DINÁMICA

1.. Fuerzas y movimiento
- 1.1. Primera ley de Newton o ley de la inercia
- 1.2. Segunda ley de Newton o ley fundamental de la dinámica
- 1.3. Tercera ley de Newton o principio de acción y reacción

2.. Impulso y cantidad de movimiento
- 2.1.Teorema del impulso
- 2.2.Conservación de la cantidad de movimiento

3.. Aplicaciones de las leyes de Newton
- 3.1. Fuerzas normales
- 3.2. Fuerzas de rozamiento
- 3.3. Dinámica de los sistemas de cuerpos enlazados
- 3.4. Dinámica del movimiento circular

1.. Fuerzas y movimiento

Una fuerza es toda acción capaz de cambiar el estado de reposo o de movimiento de un cuerpo, o de producir en él alguna deformación.

En este tema vamos a estudiar la relación que existe entre fuerzas y movimientos.

La parte de la Física que estudia el movimiento de los cuerpos en relación con las fuerzas que lo producen es la **DINÁMICA**

Las leyes o principios que rigen la Dinámica fueron formuladas en el siglo XVII por el científico inglés I. Newton

Estas leyes nos permiten predecir el movimiento de un cuerpo si conocemos su estado actual y las fuerzas que actúan sobre él.

Dinámica
- **Primera ley de Newton o ley de la inercia**
- **Segunda ley de Newton o ley fundamental de la dinámica**
- **Tercera ley de Newton o principio de acción y reacción**

1.1.. Primera ley de Newton o ley de la inercia

Este principio lo podemos enunciar de la siguiente manera:

Si sobre un cuerpo no actúa ninguna fuerza o es nula la resultante de todas las fuerzas que actúan sobre él, el cuerpo mantiene su estado de movimiento.

Que el cuerpo mantiene su estado de movimiento quiere decir que:

- Si el cuerpo está en reposo, seguirá en reposo
- Si el cuerpo está en movimiento, seguirá moviéndose en línea recta con la misma velocidad que tenía en ese momento.

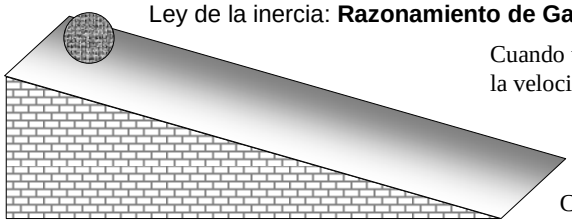
La primera parte es muy fácil de entender; si un cuerpo está en reposo y no se ejerce ninguna acción sobre él, es evidente que seguirá en reposo.

Pero la segunda parte, parece estar en contradicción con nuestra experiencia diaria, que nos dice que si un cuerpo está en movimiento y sobre él no se ejerce **ninguna** fuerza acaba parándose.

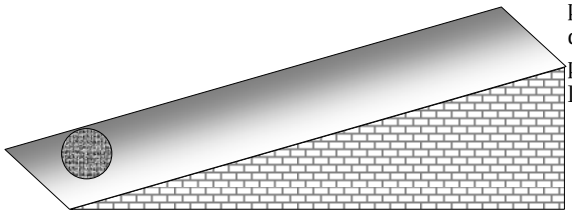
¿Cómo entender la última parte de este principio?

Veamos el razonamiento que hacia Galileo.

Ley de la inercia: **Razonamiento de Galileo**

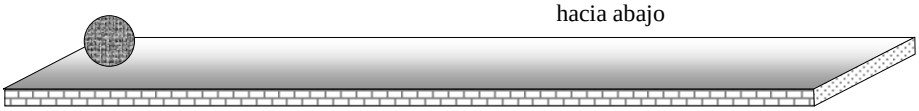


Cuando una bola cae por un plano inclinado, la velocidad de la bola AUMENTA .



Cuando lanzamos hacia arriba por un plano imclinado una bola, la velocidad de la bola DISMINUYE, hasta pararse, si el plano es suficientemente largo.

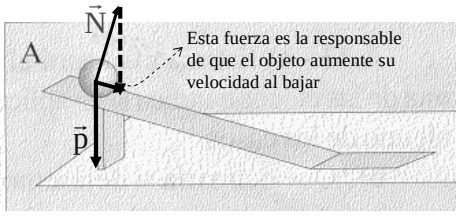
Cuando lancemos una bola por un plano horizontal, la velocidad de la bola ni debe aumentar ni debe disminuir, debe PERMANECER CONSTANTE ya que el plano no está inclinado ni hacia arriba ni hacia abajo



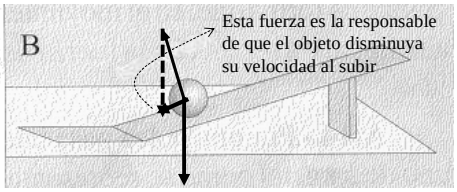
Pero esto último, contradice nuestra experiencia cotidiana. ¿Por qué?

