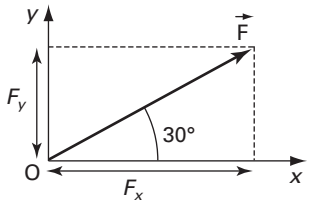
A-PDF Manual Split Demo. Purchase from www.A-PDF.com to remove the watermark

12 Los principios de la dinámica

1 Una fuerza tiene de módulo 4 N y forma un ángulo con el eje positivo de las *x* de 30°. Calcula las componentes cartesianas.



Las componentes se hallan trazando las proyecciones ortogonales del vector sobre los ejes:

$$F_x = F \cdot \cos 30° = 4 \cdot \cos 30° = 3{,}5 \text{ N}$$
$$F_y = F \cdot \sin 30° = 4 \cdot \sin 30° = 2 \text{ N}$$

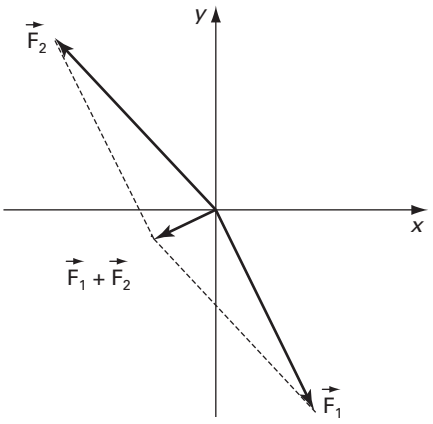
2 Dadas las fuerzas $\mathbf{F}_1 = 3\,\mathbf{i} - 8\,\mathbf{j}$ y $\mathbf{F}_2 = -4\,\mathbf{i} + 5\,\mathbf{j}$:

a) Represéntalas gráficamente.

b) Calcula su suma y represéntala.

c) Halla el módulo de la suma.

a)



b) La suma será:

$$\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 = (3\,\mathbf{i} - 8\,\mathbf{j}) + (-4\,\mathbf{i} + 5\,\mathbf{j}) = -\,\mathbf{i} - 3\,\mathbf{j}$$

c) El módulo será:

$$|\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2| = \sqrt{(-1)^2 + (-3)^2} = 3{,}2 \text{ N}$$

3 Un muelle de longitud 20 cm tiene una constante elástica 6 N/m.

a) ¿Qué intensidad tiene una fuerza que produce un alargamiento igual a su longitud inicial?

b) ¿A qué alargamiento da lugar una fuerza de 0,28 N?

c) ¿Qué longitud tiene el muelle del apartado anterior?

a) La fuerza que hay que hacer sobre el muelle para deformarlo $x = 0{,}2$ m será:

$$F = k \cdot x = 6 \cdot 0{,}2 = 1{,}2 \text{ N}$$

b) El alargamiento será:

$$x = \frac{F}{k} = \frac{0{,}28}{6} = 0{,}047 \text{ m} = 4{,}7 \text{ cm}$$

c) La deformación del muelle es:

$$\Delta l = l - l_0$$

$$l = \Delta l + l_0 = 4{,}7 + 20 = 24{,}7 \text{ cm}$$

4 ¿Con qué fuerza se atraerán dos esferas de plomo de una tonelada cada una si sus centros están a 1 m de distancia?

En este caso, cuerpos de masa m = 1 000 kg y separados una distancia de 1 m, se ejercen mutuamente fuerzas de atracción gravitatoria cuyo valor es:

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

$$F = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{1\,000 \cdot 1\,000}{1^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-5} \text{ N}$$

Valor completamente imperceptible.

5 Utilizando los datos de la tabla, justifica el número de cuerpos diferentes que puede haber y calcula sus masas.

a (m/s^2)	F (N)
2,1	4,20
0,8	0,64
0,4	0,80
1,4	1,12
2,0	4,00
1,5	3,00
1,5	1,20
2,0	1,60

La masa de un cuerpo es la relación entre la fuerza aplicada y la aceleración que produce sobre el cuerpo:

$$F = m \cdot a \quad \rightarrow \quad m = \frac{F}{a}$$

De forma que realizando estos cocientes obtenemos que existen dos cuerpos de masas:

$$m_1 = 2 \text{ kg}; \qquad m_2 = 0{,}8 \text{ kg}$$

6 Un coche de 650 kg es capaz de adquirir una velocidad de 100 km/h en 8 s, desde el reposo. Calcula cuál será la fuerza total que actúa sobre él en la dirección del movimiento para conseguir este resultado.

La velocidad expresada en m/s es:

$$v = 100 \text{ km/h} = 100 \cdot \frac{1\,000 \text{ m}}{3\,600 \text{ s}} = 27{,}78 \text{ m/s}$$

La aceleración que ha conseguido el coche es:

$$a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{27{,}78 - 0}{8} = 3{,}47 \text{ m/s}^2$$

Esta aceleración ha sido producida por la fuerza:

$$F = m \cdot a = 650 \cdot 3{,}47 = 2\,256 \text{ N}$$

7 Dejamos caer una bola de 2 kg de masa y la Tierra la atrae con una fuerza de 19,62 N (peso de la bola).

a) ¿Cuáles serán el módulo, la dirección, el sentido y el punto de aplicación de la fuerza que la bola ejerce sobre la Tierra?

b) ¿Por qué se mueve la bola y no la Tierra?

c) ¿Con qué aceleración cae la bola?

d) Si la masa de la Tierra es de $5{,}97 \cdot 10^{24}$ kg, ¿qué aceleración adquiere la Tierra?

a) La bola ejerce sobre la Tierra una fuerza igual en módulo y dirección pero de sentido contrario, aplicada en el centro de la Tierra:

- Módulo = 19,62 N.
- Dirección: la del radio terrestre.
- Sentido: hacia la bola.
- Punto de aplicación: el centro de la Tierra.

b) Se mueve la bola porque su masa inercial es mucho menor que la de la Tierra.

c) La aceleración de la bola será: $a = \dfrac{F}{m} = \dfrac{19{,}62}{2} = 9{,}81 \text{ m/s}^2$.

d) La aceleración de la Tierra será: $a = \dfrac{F}{M_T} = \dfrac{19{,}62}{5{,}97 \cdot 10^{24}} = 3{,}29 \cdot 10^{-24} \text{ m/s}^2$.

8 *Ariane* es el cohete espacial europeo. En el despegue, los dos motores propulsores laterales producen una fuerza de 6 713 kN cada uno. Si suponemos que la masa, 725 t, se mantiene constante durante los 5 primeros segundos, calcula la velocidad que adquiere el cohete en ese tiempo, expresada en km/h.

El peso del *Ariane* es: $P = m \cdot g = 725\,000 \cdot 9{,}81 = 7\,112\,250$ N.

Para calcular la aceleración:

$$F - P = m \cdot a \quad \rightarrow \quad a = \frac{F - P}{m} = \frac{2 \cdot 6\,713\,000 - 7\,112\,250}{725\,000} = 8{,}71 \text{ m/s}^2$$

La velocidad al cabo de 5 s será: $v = a \cdot t = 43{,}55$ m/s.

Expresada en km/h será:

$$v = 43{,}55 \cdot \frac{3\,600}{1\,000} = 156{,}8 \text{ km/h}$$

9 Un ciclista marcha a 15 km/h y choca de frente contra un vehículo aparcado. La duración del choque es de 0,3 s. Si el ciclista más la bicicleta tienen una masa de 92 kg ¿qué fuerza se ejerce durante el choque?, ¿hacia dónde y con qué velocidad será desplazado el ciclista?

La velocidad expresada en m/s es:

$$v = 15 \text{ km/h} = 15 \cdot \frac{1\,000 \text{ m}}{3\,600 \text{ s}} = 4{,}2 \text{ m/s}$$

La aceleración en el choque es:

$$a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{0 - 4{,}2}{0{,}3} = -14 \text{ m/s}^2$$

Esta aceleración está producida por la fuerza: $F = m \cdot a = 92 \cdot 14 = 1\,288$ N.

Esta fuerza tiene sentido contrario al del movimiento del ciclista.

El ciclista será lanzado hacia delante, con una velocidad de $v = 4{,}2$ m/s = 15 km/h.

10 Cuando una bola de 200 g se mueve con una velocidad de 1 m/s, se le aplica una fuerza de 0,8 N durante 0,5 s en el mismo sentido que el desplazamiento. Calcula la aceleración y la variación del momento lineal.

La fuerza aplicada sobre la bola produce una aceleración:

$$F = m \cdot a \quad \rightarrow \quad a = \frac{F}{m} = \frac{0{,}8}{0{,}2} = 4 \text{ m/s}^2$$

La variación del momento lineal se puede calcular directamente aplicando el teorema del impulso mecánico:

$$\Delta p = F \cdot \Delta t = 0{,}8 \cdot 0{,}5 = 0{,}4 \text{ N s}$$

11 Un balón de baloncesto de 0,6 kg llega al suelo con una velocidad vertical de 4,5 m/s y comienza a subir con una velocidad, también vertical, de 4 m/s. Calcula:

a) El momento lineal antes del bote.

b) El momento lineal después del bote.

c) La variación del momento lineal de la pelota al botar en el suelo.

a) El momento lineal antes del bote:

$$\mathbf{p}_i = m \cdot \mathbf{v}_i = 0{,}6 \cdot (-4{,}5\ \mathbf{j}) = -2{,}7\ \mathbf{j} \text{ kg m/s}$$

b) El momento lineal después del bote:

$$\mathbf{p}_f = m \cdot \mathbf{v}_f = 0{,}6 \cdot 4\ \mathbf{j} = 2{,}4\ \mathbf{j} \text{ kg m/s}$$

c) La variación sería:

$$\Delta\mathbf{p} = \mathbf{p}_f - \mathbf{p}_i = 2{,}4\ \mathbf{j} - (-2{,}7\ \mathbf{j}) = 5{,}1\ \mathbf{j} \text{ kg m/s}$$

12 Un camión de 10 t avanza a una velocidad de 70 km/h y choca contra un coche de 1,8 t que está en reposo. Después del choque, el camión arrastra al coche en la misma dirección de su movimiento. ¿Con qué velocidad se mueven los dos vehículos tras el choque?

La velocidad expresada en m/s es:

$$v = 70 \text{ km/s} = 70 \cdot \frac{1\,000 \text{ m}}{3\,600 \text{ s}} = 19{,}4 \text{ m/s}$$

El momento inicial del sistema será:

$$\mathbf{p}_i = m_{ca} \cdot v_{ca}\ \mathbf{i}$$

Después del choque los dos cuerpos quedan empotrados y viajan como un solo cuerpo de masa la suma de las masas en la misma dirección y sentido.

