

4 Soluciones a los ejercicios y problemas

Pág. 3

Monomios

7 Indica el grado de cada uno de los siguientes monomios y di cuáles son semejantes:

a) $-5xy$ b) $(-7x)^3$ c) $8x$ d) $(xy)^2$

e) $\frac{2}{3}x^2y^2$ f) $\frac{4}{5}x^3$ g) $\frac{-3yx}{5}$ h) $\frac{1}{2}x^2$

a) Grado 2. b) Grado 3. c) Grado 1. d) Grado 4.

e) Grado 4. f) Grado 3. g) Grado 2. h) Grado 2.

Son semejantes: a) y g); b) y f); d) y e).

8 Calcula el valor numérico de los monomios del ejercicio anterior para $x = -1$ e $y = 3$.

a) $-5 \cdot (-1) \cdot 3 = 15$

b) $[-7 \cdot (-1)]^3 = 343$

c) $8(-1) = -8$

d) $[(-1) \cdot 3]^2 = 9$

e) $\frac{2}{3}(-1)^2 \cdot 3^2 = 6$

f) $\frac{4}{5}(-1)^3 = -\frac{4}{5}$

g) $\frac{-3 \cdot 3(-1)}{5} = \frac{9}{5}$

h) $\frac{1}{2}(-1)^2 = \frac{1}{2}$

9 Simplifica.

a) $6x^2 - 7x^2 + 3x^2$

b) $-6xy - 5xy + 10xy$

c) $\frac{1}{3}xy^2 - \frac{3}{5}xy^2 - \frac{7}{3}xy^2$

d) $\frac{2x^3}{3} + \frac{1}{5}x^3 - x^3$

a) $6x^2 - 7x^2 + 3x^2 = 2x^2$

b) $-6xy - 5xy + 10xy = -xy$

c) $\frac{1}{3}xy^2 - \frac{3}{5}xy^2 - \frac{7}{3}xy^2 = \left(\frac{1}{3} - \frac{3}{5} - \frac{7}{3}\right)xy^2 = -\frac{13}{5}xy^2$

d) $\frac{2x^3}{3} + \frac{1}{5}x^3 - x^3 = \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{5} - 1\right)x^3 = -\frac{2}{15}x^3$

10 Efectúa.

a) $5x - x^2 + 7x^2 - 9x + 2$

b) $2x + 7y - 3x + y - x^2$

c) $x^2y^2 - 3x^2y - 5xy^2 + x^2y + xy^2$

a) $5x - x^2 + 7x^2 - 9x + 2 = 6x^2 - 4x + 2$

b) $2x + 7y - 3x + y - x^2 = -x^2 - x + 8y$

c) $x^2y^2 - 3x^2y - 5xy^2 + x^2y + xy^2 = x^2y^2 - 2x^2y - 4xy^2$

11 Efectúa los siguientes productos de monomios:

a) $6x^2(-3x)$ b) $(2xy^2)(4x^2y)$ c) $\left(\frac{3}{4}x^3\right)\left(\frac{1}{2}x^3\right)$ d) $\left(\frac{1}{4}xy\right)\left(\frac{3xz}{2}\right)$

a) $6x^2(-3x) = -18x^3$

b) $(2xy^2)(4x^2y) = 8x^3y^3$

c) $\left(\frac{3}{4}x^3\right)\left(\frac{1}{2}x^3\right) = \frac{3}{8}x^6$

d) $\left(\frac{1}{4}xy\right)\left(\frac{3xz}{2}\right) = \frac{3}{8}x^2yz$

4 Soluciones a los ejercicios y problemas

Pág. 4

Polinomios

12 Simplifica las siguientes expresiones:

a) $(2x^3 - 5x + 3) - (2x^3 - x^2 + 1)$ b) $5x - (3x + 8) - (2x^2 - 3x)$

¿Cuál es el grado de cada polinomio?

a) $2x^3 - 5x + 3 - 2x^3 + x^2 - 1 = x^2 - 5x + 2 \rightarrow$ Grado 2.

b) $5x - 3x - 8 - 2x^2 + 3x = -2x^2 + 5x - 8 \rightarrow$ Grado 2.

13 Considera estos polinomios:

$$A = 3x^3 - 5x^2 + x - 1 \quad B = 2x^4 + x^3 - 2x + 4 \quad C = -x^3 + 3x^2 - 7x$$

Halla: $A + B$; $A - C$; $A - B + C$

$$A + B = 3x^3 - 5x^2 + x - 1 + 2x^4 + x^3 - 2x + 4 = 2x^4 + 4x^3 - 5x^2 - x + 3$$

$$\begin{aligned} A - C &= (3x^3 - 5x^2 + x - 1) - (-x^3 + 3x^2 - 7x) = \\ &= 3x^3 - 5x^2 + x - 1 + x^3 - 3x^2 + 7x = 4x^3 - 8x^2 + 8x - 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A - B + C &= (3x^3 - 5x^2 + x - 1) - (2x^4 + x^3 - 2x + 4) + (-x^3 + 3x^2 - 7x) = \\ &= 3x^3 - 5x^2 + x - 1 - 2x^4 - x^3 + 2x - 4 - x^3 + 3x^2 - 7x = \\ &= -2x^4 + x^3 - 2x^2 - 4x - 5 \end{aligned}$$