Justificación del **Razonamiento de Galileo**

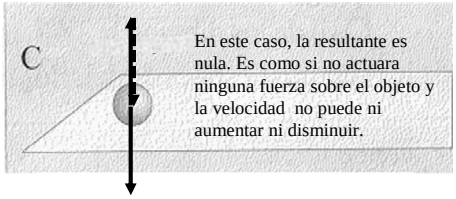
Superficie lisa $\Rightarrow$ No hay rozamiento del suelo con la bola



La velocidad de la bola AUMENTA al estar el plano inclinado hacia abajo. ¿Por qué?

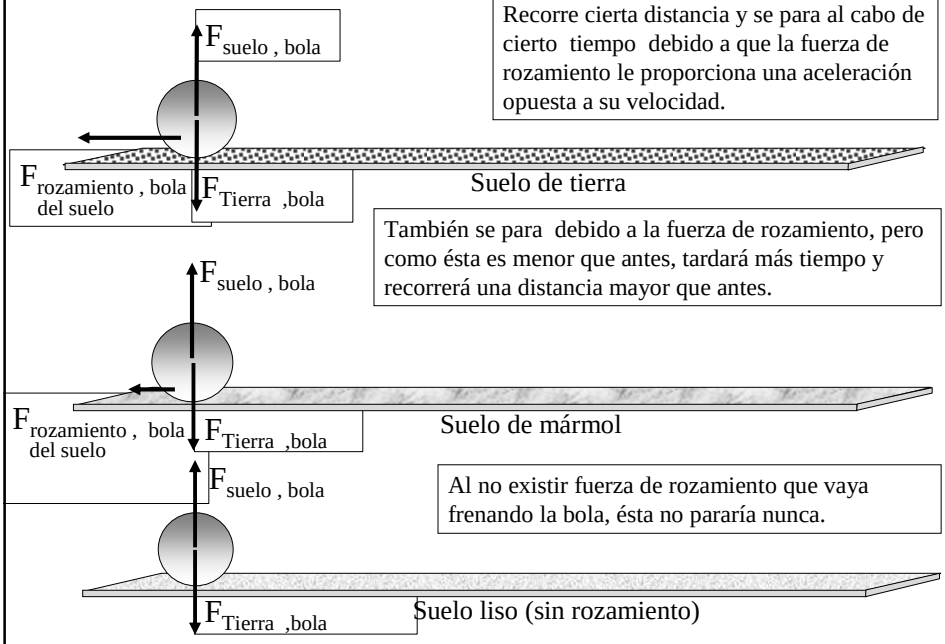


La velocidad de la bola DISMINUYE, hasta pararse, al estar el plano inclinado hacia arriba. ¿Por qué?



La velocidad de la bola ni aumenta ni disminuye, PERMANECE CONSTANTE ya que el plano no está inclinado ni hacia arriba ni hacia abajo. ¿Por qué ?

Lanzamos la misma bola con la misma velocidad inicial por tres “suelos” distintos:

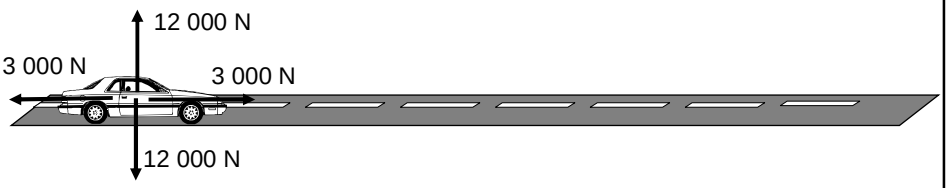


Recorre cierta distancia y se para al cabo de cierto tiempo debido a que la fuerza de rozamiento le proporciona una aceleración opuesta a su velocidad.

También se para debido a la fuerza de rozamiento, pero como ésta es menor que antes, tardará más tiempo y recorrerá una distancia mayor que antes.

Al no existir fuerza de rozamiento que vaya frenando la bola, ésta no pararía nunca.

Un coche viaja por una autopista recta a la velocidad de 60 km/h. Las fuerza que en un determinada instante actúan sobre él se indican en la figura.