El momento lineal del sistema ahora será:

$$\mathbf{p}_f = (m_{ca} + m_{co}) \cdot u\ \mathbf{i}$$

Aplicando la conservación del momento lineal

$$\mathbf{p}_i = \mathbf{p}_f$$

$$m_{ca} \cdot v_{ca} = (m_{ca} + m_{co}) \cdot u$$

despejando la velocidad después del choque, u:

$$u = \frac{m_{ca} \cdot v_{ca}}{m_{ca} + m_{co}} = \frac{10\,000 \cdot 19{,}4}{11\,800} = 16{,}4 \text{ m/s}$$

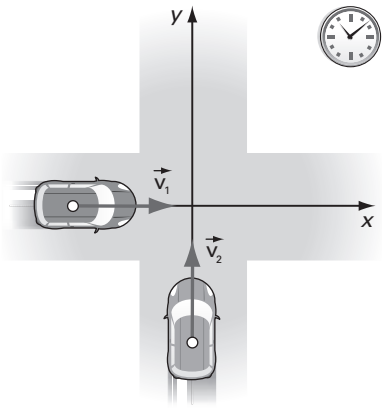
13 Envisat es uno de los satélites lanzados por la Agencia Espacial Europea para estudiar el medioambiente a escala global. Para cambiar o modificar su órbita utiliza como combustible hidracina (N_2H_4). El módulo de propulsión proporciona una velocidad de salida de gases de unos 3 km/s. Si queremos incrementar la velocidad del Envisat (M = 8 t) en 0,35 m/s, ¿cuánta masa de hidracina se necesitará?

El momento lineal del sistema se conserva de forma que, llamando m a la masa de los gases expulsados y M, a la masa del Envisat:

$$\Delta p = 0 \quad \rightarrow \quad p_g = p_E \quad \rightarrow \quad m \cdot v_g = (M - m) \cdot v_E$$

$$3\,000\ m = (8\,000 - m) \cdot 0{,}35 \quad \rightarrow \quad m = 0{,}93 \text{ kg}$$

14 Dos coches de 0,7 t y 0,850 t circulan por calles perpendiculares a 50 km/h y 80 km/h, respectivamente. En el cruce chocan y se quedan empotrados. ¿Cuál será la velocidad de los vehículos juntos después del choque? ¿En qué dirección se moverán tras el choque?



Tomando los ejes del sistema de referencia coincidiendo con las direcciones de los movimientos, los momentos lineales de los coches serían:

$$\mathbf{p}_1 = m_1 \cdot v_1\ \mathbf{i} = 700 \cdot 50\ \mathbf{i} = 35\,000\ \mathbf{i} \text{ kg km/h}$$

$$\mathbf{p}_2 = m_2 \cdot v_2\ \mathbf{j} = 850 \cdot 80\ \mathbf{j} = 68\,000\ \mathbf{j} \text{ kg km/h}$$

El momento inicial del sistema será:

$$\mathbf{p}_i = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 = 35\,000\ \mathbf{i} + 68\,000\ \mathbf{j}$$

Después del choque los dos cuerpos quedan empotrados y viajan como un solo cuerpo de masa la suma de las masas en una dirección que forma un ángulo α respecto al eje de abscisas.

El momento lineal del sistema ahora será:

$$\mathbf{p}_f = (m_1 + m_2) \cdot v \cdot \cos\alpha\ \mathbf{i} + (m_1 + m_2) \cdot v \cdot \sin\alpha\ \mathbf{j} = 1\,550\ v \cdot \cos\alpha\ \mathbf{i} + 1\,550\ v \cdot \sin\alpha\ \mathbf{j}$$

Aplicando la conservación del momento lineal:

$$\mathbf{p}_i = \mathbf{p}_f$$

$$35\,000 = 1\,550\ v \cdot \cos\alpha$$

$$68\,000 = 1\,550\ v \cdot \sin\alpha$$

dividiendo la segunda ecuación entre la primera obtenemos:

$$\tan\alpha = 1{,}94 \quad \rightarrow \quad \alpha = 62{,}7°$$

Con el valor de α, despejamos la velocidad, v:

$$v = 49{,}4 \text{ km/h}$$

15 Un cañón de 2 t dispara horizontalmente un proyectil de 12 kg con una velocidad de 225 m/s. Calcula la velocidad de retroceso del cañón y la variación de su momento lineal.

En el estado inicial tanto el cañón como el proyectil están en reposo, por tanto el momento lineal del sistema será:

$$\mathbf{p}_i = 0\ \mathbf{i}$$

Después del disparo hay dos cuerpos en movimiento, sus momentos lineales serán:

$$\mathbf{p}_p = m_p \cdot v_p\ \mathbf{i}$$
$$\mathbf{p}_c = -m_c \cdot v_c\ \mathbf{i}$$

El momento lineal del sistema será:

$$\mathbf{p}_f = (m_p \cdot v_p - m_c \cdot v_c)\ \mathbf{i}$$

Aplicando la conservación del momento lineal:

$$\mathbf{p}_i = \mathbf{p}_f \quad \rightarrow \quad 0 = m_p \cdot v_p - m_c \cdot v_c$$

Despejando la velocidad del cañón:

$$v_c = \frac{m_p \cdot v_p}{m_p} = \frac{12 \cdot 225}{2\ 000} = 1{,}35 \text{ m/s}$$

La variación del momento lineal del cañón es:

$$\Delta p_c = p_f - p_i = -m_c \cdot v_c - 0 = -2\ 000 \cdot 1{,}35 = -2\ 700 \text{ kg m/s}$$

16 Un satélite de M = 10 t, en reposo respecto a la Tierra, debe modificar su órbita. Para eso, dispone de propulsores que emiten 1 kg de gas cada segundo a 3,5 km/s. Halla:

a) El impulso del satélite en una ignición de 3 s.

b) La velocidad con que se moverá el satélite respecto a la Tierra al finalizar la ignición.

a) El impulso sobre el satélite será igual a la variación de su momento lineal:

$$\mathbf{I}_{sat} = \Delta\mathbf{p}_{sat}$$

Como no existen fuerzas externas sobre el sistema formado por el satélite y los gases de los propulsores, la variación del momento lineal de ambos serán iguales en módulo y dirección pero de sentidos contrarios:

$$\mathbf{I}_{sat} = \Delta\mathbf{p}_{sat} = -\Delta\mathbf{p}_{gas}$$

La masa de gases que salen a la velocidad de 3 500 m/s, del propulsor en tres segundos será m = 3 kg. Por tanto:

$$\mathbf{I}_{sat} = -(m_{gas} \cdot v_{gas}, 0) = -(3 \cdot 3\ 500, 0) = -(10\ 500, 0) \text{ kg m/s}$$

El impulso sobre el satélite vale 10 500 N s, tiene la dirección de salida de los gases y sentido contrario.

b) Si el satélite parte del reposo, la velocidad que adquiere en tres segundos será:

$$\mathbf{I}_{sat} = (M - m) \cdot \mathbf{v} - 0 \quad \rightarrow \quad -(10\ 500, 0) \text{ (kg m/s)} = (10\ 000 - 3) \text{ (kg)} \cdot \mathbf{v} \quad \rightarrow \quad \mathbf{v} = -(1{,}05, 0) \text{ m/s}$$

La velocidad al cabo de tres segundos vale 1,05 m/s, la dirección es la misma que la de salida de los gases y el sentido contrario. El satélite seguirá un movimiento rectilíneo uniforme hasta que vuelva a utilizar el propulsor.

17 Explica qué es un dinamómetro y cómo se calibra.

Es un resorte o muelle, uno de cuyos extremos se fija en un soporte que puede ser un tubo transparente. Al ejercer una fuerza en el otro extremo, el resorte se alarga proporcionalmente a la fuerza aplicada. Si se mide esta fuerza, tirando con otro dinamómetro calibrado, se puede marcar la misma en una escala de papel pegada al tubo. De esta forma, el resorte puede ser utilizado como un dinamómetro calibrado.

18 El resorte de un dinamómetro de laboratorio se ha alargado 11,7 cm a tope de escala, que es 2 N. ¿Cuál es la constante del resorte con el que ha sido fabricado ese dinamómetro? ¿Cuánto se alargará al aplicarle la fuerza de 0,4 N?

La constante del resorte será:

$$F = k \cdot x \quad \rightarrow \quad k = \frac{F}{x} = \frac{2}{11{,}7 \cdot 10^{-2}} = 17{,}1 \text{ N/m}$$

El alargamiento será:

$$x = \frac{F}{k} = \frac{0{,}4}{17{,}1} = 0{,}023 \text{ m} = 2{,}3 \text{ cm}$$

19 Se tienen dos muelles de igual longitud, pero de constantes k_1 = 20 N/m y k_2 = 100 N/m, respectivamente.

a) ¿Que fuerza hay que realizar para alargar cada uno 10 cm?

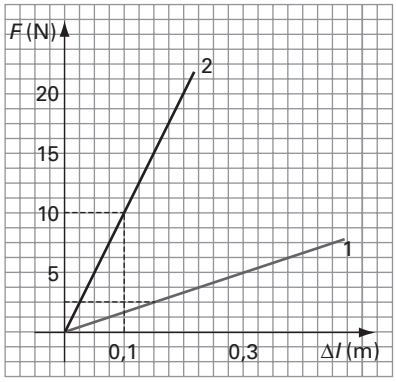
b) Representa en la misma gráfica las intensidades de las fuerzas en función de los alargamientos producidos por ambos muelles.

c) ¿Cuál escogerías para construir un dinamómetro que sirva para medir fuerzas mas bien pequeñas?

a) Las fuerzas respectivas serán:

$$F_1 = k_1 \cdot x = 20 \cdot 0{,}10 = 2 \text{ N}; \quad F_2 = k_2 \cdot x = 100 \cdot 0{,}10 = 10 \text{ N}$$

b)



c) Escogería el muelle con menor constante, es decir, el 1. Ya que la misma fuerza produce mayores alargamientos.

20 Un muelle horizontal de longitud l_0 se comprime aplicando una fuerza de 50 N, hasta que su longitud es de 15 cm. Si le aplicamos una fuerza de 100 N, su longitud queda reducida a 5 cm.

a) ¿Cuál es la longitud inicial del muelle?

b) ¿Cuánto vale su constante?

