiantes de 1º de Bachillerato e $y$ al número de estudiantes de 2º de Bachillerato. Tenemos que:

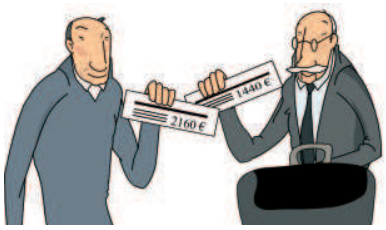
$$\left.\begin{array}{l} x + y = 795 \\ 0{,}45x + 0{,}52y = 384 \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{l} y = 795 - x \\ 0{,}45x + 0{,}52(795 - x) = 384 \end{array}\right\}$$

$$0{,}45x + 413{,}4 - 0{,}52x = 384 \;\rightarrow\; 29{,}4 = 0{,}07x$$

$$x = \frac{29{,}4}{0{,}07} = 420 \;\rightarrow\; y = 795 - x = 375$$

*Solución*: Hay 420 estudiantes en 1º y 375 estudiantes en 2º.

**24** **Dos comerciantes emprenden un negocio para cuya realización fue necesario invertir 100 000 €. A la hora de repartir beneficios, el primero cobró 2 160 € y el segundo, 1 440 €. ¿Qué cantidad invirtió cada uno?**




Llamamos $x$ a la cantidad que invirtió el primero e $y$ a la cantidad que invirtió el segundo.

- Total invertido = 100 000 €
- Beneficio total = 2 160 + 1 440 = 3 600 €

  3 600 : 100 000 = 0,036 € de beneficio corresponden a cada euro invertido.

- Al primero le corresponden $\rightarrow$ $0{,}036x = 2\,160$ € $\rightarrow$ $x = 60\,000$ €
- Al segundo le corresponden $\rightarrow$ $0{,}036y = 1\,440$ € $\rightarrow$ $y = 40\,000$ €

*Solución*: El primero invirtió 60 000 € y el segundo, 40 000 €.

**25** **Tres socios han obtenido un beneficio de 12 900 €. ¿Qué cantidad corresponde a cada uno si para iniciar el negocio el primero aportó 2/3 de lo que aportó el segundo y este, 5/6 de lo que aportó el tercero?**

— Primero → aportó $\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{6}x = \frac{10x}{18} = \frac{5x}{9}$ €

— Segundo → aportó $\frac{5x}{6}$ €

— Tercero → aportó $x$ €

Suma $= x + \frac{5x}{6} + \frac{5x}{9} = \frac{43x}{18}$ aportaron entre los tres.

$12\,900 : \frac{43x}{18} = \frac{5\,400}{x}$ € de beneficio corresponden por cada euro invertido.

— Primero → le corresponden $\frac{5x}{9} \cdot \frac{5\,400}{x} = 3\,000$ €

— Segundo → le corresponden $\frac{5x}{6} \cdot \frac{5\,400}{x} = 4\,500$ €

— Tercero → le corresponden $x \cdot \frac{5\,400}{x} = 5\,400$ €

*Solución*: Al primero le corresponden 3 000 €, al segundo, 4 500 €, y al tercero, 5 400 €.

**26** **Un bodeguero ha mezclado dos cubas de vino: la primera, de mejor calidad, a 3 €/litro y la segunda, de calidad inferior, a 2,2 €/litro. De esta forma ha obtenido 16 hl de un vino de calidad intermedia que sale a 2,5 €/litro. ¿Cuál era el contenido de cada cuba?**

| | CANTIDAD ($l$) | PRECIO/$l$ | COSTE TOTAL (€) |
|---|---|---|---|
| MEJOR CALIDAD | $x$ | 3 | $3x$ |
| CALIDAD INFERIOR | $y$ | 2,2 | $2{,}2y$ |
| MEZCLA | $x + y = 1\,600$ | 2,5 | $3x + 2{,}2y = 2{,}5 \cdot 1\,600$ |

$$\left.\begin{array}{l} x + y = 1\,600 \\ 3x + 2{,}2y = 4\,000 \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{l} y = 1\,600 - x \\ 3x + 2{,}2(1\,600 - x) = 4\,000 \end{array}\right\}$$

$$3x + 3\,520 - 2{,}2x = 4\,000 \rightarrow 0{,}8x = 480 \rightarrow x = \frac{480}{0{,}8} = 600$$

$y = 1\,600 - x = 1\,000$

*Solución*: La de mejor calidad contenía 600 litros y la de calidad inferior contenía 1 000 litros.

**27** **El aceite de oliva cuesta el doble que el de orujo, y si se mezclan en una proporción de 5 a 3 (en litros), resulta un aceite de calidad intermedia que cuesta 2,6 €/litro ¿Cuál es el precio de cada clase de aceite?**

| | CANTIDAD ($l$) | PRECIO/$l$ | COSTE TOTAL (€) |
|---|---|---|---|
| OLIVA | 5 | $x = 2y$ | $5x$ |
| ORUJO | 3 | $y$ | $3y$ |
| MEZCLA | 8 | 2,6 | $5x + 3y = 8 \cdot 2{,}6$ |

$$\left.\begin{array}{l} x = 2y \\ 5x + 3y = 20{,}8 \end{array}\right\} \begin{array}{l} 5 \cdot 2y + 3y = 20{,}8 \rightarrow 10y + 3y = 20{,}8 \rightarrow \\ \rightarrow 13y = 20{,}8 \rightarrow y = \dfrac{20{,}8}{13} = 1{,}6 \rightarrow x = 3{,}2 \end{array}$$

*Solución*: El de oliva cuesta 3,2 €/$l$ y el de orujo, 1,6 €/$l$.