PÁGINA 99

14 Efectúa, reduce y di cuál es el grado del polinomio resultante.

a) $x(x^2 - 5) - 3x^2(x + 2) - 7(x^2 + 1)$

b) $5x^2(-3x + 1) - x(2x - 3x^2) - 2 \cdot 3x$

c) $\frac{1}{3}x^2\left(-\frac{3}{2}x^2 + 6x - 9\right)$

$$\begin{aligned} a) x(x^2 - 5) - 3x^2(x + 2) - 7(x^2 + 1) &= x^3 - 5x - 3x^3 - 6x^2 - 7x^2 - 7 = \\ &= -2x^3 - 13x^2 - 5x - 7 \rightarrow \text{Grado 3.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) 5x^2(-3x + 1) - x(2x - 3x^2) - 2 \cdot 3x &= -15x^3 + 5x^2 - 2x^2 + 3x^3 - 6x = \\ &= -12x^3 + 3x^2 - 6x \rightarrow \text{Grado 3.} \end{aligned}$$

$$c) \frac{1}{3}x^2\left(-\frac{3}{2}x^2 + 6x - 9\right) = -\frac{1}{2}x^4 + 2x^3 - 3x^2 \rightarrow \text{Grado 4.}$$

15 Opera y simplifica.

a) $(2x^2 + 3)(x - 1) - x(x - 2)$

b) $(x + 4)(2x^2 + 3x - 5) - 3x(-x + 1)$

c) $(x^2 - 5x + 3)(x^2 - x) - x(x^3 - 3)$

d) $\left(\frac{1}{2}x^2 + \frac{5}{3}x + \frac{1}{6}\right)(6x - 12)$

$$a) (2x^2 + 3)(x - 1) - x(x - 2) = 2x^3 - 2x^2 + 3x - 3 - x^2 + 2x = 2x^3 - 3x^2 + 5x - 3$$

$$\begin{aligned} b) (x + 4)(2x^2 + 3x - 5) - 3x(-x + 1) &= 2x^3 + 3x^2 - 5x + 8x^2 + 12x - 20 + 3x^2 - 3x = \\ &= 2x^3 + 14x^2 + 4x - 20 \end{aligned}$$

4 Soluciones a los ejercicios y problemas

Pág. 5

$$\text{c) } (x^2 - 5x + 3)(x^2 - x) - x(x^3 - 3) = x^4 - x^3 - 5x^3 + 5x^2 + 3x^2 - 3x - x^4 + 3x = \\ = -6x^3 + 8x^2$$

$$\text{d) } \left(\frac{1}{2}x^2 + \frac{5}{3}x + \frac{1}{6}\right)(6x - 12) = 3x^3 - 6x^2 + 10x^2 - 20x + x - 2 = \\ = 3x^3 + 4x^2 - 19x - 2$$

16 ■■■ Extrae factor común.

$$\text{a) } 12x^3 - 8x^2 - 4x$$

$$\text{b) } -3x^3 + x - x^2$$

$$\text{c) } 2xy^2 - 4x^2y + x^2y^2$$

$$\text{d) } \frac{2}{3}x^2 + \frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{3}x$$

$$\text{a) } 12x^3 - 8x^2 - 4x = 4x(3x^2 - 2x - 1)$$

$$\text{b) } -3x^3 + x - x^2 = x(-3x^2 + 1 - x)$$

$$\text{c) } 2xy^2 - 4x^2y + x^2y^2 = xy(2y - 4x + xy)$$

$$\text{d) } \frac{2}{3}x^2 + \frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{3}x = \frac{1}{3}x(2x + x^2 - 5)$$

17 ■■■ Extrae factor común como en el ejemplo.

$$\bullet 3x(x+1) - x^2(x+1) + (x+1)(x^2 - 2) = (x+1)[3x - x^2 + x^2 - 2] = \\ = (x+1)(3x - 2)$$

$$\text{a) } 2x(x-2) + x^2(x-2) - 3(x-2)$$

$$\text{b) } x^2(x+1) - x^2(x+2) + 2x^2(x-3)$$

$$\text{c) } 3x^2(x+3) - 6x(x+3)$$

$$\text{a) } 2x(x-2) + x^2(x-2) - 3(x-2) = (x-2)(2x + x^2 - 3)$$

$$\text{b) } x^2(x+1) - x^2(x+2) + 2x^2(x-3) = x^2[x+1 - (x+2) + 2(x-3)] = x^2(2x-7)$$

$$\text{c) } 3x^2(x+3) - 6x(x+3) = x(x+3)(3x-6)$$

Identidades notables

18 ■■■ Desarrolla estas expresiones:

$$\text{a) } (x+6)^2$$

$$\text{b) } (7-x)^2$$

$$\text{c) } (3x-2)^2$$

$$\text{d) } \left(x + \frac{1}{2}\right)^2$$

$$\text{e) } (x-2y)^2$$

$$\text{f) } \left(\frac{2}{5}x - \frac{1}{3}y\right)^2$$

$$\text{a) } (x+6)^2 = x^2 + 36 + 12x$$

$$\text{b) } (7-x)^2 = 49 + x^2 - 14x$$

$$\text{c) } (3x-2)^2 = 9x^2 + 4 - 12x$$

$$\text{d) } \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 = x^2 + \frac{1}{4} + x$$

$$\text{e) } (x-2y)^2 = x^2 + 4y^2 - 4xy$$

$$\text{f) } \left(\frac{2}{5}x - \frac{1}{3}y\right)^2 = \frac{4}{25}x^2 + \frac{1}{9}y^2 - \frac{4}{15}xy$$

4 Soluciones a los ejercicios y problemas

Pág. 6

19 □□□ Efectúa estos productos:

a) $(x + 7)(x - 7)$

b) $(3 + x)(3 - x)$

c) $(3 + 4x)(3 - 4x)$

d) $(x^2 + 1)(x^2 - 1)$

e) $\left(\frac{1}{2}x - 1\right)\left(\frac{1}{2}x + 1\right)$

f) $\left(1 + \frac{1}{x}\right)\left(1 - \frac{1}{x}\right)$

a) $(x + 7)(x - 7) = x^2 - 49$

b) $(3 + x)(3 - x) = 9 - x^2$

c) $(3 + 4x)(3 - 4x) = 9 - 16x^2$

d) $(x^2 + 1)(x^2 - 1) = x^4 - 1$

e) $\left(\frac{1}{2}x - 1\right)\left(\frac{1}{2}x + 1\right) = \frac{1}{4}x^2 - 1$

f) $\left(1 + \frac{1}{x}\right)\left(1 - \frac{1}{x}\right) = 1 - \frac{1}{x^2}$

20 □□□ Simplifica todo lo posible las expresiones siguientes:

a) $(x + 3)(x - 3) - (x + 3)^2$

b) $(2x + 3)^2 - (2x - 3)^2 - 9$

c) $3x(x + 1)^2 - (2x + 1)(2x - 1)$

d) $(x^2 + 2)(x^2 - 2) - (x^2 - 1)^2$

a) $(x + 3)(x - 3) - (x + 3)^2 = x^2 - 9 - (x^2 + 9 - 6x) = 6x - 18$

b) $(2x + 3)^2 - (2x - 3)^2 - 9 = 4x^2 + 9 - 12x - (4x^2 + 9 - 12x) - 9 =$
 $= 4x^2 + 9 - 12x - 4x^2 - 9 + 12x - 9 = -9$

c) $3x(x + 1)^2 - (2x + 1)(2x - 1) = 3x(x^2 + 1 + 2x) - (4x^2 - 1) =$
 $= 3x^3 + 3x + 6x^2 - 4x^2 + 1 = 3x^3 + 2x^2 + 3x + 1$

d) $(x^2 + 2)(x^2 - 2) - (x^2 - 1)^2 = x^4 - 4 - (x^4 + 1 - 2x^2) = x^4 - 4 - x^4 - 1 + 2x^2 =$
 $= 2x^2 - 5$

21 □□□ Transforma en diferencia de cuadrados.

a) $(2x + 7)(2x - 7)$

b) $(4x - 1)(4x + 1)$

c) $(x^2 + x)(x^2 - x)$

d) $(1 - 5x)(1 + 5x)$

a) $(2x + 7)(2x - 7) = 4x^2 - 49$

b) $(4x - 1)(4x + 1) = 16x^2 - 1$

c) $(x^2 + x)(x^2 - x) = x^4 - x^2$

d) $(1 - 5x)(1 + 5x) = 1 - 25x^2$

22 □□□ Completa con el término que falta para que cada expresión sea el cuadrado de una suma o el de una diferencia:

a) $x^2 + \dots + 4x$

b) $x^2 + \dots - 10x$

c) $x^2 + 9 + \dots$

d) $x^2 + 16 - \dots$

a) $x^2 + 4 + 4x$

b) $x^2 + 25 - 10x$

c) $x^2 + 9 + 6x$

d) $x^2 + 16 + 8x$

23 □□□ Expresa como cuadrado de una suma o de una diferencia, como en el ejemplo.

• $x^2 + 25 + 10x = x^2 + 5^2 + 2 \cdot 5x = (x + 5)^2$

a) $x^2 + 49 - 14x$

b) $x^2 + 1 - 2x$

c) $4x^2 + 1 + 4x$

d) $x^2 + 12x + 36$

a) $x^2 + 49 - 14x = (x - 7)^2$

b) $x^2 + 1 - 2x = (x - 1)^2$

c) $(4x^2 + 1 + 4x) = (2x + 1)^2$

d) $x^2 + 12x + 36 = (x + 6)^2$