Cuando comprimimos el muelle de constante k, con F = 50 N, hasta que la longitud es l = 0,15 m, tendremos:

$$F = k \cdot (l_0 - l) \quad \rightarrow \quad 50 = k \cdot (l_0 - 0{,}15)$$

Si aplicamos F = 100 N, la longitud queda en l' = 0,05 m.

$$100 = k \cdot (l_0 - 0{,}05)$$

Resolviendo el sistema formado por estas dos ecuaciones obtenemos:

$$l_0 = 0{,}25 \text{ m}; \quad k = 500 \text{ N/m}$$

21 Un dinamómetro se alarga 4 cm a tope de escala, que es 1 N. ¿Cuál es su constante de recuperación y cuánto marca si se alarga 2,5 cm?

La constante del resorte será:

$$F = k \cdot x \quad \rightarrow \quad k = \frac{F}{x} = \frac{1}{4 \cdot 10^{-2}} = 25 \text{ N/m}$$

La fuerza será:

$$F = k \cdot x = 25 \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-2} = 0{,}63 \text{ N}$$

22 Un resorte de 30 cm se alarga 5 cm al aplicarle una fuerza de 2,5 N. Calcula la constante en el SI y la longitud del resorte cuando se le aplica otra fuerza de 4 N.

La constante del resorte será:

$$F = k \cdot x \quad \rightarrow \quad k = \frac{F}{x} = \frac{2{,}5}{5 \cdot 10^{-2}} = 50 \text{ N/m}$$

La deformación para una fuerza de 4 N será:

$$x = \frac{F}{k} = \frac{4}{50} = 0{,}08 \text{ m} = 8 \text{ cm}$$

La longitud del muelle es:

$$\Delta l = l - l_0 \quad \rightarrow \quad l = \Delta l + l_0 = 8 + 30 = 38 \text{ cm}$$

23 ¿Qué factores influyen en el valor de la gravedad sobre la superficie de la Tierra? ¿En qué unidad se mide la gravedad?

La gravedad sobre la superficie terrestre depende de la distancia al centro de la Tierra, por tanto, depende de la longitud y latitud del punto sobre la superficie terrestre.
El valor medio en el SI es $g = 9{,}8065$ m/s^2.

24 En realidad, la superficie terrestre no es una esfera perfecta: hay montañas y simas; además, está algo achatada en los polos. ¿Dónde pesa más un cuerpo?

a) En la cima de una montaña o a nivel del mar.

b) En el Ecuador o en los polos.

El valor de la aceleración de la gravedad es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia desde el centro de la Tierra al punto de la superficie. Por tanto, es mayor en las simas que en las montañas y mayor en los polos que en el Ecuador.

25 ¿Dónde produciría más impacto un objeto cayendo desde la misma altura, en la Luna o en la Tierra? (Datos: $g_T = 9{,}81$ m/s^2; $g_L = 1{,}63$ m/s^2).

El objeto en caída libre desde una determinada altura, h, llegará al suelo con mayor velocidad en la Tierra ya que la aceleración es mayor en el planeta.

$$v = \sqrt{2\, g \cdot h} \quad \rightarrow \quad v_T > v_L$$

Al final de la caída la velocidad en cualquier caso es cero. En consecuencia, en la Tierra la variación del momento lineal del objeto será mayor y, por tanto, el impulso comunicado al suelo.

$$\Delta p_T > \Delta p_L \quad \rightarrow \quad I_T > I_L$$

26 El peso de un cuerpo en la Luna es de 400 N. ¿Cuánto pesará ese cuerpo en la Tierra? (Dato: gravedad en la Luna $g_L = 1{,}63$ m/s^2).

La masa de un cuerpo es una propiedad intrínseca del cuerpo, es decir, la masa del cuerpo no varía por el hecho de estar en la Luna o en la Tierra o en cualquier otro lugar, por consiguiente:

$$P_L = m \cdot g_L; \quad P_T = m \cdot g_T$$

Dividiendo estas dos relaciones obtenemos:

$$\frac{P_T}{P_L} = \frac{m \cdot g_T}{m \cdot g_L} = \frac{g_T}{g_L} = 6{,}02$$

En consecuencia:

$$P_T = 6{,}02 \cdot P_L = 6{,}02 \cdot 400 = 2\ 408 \text{ N}$$

27 Dos cuerpos de igual masa caen desde 1 000 m del suelo lunar y terrestre, respectivamente. Si no se tiene en cuenta el rozamiento en la atmósfera terrestre, ¿en qué relación se encuentran las velocidades al llegar al suelo? ¿Influye la masa? (Datos: $g_T = 9{,}81$ m/s^2; $g_L = 1{,}63$ m/s^2).

La velocidad en caída libre desde una altura h es $v = \sqrt{2\,g \cdot h}$. Por tanto, la relación de las velocidades al llegar al suelo en la Tierra y en la Luna será:

$$\frac{v_T}{v_L} = \sqrt{\frac{2g_T \cdot h}{2g_L \cdot h}} = \sqrt{\frac{g_T}{g_L}} = \sqrt{\frac{9{,}81}{1{,}63}} = 2{,}45 \quad \rightarrow \quad v_T = 2{,}45\ v_L$$

El resultado es independiente de la masa de los cuerpos.

28 ¿A qué distancia estarán situadas dos grandes esferas suspendidas del techo si cada una posee una masa de 1 t para que se atraigan con una fuerza de 1 μN?

La fuerza de atracción gravitatoria entre las dos masas, $m = 1\ 000$ kg, tiene un valor de:

$$F = G \cdot \frac{m \cdot m}{r^2}$$

Si conocemos el valor de la fuerza, $F = 1 \cdot 10^{-6}$ N, la distancia será:

$$r = \sqrt{\frac{G \cdot m \cdot m}{F}} = \sqrt{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 1\ 000 \cdot 1\ 000}{1 \cdot 10^{-6}}} = 8 \text{ m}$$

29 El peso de un cuerpo en la Tierra, donde $g = 9{,}81$ m/s^2, es 800 N. ¿Cuál es su masa y el peso en la superficie de Júpiter? (Dato: $g_J = 25{,}10$ m/s^2).

El peso en la Tierra de un cuerpo de masa m es:

$$P_T = m \cdot g_T \quad \rightarrow \quad m = \frac{P_T}{g_T} = \frac{800}{9{,}81} = 81{,}55 \text{ kg}$$

La masa de un cuerpo es propiedad intrínseca del mismo, en consecuencia el peso en Júpiter será:

$$P_J = m \cdot g_J = 81{,}55 \cdot 25{,}10 = 2\ 047 \text{ N}$$

30 Enuncia el principio de inercia. ¿Es posible que una partícula en movimiento esté en equilibrio?

Si sobre un cuerpo no actúan fuerzas o la suma de las que actúan es cero, mantiene el estado de reposo o movimiento rectilíneo uniforme.

Si, si el movimiento es rectilíneo y uniforme.

31 ¿Qué entiendes por masa inercial de un cuerpo? ¿Es absolutamente cierto que la masa inercial es constante?

Es una propiedad de los cuerpos que mide su oposición *a* que se altere su estado de movimiento. Se mide en SI en kilogramos.

Representa la constante de proporcionalidad entre las fuerzas aplicadas y la aceleración que producen.

Según la teoría de la relatividad, la masa aumenta con la velocidad, cuando esta es cercana a la velocidad de la luz en el vacío.

32 Explica si son verdaderas o falsas las afirmaciones siguientes:

a) Si un cuerpo se mueve, está sometido a una fuerza.

b) Para que un cuerpo en reposo adquiera movimiento es necesario aplicar una fuerza.

c) Si un cuerpo se mueve con velocidad constante en una trayectoria curva, la suma de fuerzas sobre él es cero.

a) Falsa. El principio de inercia dice que es posible el movimiento sin que existan fuerzas aplicadas o que la suma de las fuerzas aplicadas sea cero.

b) Verdadera. Las fuerzas son las causas de los cambios de movimiento.

c) Falsa. Cualquier movimiento no rectilíneo es acelerado, en consecuencia la fuerza neta no puede ser cero.

33 Viajas en el asiento posterior de un automóvil. De pronto, el conductor toma una curva a la izquierda a gran velocidad. ¿Por qué eres desplazado? ¿Hacia dónde?

Porque por la 1.ª ley de Newton tú tiendes a seguir con MRU mientras que el coche ha girado hacia la izquierda. Por eso, tú «chocas» con la puerta derecha.

34 Un pequeño péndulo va suspendido en el techo de un automóvil. Indica qué dirección tiene el hilo:

a) Cuando arranca el automóvil.

b) Cuando se mueve con velocidad constante.

c) Al frenar y disminuir su velocidad.

En los sistemas no inerciales existen fuerzas de inercia cuya dirección es la misma que la de la aceleración y sentido opuesto, por tanto:

a) Hacia atrás, debido a la fuerza de inercia en sentido opuesto a la aceleración.

b) Vertical. El sistema es inercial, por tanto no existen aceleraciones.

c) Hacia delante, debido a la fuerza de inercia en sentido contrario a la aceleración.

35 ¿Puede ser curva la trayectoria de un cuerpo si no actúa ninguna fuerza sobre él?

No. Si la trayectoria es curva, la dirección del vector velocidad varía, en consecuencia, existe aceleración y, por tanto, debe haber alguna fuerza que la origine.

36 Cuando arranca el autobús, ¿hacia dónde te vas tú? ¿Y cuándo para?

Cuando arranca, como estoy en reposo, mantengo este estado de forma que el autobús se va y yo me quedo atrás respecto de él, aunque no respecto de la calle.

Cuando para, como estoy en movimiento, mantengo este estado de forma que el autobús se para y yo sigo hacia adelante.

37 En el espacio, aplicamos la misma fuerza a dos cuerpos aparentemente iguales; sin embargo, uno se acelera el doble que el otro, ¿cuál será la causa?

El valor de la fuerza aplicada sobre cada cuerpo será:

$$F = m_1 \cdot a_1; \qquad F = m_2 \cdot a_2$$

Por tanto:

$$m_1 \cdot a_1 = m_2 \cdot a_2$$

Si, por ejemplo, el cuerpo 2 se acelera el doble que el 1, $a_2 = 2\ a_1$:

$$m_1 \cdot a_1 = m_2 \cdot 2\ a_1 \quad \rightarrow \quad m_1 = 2\ m_2$$

La masa del cuerpo 1 es el doble que la del 2.

38 Halla la fuerza necesaria para detener en 8 s con aceleración constante:

a) Un camión de 3 t que marcha a la velocidad de 80 km/h por una carretera recta y horizontal.

b) Una pelota de 500 g que va con una velocidad de las mismas características que el camión del apartado anterior.