**28** **Juntando el agua de una cazuela que está a 15 °C con la de otra cazuela, a 60 °C, se ha llenado una olla de 9 litros que ha resultado a una temperatura de 45 °C. ¿Cuántos litros había en cada cazuela?**

| | CANTIDAD ($l$) | TEMPERATURA (°C) | |
|---|---|---|---|
| 1ª CAZUELA | $x$ | 15 °C | $15x$ |
| 2ª CAZUELA | $y$ | 60 °C | $60y$ |
| MEZCLA | $x + y = 9$ | 45 °C | $15x + 60y$ |

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{15x + 60y}{9} = 45 \\ x + y = 9 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} 15x + 60y = 405 \\ y = 9 - x \end{array}\right\} \begin{array}{l} 15x + 60(9 - x) = 405 \rightarrow \\ \rightarrow 15x + 540 - 60x = 405 \rightarrow \end{array}$$

$$\rightarrow 135 = 45x \rightarrow x = \frac{135}{45} = 3$$

$$y = 9 - x = 6$$

*Solución*: En la 1ª cazuela había 3 litros y en la segunda, 6 litros.

**29** **Se ha fundido una cadena de oro del 80% de pureza junto con un anillo del 64% de pureza. Así se han obtenido 12 gramos de oro de una pureza del 76%. ¿Cuántos gramos pesaba la cadena y cuántos el anillo?**

| | CANTIDAD (g) | PUREZA | CANTIDAD DE ORO (g) |
|---|---|---|---|
| CADENA | $x$ | 80% | $0{,}8x$ |
| ANILLO | $y$ | 64% | $0{,}64y$ |
| MEZCLA | $x + y = 12$ | 76% | $0{,}8x + 0{,}64y = 12 \cdot 0{,}76$ |

$$\left.\begin{array}{l} x + y = 12 \\ 0{,}8x + 0{,}64y = 9{,}12 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} y = 12 - x \\ 0{,}8x + 0{,}64(12 - x) = 9{,}12 \end{array}\right\}$$

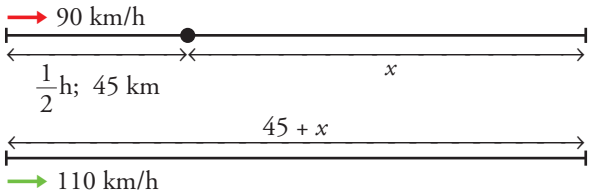
$$0{,}8x + 7{,}68 - 0{,}64x = 9{,}12 \rightarrow 0{,}16x = 1{,}44 \rightarrow x = \frac{1{,}44}{0{,}16} = 9$$

$$y = 12 - x = 3$$

*Solución*: La cadena pesaba 9 gramos y el anillo, 3 gramos.

**30** **Un tren de cercanías sale de una estación a 90 km/h. Media hora más tarde, sale otro más rápido en la misma dirección a 110 km/h. ¿Cuánto tardará en alcanzar al primero?**

El primer tren ha recorrido 45 km en 1/2 hora. (e = v · t)

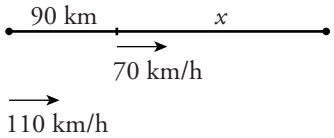



| | ESPACIO | VELOCIDAD | TIEMPO |
|---|---|---|---|
| 1er TREN | $x$ | 90 | $t$ |
| 2º TREN | $x + 45$ | 110 | $t$ |

$$\left.\begin{array}{l} x = 90t \\ x + 45 = 110t \end{array}\right\} \quad \begin{array}{l} 90t + 45 = 110t \rightarrow 45 = 20t \rightarrow t = \dfrac{45}{20} = 2{,}25 \text{ h} = 2 \text{ h } 15 \text{ min} \\ x = 90 \cdot 2{,}25 = 202{,}5 \text{ km} \end{array}$$

*Solución*: Tardará 2,25 h, es decir, 2 h 15 min, en alcanzarlo.

**31** **Un tren que avanza a 70 km/h lleva una ventaja de 90 km a otro tren que avanza por una vía paralela a 110 km/h. Calcula el tiempo que tarda el segundo tren en alcanzar al primero y la distancia recorrida hasta lograrlo.**



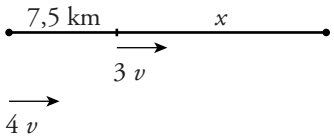

| | ESPACIO | VELOCIDAD | TIEMPO |
|---|---|---|---|
| 1er TREN | $x$ | 70 | $t$ |
| 2º TREN | $x + 90$ | 110 | $t$ |

$$\left.\begin{array}{l} x = 70t \\ x + 90 = 110t \end{array}\right\} \quad \begin{array}{l} 70t + 90 = 110t \rightarrow 90 = 40t \rightarrow t = 2{,}25 \text{ h} \\ x = 70t = 157{,}5 \rightarrow x + 90 = 247{,}5 \end{array}$$

*Solución*: Tarda 2,25 h, es decir, 2 h 15 min, en alcanzarlo. Hasta ese momento recorre 247,5 km.

**32** **Dos ciclistas avanzan por la misma carretera en el mismo sentido y les separa una distancia de 7,5 km. Si sus velocidades están en relación de 3 a 4, y el segundo tarda 45 minutos en alcanzar al primero, ¿cuál era la velocidad de cada uno?**

$$t = 45 \text{ min} = \frac{3}{4} \text{ h} = 0{,}75 \text{ h}$$




| | ESPACIO (km) | VELOCIDAD (km/h) | TIEMPO (h) |
|---|---|---|---|
| 1er CICLISTA | $x$ | $3v$ | 0,75 |
| 2º CICLISTA | $x + 7{,}5$ | $4v$ | 0,75 |