La velocidad expresada en el SI sería:

$$v_0 = 80 \text{ km/h} = 22{,}2 \text{ m/s}$$

La aceleración para detener un móvil, $v = 0$, con esta velocidad inicial y esa aceleración es:

$$v - v_0 = a \cdot t \quad \rightarrow \quad a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{0 - 22{,}2}{8} = -2{,}8 \text{ m/s}^2$$

a) La fuerza que hay que ejercer sobre el camión para pararlo será:

$$F = M \cdot a = 3\,000 \cdot (-2{,}8) = -8\,400 \text{ N}$$

b) En el caso de la pelota:

$$F = m \cdot a = 0{,}5 \cdot (-2{,}8) = -1{,}4 \text{ N}$$

39 Un coche de 500 kg, que se mueve con velocidad constante de 120 km/h entra en una curva circular de 80 m de radio.

a) ¿Qué tipo de aceleración lleva? Indica su dirección y sentido.

b) ¿Qué fuerza habrá que ejercer sobre el coche para que no se salga de la curva?

c) ¿Quién ejerce esta fuerza sobre el coche?

La velocidad expresada en el SI sería:

$$v = 120 \text{ km/h} = 33{,}3 \text{ m/s}$$

a) La aceleración que tiene el coche es centrípeta. La dirección es la del radio de la curva y el sentido hacia el centro de la circunferencia con que está trazada.

b) La fuerza es:

$$F = m \cdot \frac{v^2}{R} = 500 \cdot \frac{33{,}3^2}{80} = 6\,930{,}6 \text{ N}$$

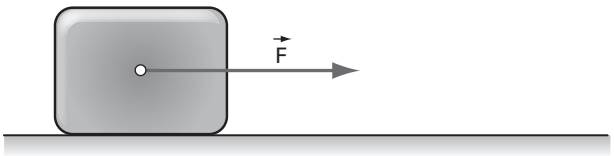
c) La fuerza la debe ejercer el suelo sobre las ruedas del vehículo.

40 ¿Con qué fuerza hay que impulsar verticalmente un cohete de 300 t, para que suba con aceleración de 11 m/s^2?

Si llamamos $F\,a$ la fuerza aplicada, la fuerza total en el eje del movimiento será: $F - P$, por tanto:

$$F - P = m \cdot a \quad \rightarrow \quad F = P + m \cdot a = m \cdot g + m \cdot a = m \cdot (g + a) = 300\,000 \cdot (9{,}81 + 11) = 6\,243\,000 \text{ N}$$

41 A un cuerpo de 20 kg le aplicamos una fuerza de 98 N. Halla la aceleración del cuerpo. ¿Qué velocidad tendrá a los 5 s?



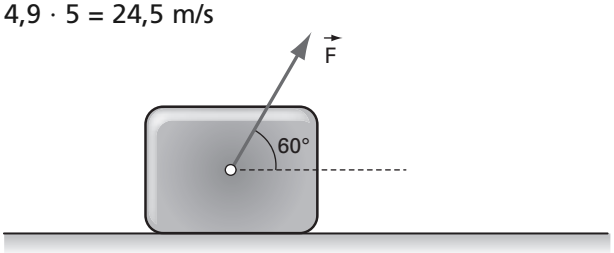
Aplicando el segundo principio:

$$F = m \cdot a \quad \rightarrow \quad a = \frac{F}{m} = \frac{98}{20} = 4{,}9 \text{ m/s}^2$$

El cuerpo sigue, por tanto, un movimiento uniformemente acelerado. Su velocidad será:

$$v = a \cdot t \quad \rightarrow \quad v = 4{,}9 \cdot 5 = 24{,}5 \text{ m/s}$$

42 ¿Durante cuánto tiempo ha actuado una fuerza de 60 N inclinada 60° respecto a la horizontal, sobre una masa de 40 kg, para que alcance una velocidad de 10 m/s?



La fuerza en la dirección del movimiento es $F_x = F \cdot \cos 60°$.

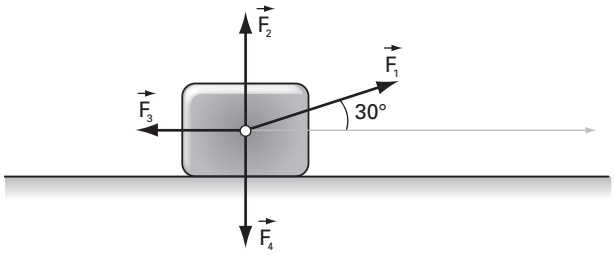
Aplicando el segundo principio sobre el eje del movimiento:

$$F_x = m \cdot a \quad \rightarrow \quad a = \frac{F_x}{m} = \frac{F \cdot \cos 60°}{m} = \frac{60 \cdot \cos 60°}{40} = 0{,}75 \text{ m/s}^2$$

El cuerpo sigue, por tanto, un movimiento uniformemente acelerado. En consecuencia:

$$v - v_0 = a \cdot t \quad \rightarrow \quad t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{10 - 0}{0{,}75} = 13{,}3 \text{ s}$$

43 El cuerpo de la figura tiene una masa de 10 kg. Calcula la aceleración sabiendo que: F_1 = 50 N; F_2 =75 N; F_3 = 20 N; F_4 = 100 N.



La suma de fuerzas será:

$$\mathbf{F}_T = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_3 + \mathbf{F}_4$$

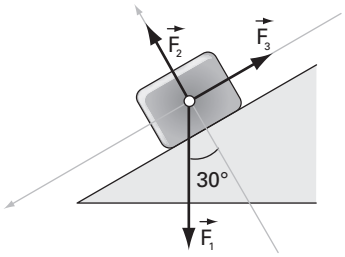
$$\mathbf{F}_T = (F_1 \cdot \cos 30°, F_1 \cdot \sin 30°) + (0, 75) + (-20, 0) + (0, -100)$$

$$\mathbf{F}_T = (43{,}30, 25) + (0, 75) + (-20, 0) + (0, -100) = (23{,}3, 0)$$

Para calcular la aceleración:

$$\mathbf{F}_T = m \cdot \mathbf{a} \quad \rightarrow \quad \mathbf{a} = \frac{\mathbf{F}_T}{m} = (2{,}33, 0) \text{ m/s}^2; \qquad a = 2{,}33 \text{ m/s}$$

44 El cuerpo de la figura tiene una masa de 10 kg. Calcula la aceleración sabiendo que: F_1 = 100 N; F_2 = 86,6 N y F_3 = 30 N.



La suma de fuerzas será:

$$\mathbf{F}_T = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_3$$

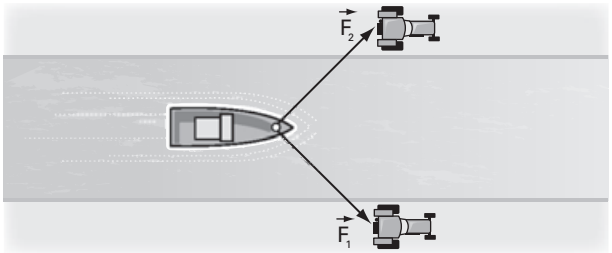
$$\mathbf{F}_T = (F_1 \cdot \sin 30°, -F_1 \cdot \cos 30°) + (0, 86{,}6) + (-30, 0)$$

$$\mathbf{F}_T = (50, -86{,}6) + (0, 86{,}6) + (-30, 0) = (20, 0)$$

Para calcular la aceleración:

$$\mathbf{F}_T = m \cdot \mathbf{a} \quad \rightarrow \quad \mathbf{a} = \frac{\mathbf{F}_T}{m} = (2, 0) \text{ m/s}^2; \qquad a = 2 \text{ m/s}^2$$

45 Dos tractores que están paralelos a las orillas de un canal, tiran de un bote de 200 kg mediante cables que forman un ángulo de 90º entre sí. Los valores de las fuerzas aplicadas sobre el bote son 3 000 N y 2 500 N. Calcula las coordenadas cartesianas de la aceleración del bote, su módulo y su dirección.



Si tomamos como ejes las direcciones de las fuerzas, la fuerza total sería:

$$\mathbf{F}_T = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 = (3\ 000,\ 0) + (0,\ 2\ 500) = (3\ 000,\ 2\ 500)\ \text{N}$$

Para calcular la aceleración:

$$\mathbf{F}_T = m \cdot \mathbf{a} \quad \rightarrow \quad \mathbf{a} = \frac{\mathbf{F}_T}{m} = (15,\ 12{,}5)\ \text{m/s}^2$$

El módulo sería:

$$a = \sqrt{15^2 + 12{,}5^2} = 19{,}5\ \text{m/s}^2$$

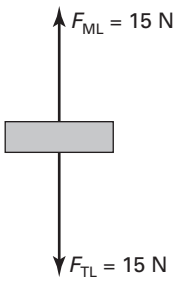
La dirección respecto de $\mathbf{F}_1$ se obtiene a partir de la tangente:

$$\tan \alpha = \frac{12{,}5}{15} = 0{,}83 \quad \rightarrow \quad \alpha = 39{,}8°$$

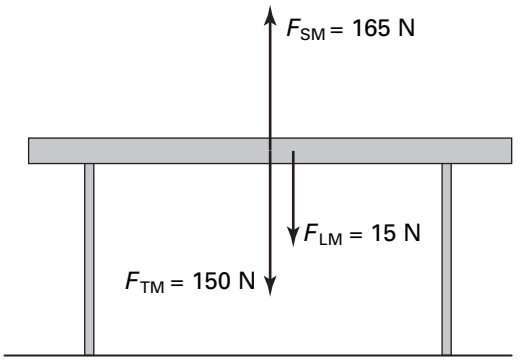
46 Estudia el equilibrio de fuerzas aplicadas sobre un libro de 15 N de peso que está encima de una mesa de 150 N. Indica por separado las fuerzas aplicadas sobre el libro y sobre la mesa. ¿Qué ejerce cada fuerza? ¿Sobre qué se aplica?

Sobre el libro están:

- La fuerza que la Tierra ejerce sobre el libro, F_{TL} = 15 N, en la dirección del radio terrestre y sentido hacia el centro de la Tierra.
- La fuerza que la mesa ejerce sobre el libro, F_{ML} = 15 N, perpendicular a la mesa y hacia arriba.



Sobre la mesa se aplican:

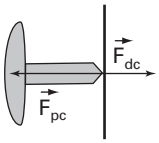


- La fuerza que la Tierra ejerce sobre la mesa, F_{TM} = 150 N, en la dirección del radio terrestre y sentido hacia el centro de la Tierra.
- La fuerza que el libro ejerce sobre la mesa, F_{LM} = 15 N, perpendicular a la mesa y hacia abajo.
- La fuerza que el suelo ejerce sobre la mesa con el libro, F_{SM} = 165 N, perpendicular al suelo y hacia arriba.

47 Si a toda acción se opone otra de sentido contrario y de igual intensidad, ¿cómo se produce el movimiento?

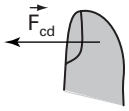
La razón está en que la acción y la reacción se aplican en cuerpos diferentes, de forma que sobre un cuerpo no se anulan nunca.

48 Estudia las fuerzas aplicadas sobre una chincheta cuando la clavas con el dedo en una pared. Indica por separado las fuerzas aplicadas sobre la pared, la chincheta y el dedo. ¿Por qué penetra la chincheta en la pared?



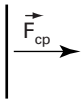
Las fuerzas sobre la chincheta son:

- La que ejerce el dedo sobre ella, $\mathbf{F}_{dc}$.
- La fuerza de resistencia que ejerce la pared sobre ella, $\mathbf{F}_{pc}$.



Sobre el dedo la reacción será la fuerza que la chincheta ejerce sobre él, $\mathbf{F}_{cd} = -\mathbf{F}_{dc}$. Esta fuerza la debe compensar los apoyos que tiene la persona que está intentando clavar la chincheta.

Sobre la pared la reacción será la fuerza que la chincheta ejerce sobre ella, $\mathbf{F}_{cp} = -\mathbf{F}_{pc}$. Esta fuerza la debe compensar los anclajes de la pared a los muros.



Para que la chincheta entre en la pared se debe cumplir la siguiente condición entre los módulos de estas fuerzas

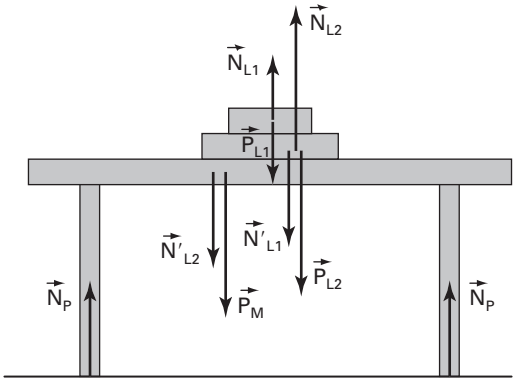
$$F_{dc} > F_{pc}$$

49 Tenemos dos libros colocados uno encima del otro, de masas $m_1 = 0{,}5$ kg y $m_2 = 1{,}5$ kg, ambos sobre una mesa de masa $M = 20$ kg.

a) Dibuja, indicando quién la ejerce, cada una de las fuerzas que actúan sobre la mesa y los libros.

b) Calcula cada una de las fuerzas y comprueba que el sistema se encuentra en equilibrio. (Dato: $g = 10$ m/s^2.)

a) Aplicando el tercer principio de Newton cada pareja de cuerpos interacciona ejerciéndose fuerzas iguales y de sentidos contrarios.



Las fuerzas sobre el libro 1 serán:

- El peso $\mathbf{P}_{L1}$ que ejerce sobre él la Tierra.
- La normal que ejerce el libro de apoyo, $\mathbf{N}_{L1}$.

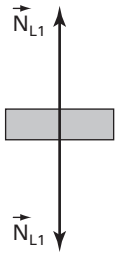
Sobre el libro 2:

- El peso $\mathbf{P}_{L2}$ que ejerce sobre él la Tierra.
- La reacción de $\mathbf{N}_{L1}$, ejercida por el libro L_1.
- La normal que ejerce la mesa de apoyo, $\mathbf{N}_{L2}$.

Sobre la mesa:

- El peso de la mesa $\mathbf{P}_M$ ejercido por la Tierra.
- Las reacciones del suelo sobre cada una de las cuatro patas de la mesa $\mathbf{N}_M = 4\ \mathbf{N}_P$.
- La reacción de $\mathbf{N}_{L2}$, ejercida por el libro L_2.

b) Las fuerzas sobre el libro 1 serán:

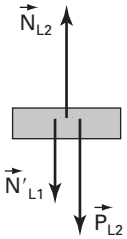


- El peso: $\mathbf{P}_{L1} = m_1 \cdot \mathbf{g} = 0{,}5 \cdot (0, -10) = (0, -5)$ N.
- La normal que sujeta al libro 1, será igual y de sentido contrario: $\mathbf{N}_{L1} = (0{,}5)$ N.

De forma que sobre el libro 1 la suma de fuerzas es cero:

$$\mathbf{P}_{L1} + \mathbf{N}_{L1} = 0$$

Sobre el libro 2:

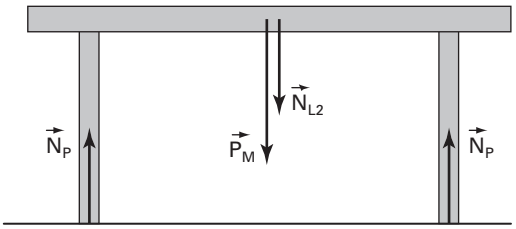


- El peso: $\mathbf{P}_{L2} = m_2 \cdot \mathbf{g} = 1{,}5 \cdot (0, -10) = (0, -15)$ N.
- La reacción de $\mathbf{N}'_{L1}$, ejercida por el libro L_1, en la misma dirección y sentido contrario que $\mathbf{N}_{L1}$: $\mathbf{N}'_{L1} = (0, -5)$ N.
- La normal que ejerce la superficie de apoyo y que sujeta ambos libros: $\mathbf{N}_{L2} = (0, 20)$ N.

De forma que sobre el libro 2 la suma de fuerzas es cero:

$$\mathbf{P}_{L2} + \mathbf{N}'_{L1} + \mathbf{N}_{L2} = 0$$

Sobre la mesa:



- El peso de la mesa: $\mathbf{P}_M = M \cdot \mathbf{g} = 20 \cdot (0, -10) = (0, -200)$ N.
- Las reacciones del suelo que sujetan la mesa y los libros: $\mathbf{N}_M = (0, 4 \cdot N_P) = (0, 220)$ N.
- La reacción de $\mathbf{N}_{L2}$, ejercida por el libro L_2, en la misma dirección y sentido contrario a $\mathbf{N}_{L2}$: $\mathbf{N}'_{L2} = (0, -20)$ N.

De forma que sobre la mesa la suma de fuerzas es cero:

$$\mathbf{P}_M + \mathbf{N}_M + \mathbf{N}'_{L2} = 0$$

50 Demuestra que el impulso mecánico posee la misma ecuación de dimensiones que el momento lineal.

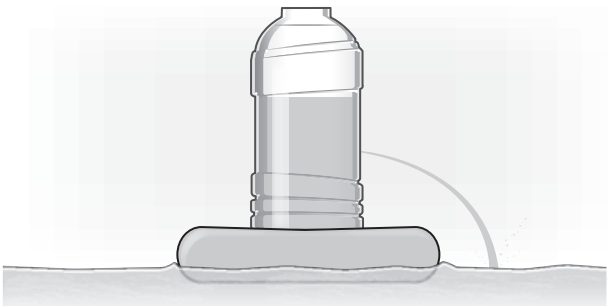
El impulso mecánico, **I**, se define como el producto de las fuerzas aplicadas por el intervalo de tiempo durante el cual se aplican.

$$\mathbf{I} = \mathbf{F} \cdot \Delta t$$

La ecuación de dimensiones del momento lineal es: $[p] = M \cdot L \cdot T^{-1}$.

Y la del impulso mecánico: $[I] = [F] \cdot T = M \cdot L \cdot T^{-2} \cdot T = M \cdot L \cdot T^{-1} = [p]$.

51 Estás en una piscina. Sobre un flotador colocas una garrafa de plástico llena de agua. Después haces un agujero en la garrafa, por el cual empieza a salir agua. El flotador y la garrafa se ponen en movimiento. ¿Hacia dónde? ¿Por qué?



El momento lineal del sistema se conserva, en consecuencia, la garrafa se pondrá en movimiento hacia la izquierda.

En efecto si tomamos sentido positivo el de la salida del agua, el momento lineal del sistema en el momento inicial será cero:

$$\mathbf{p}_i = 0$$

Al salir el agua el momento lineal del sistema será:

$$\mathbf{p}_f = m_g \cdot \mathbf{v}_g + m_a \cdot \mathbf{v}_a$$

Como esta magnitud se conserva:

$$\mathbf{p}_i = \mathbf{p}_f \quad \rightarrow \quad 0 = m_g \cdot \mathbf{v}_g + m_a \cdot \mathbf{v}_a \quad \rightarrow \quad \mathbf{v}_g = \frac{-m_a \cdot \mathbf{v}_a}{m_g}$$

52 La ecuación del movimiento de un cuerpo de 2 kg, expresada en unidades internacionales, es: $x = 3\ t + 2\ t^2$. Calcula:

a) El momento lineal en los instantes $t_1 = 3$ s y $t_2 = 5$ s.

b) La fuerza neta que actúa sobre él en ese intervalo de tiempo.

a) La ecuación corresponde a un MRUA, donde $v_0 = 3$ m/s y $a = 4$ m/s^2. Por tanto, la ecuación de la velocidad será:

$$v = 3 + 4\ t$$

La velocidad en los instantes $t_1 = 3$ s y $t_2 = 5$ s, serán:

$$v_1 = 3 + 4 \cdot 3 = 15 \text{ m/s}; \quad v_2 = 3 + 4 \cdot 5 = 23 \text{ m/s}$$

Los momentos lineales serán respectivamente:

$$p_1 = m \cdot v_1 = 2 \cdot 15 = 30 \text{ kg m/s}; \quad p_2 = m \cdot v_2 = 2 \cdot 23 = 46 \text{ kg m/s}$$

b) La fuerza es:

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{p_2 - p_1}{t_2 - t_2} = \frac{46 - 30}{5 - 3} = 8 \text{ N}$$

53 Miguel se encuentra en un lago helado y realiza 20 disparos en 4 s con un fusil de fogueo. Si Miguel con su equipo tiene una masa de 80 kg y cada proyectil tiene una masa de 40 g, calcula, sabiendo que la velocidad de los proyectiles es de 400 m/s:

a) El impulso experimentado por Miguel.

b) La velocidad con que es impulsado.

c) La fuerza media.

a) y **b)** En los ejercicios de disparos por armas de fuego el momento lineal del sistema se conserva ya que las fuerzas que actúan son internas al sistema.

En el estado inicial tanto Miguel como los proyectiles están en reposo, por tanto el momento lineal del sistema será:

$$\mathbf{p}_i = 0\ \mathbf{i}$$

Después del disparo hay dos cuerpos en movimiento, sus momentos lineales serán:

$$\mathbf{p}_p = 20\ m_p \cdot v_p\ \mathbf{i}$$
$$\mathbf{p}_{Mig} = -m_{Mig} \cdot v_{Mig}\ \mathbf{i}$$

El momento lineal del sistema será:

$$\mathbf{p}_f = (20\ m_p \cdot v_p - m_{Mig} \cdot v_{Mig})\ \mathbf{i}$$

El momento lineal del sistema se conserva:

$$\mathbf{p}_i = \mathbf{p}_f \quad \rightarrow \quad 0 = 20\ m_p \cdot v_p - m_{Mig} \cdot v_{Mig}$$

Despejando la velocidad de retroceso de Miguel:

$$v_{Mig} = \frac{20\ m_p \cdot v_p}{m_{Mig}}$$

La masa de Miguel con su equipo después de haber disparado 20 proyectiles de 0,04 kg cada uno será:

$$m_{Mig} = 80 - 20 \cdot 0{,}04 = 79{,}2 \text{ kg}$$

$$v_{Mig} = \frac{20 \cdot 0{,}04 \cdot 400}{79{,}2} = 4{,}04 \text{ m/s}$$

El impulso tiene que ser igual a la variación del momento lineal de Miguel:

$$\mathbf{I} = \Delta\mathbf{p}_{Mig} = -m_{Mig} \cdot v_{Mig}\,\mathbf{i} - 0\,\mathbf{i} = -79{,}2 \cdot 4{,}04\,\mathbf{i} = -320\,\mathbf{i} \text{ N s}; \qquad I = -320 \text{ N s}$$

c) La fuerza media se puede calcular a partir del teorema del impulso mecánico:

$$\mathbf{F} \cdot \Delta t = \Delta\mathbf{p}_{Mig} \quad \rightarrow \quad \mathbf{F} = \frac{\Delta\mathbf{p}_{Mig}}{\Delta t}$$

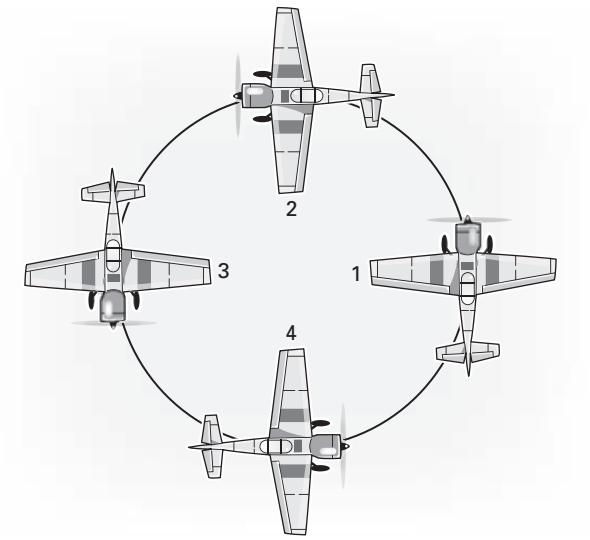
Sustituyendo valores:

$$\mathbf{F} = \frac{-320\,\mathbf{i}}{4} = -80\,\mathbf{i} \text{ N}; \qquad F = -80 \text{ N}$$

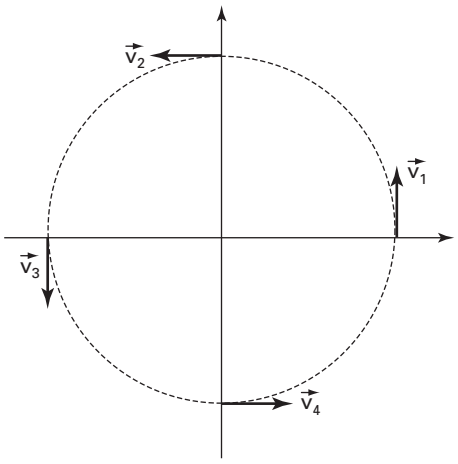
54 Un avión de aeromodelismo de 10 kg sigue un movimiento circular uniforme con una velocidad lineal constante de 5 m/s.

a) Calcula el vector momento lineal **p** del cuerpo cuando se encuentra en las posiciones de la figura.

b) Halla y dibuja las variaciones del momento lineal $\Delta\mathbf{p}$ entre la posición inicial y las otras tres posiciones.



a) En el sistema de la figura tenemos:



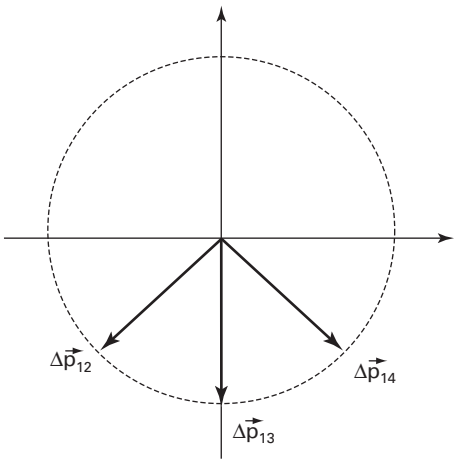
$$\mathbf{p}_1 = m \cdot \mathbf{v}_1 = 10 \cdot 5\,\mathbf{j} = 50\,\mathbf{j} \text{ kg m/s}$$

$$\mathbf{p}_2 = m \cdot \mathbf{v}_2 = 10 \cdot (-5\,\mathbf{i}) = -50\,\mathbf{i} \text{ kg m/s}$$

$$\mathbf{p}_3 = m \cdot \mathbf{v}_3 = 10 \cdot (-5\,\mathbf{j}) = -50\,\mathbf{j} \text{ kg m/s}$$

$$\mathbf{p}_4 = m \cdot \mathbf{v}_4 = 10 \cdot 5\,\mathbf{i} = 50\,\mathbf{i} \text{ kg m/s}$$

b) Las variaciones del momento lineal son:



$\Delta\mathbf{p}_{12} = \mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1 = -50\ \mathbf{i} - 50\ \mathbf{j}$ kg m/s

$\Delta\mathbf{p}_{13} = \mathbf{p}_3 - \mathbf{p}_1 = -50\ \mathbf{j} - 50\ \mathbf{j} = -100\ \mathbf{j}$ kg m/s

$\Delta\mathbf{p}_{14} = \mathbf{p}_4 - \mathbf{p}_1 = 50\ \mathbf{i} - 50\ \mathbf{j}$ kg m/s

55 Un cuerpo de 1 kg cae desde 10 m de altura sin velocidad inicial. ¿Ha variado su momento lineal en el momento que toca en el suelo? ¿En cuánto?

El momento lineal inicial, si parte con velocidad inicial cero, sería: $p_i = m \cdot v_0 = 0$ kg m/s.
Al llegar al suelo, lleva una velocidad:

$$v = \sqrt{2\,g \cdot h} = \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot 10} = 14 \text{ m/s}$$

Por tanto, el momento lineal en este instante sería:

$$p_f = m \cdot v = 2 \cdot 14 = 28 \text{ kg m/s}$$

La variación del momento lineal es:

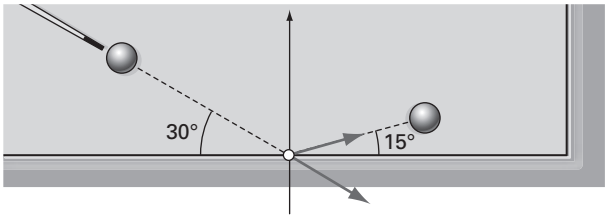
$$\Delta p = p_f - p_i = 28 - 0 = 28 \text{ kg m/s}$$

56 En una mesa de billar, una de las bolas, de 0,2 kg, se impulsa hacia la banda con una velocidad de 0,70 m/s, formando un ángulo de 30º con la banda. Rebota, saliendo con un ángulo de 15º y con velocidad de 0,20 m/s. Halla:

a) Los momentos lineales de la bola antes y después del choque.

b) La variación del momento lineal de la bola.

c) La fuerza media durante el choque con la banda si la interacción duró 0,13 s.



a) Antes de chocar con la banda, el momento lineal de la bola será:

$$\mathbf{p}_i = m \cdot \mathbf{v}_i$$

El vector velocidad en el sistema de referencia indicado en la figura será:

$$\mathbf{v}_i = v_i \cdot \cos 30°\ \mathbf{i} - v_i \cdot \sin 30°\ \mathbf{j}$$

Por tanto, el momento lineal inicial será:

$$\mathbf{p}_i = m \cdot v_i \cdot \cos 30°\ \mathbf{i} - m \cdot v_i \cdot \sin 30°\ \mathbf{j}$$

Sustituyendo los datos:

$$\mathbf{p}_i = 0{,}20 \cdot 0{,}70 \cdot \cos 30°\ \mathbf{i} - 0{,}20 \cdot 0{,}70 \cdot \sin 30°\ \mathbf{j} \quad \rightarrow \quad \mathbf{p}_i = 0{,}12\ \mathbf{i} - 0{,}07\ \mathbf{j} \text{ kg m/s}$$

El módulo es:

$$p_i = \sqrt{(0{,}12)^2 + (-0{,}07)^2} = 0{,}14 \text{ kg m/s}$$

Después del choque con la banda, el momento lineal de la bola será:

$$\mathbf{p}_f = m \cdot \mathbf{v}_f$$

El vector velocidad en el mismo sistema de referencia será:

$$\mathbf{v}_f = v_f \cdot \cos 15° \, \mathbf{i} + v_f \cdot \sin 15° \, \mathbf{j}$$

Por tanto el momento lineal final será:

$$\mathbf{p}_f = m \cdot v_f \cdot \cos 15° \, \mathbf{i} + m \cdot v_f \cdot \sin 15° \, \mathbf{j}$$

Sustituyendo los datos:

$$\mathbf{p}_f = 0{,}2 \cdot 0{,}20 \cdot \cos 15° \, \mathbf{i} + 0{,}2 \cdot 0{,}20 \cdot \sin 15° \, \mathbf{j}$$

$$\mathbf{p}_f = 0{,}04 \, \mathbf{i} + 0{,}01 \, \mathbf{j} \text{ kg m/s}$$

El módulo será:

$$p_f = \sqrt{(0{,}04)^2 + (0{,}01)^2} = 0{,}04 \text{ kg m/s}$$

b) La variación del momento lineal será:

$$\Delta\mathbf{p} = \mathbf{p}_f - \mathbf{p}_i$$

Sustituyendo, obtenemos:

$$\Delta\mathbf{p} = (0{,}04 - 0{,}12) \, \mathbf{i} + (0{,}01 + 0{,}07) \, \mathbf{j} = -0{,}08 \, \mathbf{i} + 0{,}08 \, \mathbf{j} \text{ kg m/s}$$

Su módulo será:

$$\Delta p = \sqrt{(-0{,}08)^2 + (-0{,}08)^2} = 0{,}11 \text{ kg m/s}$$

c) La fuerza media durante la interacción se puede obtener utilizando el teorema del impulso mecánico:

$$\mathbf{F} \cdot \Delta t = \Delta\mathbf{p} \quad \rightarrow \quad \mathbf{F} = \frac{\Delta\mathbf{p}}{\Delta t} = -\frac{0{,}08}{0{,}13} \, \mathbf{i} + \frac{0{,}08}{0{,}13} \, \mathbf{j} \quad \rightarrow \quad \mathbf{F} = -0{,}62 \, \mathbf{i} + 0{,}62 \, \mathbf{j} \text{ N}$$

Cuyo módulo será:

$$F = \sqrt{(-0{,}62)^2 + (0{,}62)^2} = 0{,}88 \text{ N}$$

57 Una pelota de 100 g choca perpendicularmente contra un frontón cuando su velocidad es de 30 m/s, rebotando con la misma velocidad en un tiempo de 0,02 s. Calcula:

a) La variación del momento lineal.

b) La fuerza media de la pelota contra el frontón.

a) El momento lineal inicial, si parte con velocidad inicial cero sería:

$$\mathbf{p}_i = -m \cdot v_0 \, \mathbf{i} = -0{,}1 \cdot 30 \, \mathbf{i} = -3 \, \mathbf{i} \text{ kg m/s}$$

Después del choque el momento lineal sería:

$$\mathbf{p}_f = m \cdot v \, \mathbf{i} = 0{,}1 \cdot 30 \, \mathbf{i} = 3 \, \mathbf{i} \text{ kg m/s}$$

La variación del momento lineal es:

$$\Delta\mathbf{p} = \mathbf{p}_f - \mathbf{p}_i = 3 \, \mathbf{i} - (-3 \, \mathbf{i}) = 6 \, \mathbf{i} \text{ kg m/s}$$

b) La fuerza media se puede calcular *a* partir del teorema del impulso mecánico:

$$\mathbf{F} \cdot \Delta t = \Delta\mathbf{p} \quad \rightarrow \quad \mathbf{F} = \frac{\Delta\mathbf{p}}{\Delta t} = \frac{6 \, \mathbf{i}}{0{,}02} = 300 \, \mathbf{i} \text{ N}$$

58 Hay futbolistas que son capaces de impulsar el balón parado hasta alcanzar la velocidad de 120 km/h. Si el balón de fútbol tiene una masa de 360 g y la patada tiene una duración de $6 \cdot 10^{-3}$ s, calcula la variación del momento lineal del balón y la fuerza media durante la patada.

La velocidad expresada en m/s será:

$$v = 120 \text{ km/h} = 120 \cdot \frac{1\,000 \text{ m}}{3\,600 \text{ s}} = 33{,}33 \text{ m/s}$$

El momento lineal inicial, si el balón está parado, sería: $p_i = m \cdot v_0 = 0$ kg m/s.

Después de la patada, el momento lineal es:

$$p_f = m \cdot v = 0{,}36 \cdot 33{,}33 = 12 \text{ kg m/s}$$

La variación del momento lineal es:

$$\Delta p = p_f - p_i = 12 - 0 = 12 \text{ kg m/s}$$

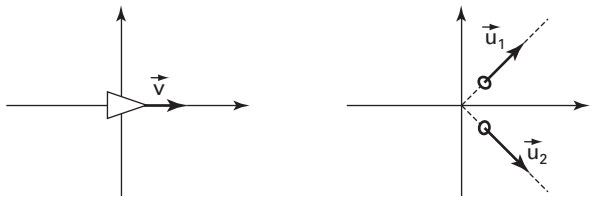
La fuerza media se puede calcular *a* partir del teorema del impulso mecánico:

$$F \cdot \Delta t = \Delta p \quad \rightarrow \quad F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{12}{6 \cdot 10^{-3}} = 2\,000 \text{ N}$$

59 Un cohete que se desplaza en línea recta y con una velocidad uniforme de 2 000 km/h, sufre una explosión, dividiéndose en dos partes. Una de ellas, de 2/5 de la masa total, se mueve formando un ángulo de 30º por encima de la horizontal y con una velocidad de 1 000 km/h. Calcula la velocidad y la dirección del segundo fragmento.

El cohete antes de la explosión, se puede considerar como una sola partícula con velocidad **v** y masa *m*, después de la explosión se divide en dos pedazos de masas $m_1 = \frac{2}{5} \cdot m$ y $m_2 = \frac{3}{5} \cdot m$, que se mueven con velocidades $\mathbf{u_1}$ y $\mathbf{u_2}$.

Las fuerzas que producen la explosión del cohete son internas al sistema, por tanto, el momento lineal se conserva:



El momento lineal inicial del sistema es:

$$\mathbf{p}_i = m \cdot \mathbf{v}$$

El momento lineal final del sistema será la suma de los momentos lineales de las dos partes que salen de la explosión:

$$\mathbf{p}_f = \frac{2}{5} m \cdot \mathbf{u_1} + \frac{3}{5} m \cdot \mathbf{u_2}$$

Aplicando la conservación del momento lineal del sistema:

$$m \cdot \mathbf{v} = \frac{2}{5} m \cdot \mathbf{u_1} + \frac{3}{5} m \cdot \mathbf{u_2}$$

De esta ecuación vectorial se obtienen las ecuaciones sobre los ejes:

$$\mathbf{v} = (v, 0)$$

$$\mathbf{u_1} = (u_1 \cdot \cos 30°, u_1 \cdot \sin 30°); \quad \mathbf{u_2} = (u_2 \cdot \cos \alpha, -u_2 \cdot \sin \alpha)$$

Sobre el eje *x*:

$$m \cdot v = \frac{2}{5} m \cdot u_1 \cdot \cos 30° + \frac{3}{5} m \cdot u_2 \cdot \cos \alpha$$

Sobre el eje *y*:

$$0 = \frac{2}{5}\, m \cdot u_1 \cdot \sin 30° - \frac{3}{5}\, m \cdot u_2 \cdot \sin \alpha$$

Simplificando y sustituyendo los datos obtenemos el sistema de ecuaciones:

$$10\,000 = 1\,000 \cdot \sqrt{3} + 3\, u_2 \cdot \cos \alpha$$
$$0 = 1\,000 - 3\, u_2 \cdot \sin \alpha$$

Despejando los términos en los que están las razones trigonométricas y dividiendo la ecuación del seno entre la del coseno obtenemos:

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = 0{,}12 \quad \rightarrow \quad \alpha = 6{,}9°$$

Con ese valor, la velocidad se obtiene de cualquiera de las dos ecuaciones:

$$u_2 = 2\,775 \text{ km/h}$$

60 A un coche de juguete de 500 g de masa que se mueve con una velocidad de 0,5 m/s, se le impulsa en el sentido del movimiento durante 3 segundos aplicándole una fuerza constante de 3 N. Calcula:

a) El impulso comunicado.

b) La variación de su momento lineal.

c) La nueva velocidad del coche.

a) El impulso es:

$$I = F \cdot \Delta t = 3 \cdot 3 = 9 \text{ N s}$$

b) El impulso es igual a la variación de la cantidad de movimiento, por tanto:

$$\Delta p = 9 \text{ kg m/s}$$

c) La nueva velocidad del coche será:

$$\Delta p = m \cdot v_f - m \cdot v_i \quad \rightarrow \quad v_f = \frac{\Delta p + m \cdot v_i}{m} = \frac{9 + 0{,}5 \cdot 0{,}5}{0{,}5} = 18{,}5 \text{ m/s}$$

61 Lanzamos una pelota de 300 g de masa, de forma que describe un movimiento parabólico cuya ecuación, expresada en unidades internacionales, es:

$$\mathbf{r} = 17{,}32\, t\, \mathbf{i} + (0{,}5 + 10\, t - 4{,}905\, t^2)\, \mathbf{j}$$

Calcula:

a) El momento lineal de la pelota en los instantes $t_1 = 0{,}5$ s y $t_2 = 1{,}5$ s.

b) La fuerza neta que actúa sobre él en ese intervalo de tiempo.

a) La ecuación de la velocidad de este movimiento sería:

$$\mathbf{v} = 17{,}32\, \mathbf{i} + (10 - 9{,}81\, t)\, \mathbf{j}$$

Las velocidades en los instantes indicados serán:

$$\mathbf{v}_1 = 17{,}32\, \mathbf{i} + (10 - 9{,}81 \cdot 0{,}5)\, \mathbf{j} = 17{,}32\, \mathbf{i} + 5{,}10\, \mathbf{j} \text{ m/s}$$
$$\mathbf{v}_2 = 17{,}32\, \mathbf{i} + (10 - 9{,}81 \cdot 1{,}5)\, \mathbf{j} = 17{,}32\, \mathbf{i} - 4{,}72\, \mathbf{j} \text{ m/s}$$

En consecuencia los momentos lineales serán:

$$\mathbf{p}_1 = m \cdot \mathbf{v}_1 = 0{,}3 \cdot (17{,}32\, \mathbf{i} + 5{,}10\, \mathbf{j}) = 5{,}20\, \mathbf{i} + 1{,}53\, \mathbf{j}$$
$$\mathbf{p}_2 = m \cdot \mathbf{v}_2 = 0{,}3 \cdot (17{,}32\, \mathbf{i} - 4{,}72\, \mathbf{j}) = 5{,}20\, \mathbf{i} - 1{,}42\, \mathbf{j}$$

b) La fuerza neta será:

$$\mathbf{F} = \frac{\Delta \mathbf{p}}{\Delta t} = \frac{\mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1}{t_2 - t_2} = \frac{(5{,}20\, \mathbf{i} - 1{,}42\, \mathbf{j}) - (5{,}20\, \mathbf{i} + 1{,}53\, \mathbf{j})}{1{,}5 - 0{,}5} = -2{,}95\, \mathbf{j} \text{ N}$$

Que coincide con el peso de la pelota.

62 Una patinadora de 60 kg se desliza en una pista de hielo a 5 m/s y coge en brazos por detrás a su hijo de 20 kg, que se desliza en la misma dirección y sentido que ella a 3 m/s. ¿Con qué velocidad se mueven los patinadores mientras deslizan juntos y en qué sentido?

La situación inicial es la siguiente: dos patinadores se mueven en la misma dirección y sentido. Tomando la dirección del movimiento como eje de abscisas. El momento inicial del sistema será:

$$\mathbf{p}_i = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 = m_1 \cdot v_1\,\mathbf{i} + m_2 \cdot v_2\,\mathbf{i}$$

Por tanto:

$$\mathbf{p}_i = (m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2)\,\mathbf{i}$$

Después que la patinadora coge a su hijo, estado final, los dos se mueven agarrados y viajan como un solo cuerpo de masa la suma de las masas, en la misma dirección y sentido.

El momento lineal del sistema en este momento será:

$$\mathbf{p}_f = (m_1 + m_2) \cdot u\,\mathbf{i}$$

Como el momento lineal se conserva:

$$\mathbf{p}_i = \mathbf{p}_f$$

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = (m_1 + m_2) \cdot u$$

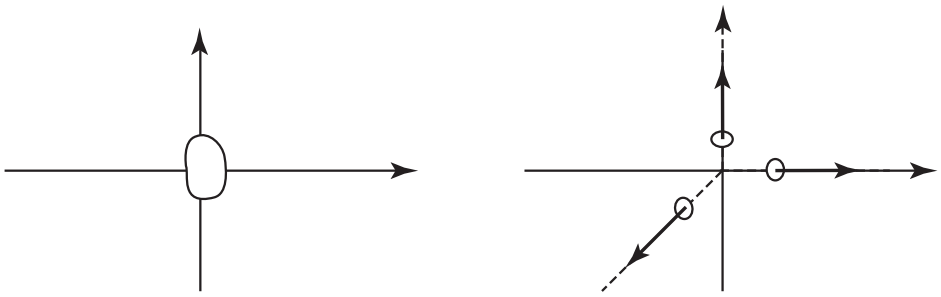
despejando la velocidad en el estado final, u:

$$u = \frac{m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2}{m_1 + m_2} = \frac{60 \cdot 5 - 20 \cdot 3}{60 + 20} = 3 \text{ m/s}$$

63 Al dinamitar una roca, esta sale despedida en tres fragmentos, dos de los cuales, de masas m_1 = 15 kg y m_2 = 10 kg, salen en ángulo recto con velocidades de v_1 = 10 m/s y v_2 = 20 m/s respectivamente. El resto sale despedido con una velocidad de v_3 = 50 m/s. Determina la dirección y la masa del tercer fragmento.

La roca que en el momento inicial, se puede considerar como una sola partícula en reposo y de masa M, después de la explosión se divide en tres pedazos de forma que en el estado final, el sistema consta de tres partículas de masas m_1, m_2 y m_3 que se mueven con velocidades $\mathbf{u}_1$, $\mathbf{u}_2$ y $\mathbf{u}_3$.

Las fuerzas que parten la roca en tres pedazos son internas al sistema por tanto el momento lineal se conserva:



El momento lineal inicial del sistema es cero ya que la roca está inicialmente en reposo:

$$\mathbf{p}_i = 0$$

El momento lineal final del sistema será la suma de los momentos lineales de las tres partículas que salen de la explosión:

$$\mathbf{p}_f = m_1 \cdot \mathbf{u}_1 + m_2 \cdot \mathbf{u}_2 + m_3 \cdot \mathbf{u}_3$$

Aplicando la conservación de esta magnitud:

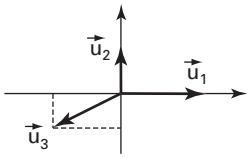
$$0 = m_1 \cdot \mathbf{u}_1 + m_2 \cdot \mathbf{u}_2 + m_3 \cdot \mathbf{u}_3$$

De esta ecuación vectorial se obtienen las ecuaciones sobre los ejes:

$$\mathbf{u}_1 = (u_1, 0); \quad \mathbf{u}_2 = (0, u_2); \quad \mathbf{u}_3 = (-u_3 \cdot \cos\alpha, -u_3 \cdot \sin\alpha)$$

Sobre el eje *x*:

$$0 = m_1 \cdot u_1 - m_3 \cdot u_3 \cdot \cos\alpha$$



Sobre el eje *y*:

$$0 = m_2 \cdot u_2 - m_3 \cdot u_3 \cdot \sin\alpha$$

Sustituyendo los datos obtenemos el sistema de ecuaciones:

$$0 = 150 - m_3 \cdot 50 \cdot \cos\alpha$$
$$0 = 200 - m_3 \cdot 50 \cdot \sin\alpha$$

Para resolverlo hay que despejar los términos en los que están las razones trigonométricas y dividir la ecuación del seno entre la del coseno para obtener la tangente:

$$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{4}{3} \quad \rightarrow \quad \alpha = 53{,}1°$$

Con ese valor la masa se obtiene de cualquiera de las dos ecuaciones:

$$m_3 = 5 \text{ kg}$$

64 Damos una patada a un balón parado con una fuerza media de 500 N. El balón, después de recibir el golpe, sale lanzado con un ángulo de 45º con la horizontal y vuelve a tocar tierra, después de 20 s, a la distancia de 40 m. Calcula el tiempo que dura el golpe dado al balón, cuya masa es de 0,42 kg. Desprecia el rozamiento del aire.

El balón sale del pie del futbolista con una velocidad $\mathbf{v}_0$ que necesitamos conocer para poder calcular, a partir de la aplicación del teorema del impulso mecánico, el tiempo que dura el golpe.

Por consiguiente, lo primero que se plantea es una cuestión puramente cinemática. Si el balón cae a 40 m del lugar del lanzamiento, siguiendo un movimiento parabólico, con qué velocidad debe salir.

La componente del vector velocidad inicial sobre el eje de las *x* es:

$$v_{0x} = v_0 \cdot \cos\alpha$$

por tanto, la ecuación de la posición del balón en este eje sobre el que describe un movimiento rectilíneo y uniforme es:

$$x = v_0 \cdot \cos\alpha \cdot t$$

despejando el valor de la velocidad inicial:

$$v_0 = \frac{x}{t \cdot \cos\alpha}$$

y sustituyendo los datos obtenemos:

$$v_0 = 2{,}83 \text{ m/s}$$

Con este valor de la velocidad la variación del momento lineal del balón, teniendo en cuenta que inicialmente estaba en reposo será:

$$\Delta p = m \cdot v_0 - 0 = 1{,}19 \text{ kg m/s}$$

utilizando el teorema del momento lineal obtenemos el tiempo que dura el golpe al balón:

$$F \cdot \Delta t = \Delta p \quad \rightarrow \quad \Delta t = 0{,}002 \text{ s}$$

65 Durante 0,5 s se golpea horizontalmente un balón de 350 g de masa, que se encuentra en reposo, comunicándole una velocidad horizontal de 6 m/s.

a) ¿Cuál es el momento lineal de la pelota antes y después de la patada?

b) ¿Cuál es el impulso sobre la pelota?

a) Antes de producirse la patada la pelota está en reposo, por tanto, el momento lineal inicial será:

$$p_i = m \cdot v_i = 0{,}35 \cdot 0 = 0 \text{ kg m/s}$$

Después de la patada la pelota sale con velocidad $v_f = 6$ m/s, de forma que su momento lineal será:

$$p_f = m \cdot v_f = 0{,}35 \cdot 6 = 2{,}10 \text{ kg m/s}$$

b) El impulso sobre la pelota será:

$$I = \Delta p = 2{,}10 - 0 = 2{,}10 \text{ kg m/s}$$

66 Un patinador de 70 kg se desliza en la pista de hielo a 4 m/s cuando un niño de 40 kg choca frontalmente y se agarra a él para no caerse. Si la velocidad del niño al entrar en contacto era de 3 m/s ¿con qué velocidad se mueven los patinadores mientras deslizan juntos y en qué sentido?

La situación inicial es la siguiente: dos patinadores se mueven en la misma dirección y sentidos contrarios. Tomando la dirección del movimiento como el eje de abscisas. El momento inicial del sistema será:

$$\mathbf{p}_i = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 = m_1 \cdot v_1\, \mathbf{i} + (-m_2 \cdot v_2)\, \mathbf{i}$$

Por tanto:

$$\mathbf{p}_i = (m_1 \cdot v_1 - m_2 \cdot v_2)\, \mathbf{i}$$

Después del choque, estado final, los dos patinadores se mueven agarrados y viajan como un solo cuerpo de masa la suma de las masas, en la misma dirección.

El momento lineal del sistema ahora será:

$$\mathbf{p}_f = (m_1 + m_2) \cdot u\, \mathbf{i}$$

Como el momento lineal se conserva:

$$\mathbf{p}_i = \mathbf{p}_f$$

$$m_1 \cdot v_1 - m_2 \cdot v_2 = (m_1 + m_2) \cdot u$$

Despejando la velocidad después del choque, u:

$$u = \frac{m_1 \cdot v_1 - m_2 \cdot v_2}{m_1 + m_2} = \frac{70 \cdot 4 - 40 \cdot 3}{70 + 40} = 1{,}45 \text{ m/s}$$

67 Un automóvil de 1 200 kg arranca y en 30 s alcanza la velocidad de 108 km/h ¿Cuál es la fuerza media que ha impulsado al vehículo? ¿Cuál es el momento lineal final?

La velocidad expresada en m/s será:

$$v = 108 \text{ km/h} = 108 \cdot \frac{1\,000 \text{ m}}{3\,600 \text{ s}} = 30 \text{ m/s}$$

El momento lineal inicial, si el automóvil está parado, sería:

$$p_i = m \cdot v_0 = 0 \text{ kg m/s}$$

A los 20 s, el momento lineal es:

$$p_f = m \cdot v = 1\,200 \cdot 30 = 36\,000 \text{ kg m/s}$$

La variación del momento lineal es:

$$\Delta p = p_f - p_i = 36\,000 - 0 = 36\,000 \text{ kg m/s}$$

La fuerza media se puede calcular a partir del teorema del impulso mecánico:

$$F \cdot \Delta t = \Delta p \quad \rightarrow \quad F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{36\,000}{30} = 1\,200 \text{ N}$$