- **Fuerza que la Tierra ejerce sobre el coche**
- **Fuerza que la carretera en la que se apoya el coche ejerce sobre el coche**
- **Fuerza que "ejerce" el motor**
- **Fuerza de rozamiento sobre el coche**

Vemos que la fuerza resultante sobre el coche vale 0 N

Por tanto el coche seguirá moviéndose EN LÍNEA RECTA y a LA VELOCIDAD DE 60 km/h mientras que las fuerzas que actúan sobre él sigan valiendo lo mismo.

1.1. Segunda ley de Newton o ley fundamental de la dinámica

Si sobre un cuerpo actúa **una única fuerza** o **la suma de todas las fuerzas que actúan sobre él no es nula**, se produce en el cuerpo **un cambio de velocidad** , haciendo que aumente o disminuya el valor de ésta o haciendo que cambie la dirección de la misma o ambas cosas a la vez.

En definitiva, el cuerpo **adquiere una aceleración**, **directamente proporcional a la fuerza aplicada**, siendo **la masa** del cuerpo la constante de proporcionalidad

Matemáticamente , podemos poner que:

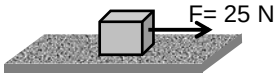
$$\cancel{\vec{F} = m \cdot \vec{a}}$$

Se confunde con la fuerza aplicada

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

$$\vec{R} = m \cdot \vec{a}$$

Actividad 1: Sobre el cuerpo de la figura de 12 kg de masa, actúa una fuerza de 25 N en la dirección y sentido que se indican. Calcula la aceleración que adquiere.



Aplicamos la 2ª ley de Newton: $\Sigma\vec{F} = m \cdot \vec{a}$

teniendo en cuenta que sobre el cuerpo actúa una única fuerza.
Por tanto nos quedará que:

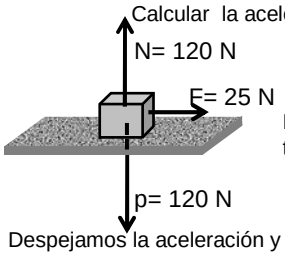
$$F = m \cdot a$$

Despejamos la aceleración y la calculamos sustituyendo los datos:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{25}{12} = 2{,}1 \ \frac{m}{s^2}$$

Esta aceleración tiene la misma dirección y sentido que la fuerza F.

Actividad 2: Sobre el cuerpo de la figura de 12 kg de masa, actúan las fuerzas que se indican. Calcular la aceleración que adquiere.



Aplicamos la 2ª ley de Newton: $\Sigma\vec{F} = m \cdot \vec{a}$

La suma de todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo, teniendo en cuenta que p y N son iguales y opuestas, es:

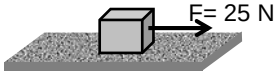
$$F = m \cdot a$$

Despejamos la aceleración y la calculamos sustituyendo los datos:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{25}{12} = 2{,}1 \ \frac{m}{s^2}$$

Esta aceleración tiene la misma dirección y sentido que la fuerza F.

Actividad 3: Sobre el cuerpo de la figura de 12 kg de masa, actúa una fuerza de 25 N en la dirección y sentido que se indican. Calcula la aceleración que adquiere.



Aplicamos la 2ª ley de Newton: $\Sigma\vec{F} = m \cdot \vec{a}$

teniendo en cuenta que sobre el cuerpo actúa una única fuerza.
Por tanto nos quedará que: $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$

Despejamos la aceleración y la calculamos sustituyendo los datos, pero tenemos que expresar la fuerza en forma vectorial, teniendo en cuenta que es una fuerza horizontal y sentido hacia la derecha:

$$\vec{F} = 25\,\vec{i} \quad N$$

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{25\,\vec{i}}{12} = 2{,}1\,\vec{i} \ \frac{m}{s^2}$$

Esta expresión vectorial de la aceleración nos muestra que tiene la misma dirección y sentido que la fuerza F.

Estos tres ejemplos se refieren a la misma actividad:

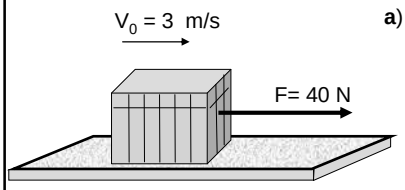
- En la 1 hemos calculado sólo el valor de la aceleración y hemos dicho al final su dirección y sentido. Es la más simple.
- En la 2 hemos tenido en cuenta todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo , aunque al final , nos queda reducida al caso 1, ya que el peso p y la normal N se anulan mutuamente (en este caso).
- En la 3 hemos tenido en cuenta el carácter vectorial de la fuerza y la aceleración, y hemos calculado el vector aceleración y no sólo su valor.

Actividad 4: Un objeto de 8 kg de masa se mueve con una aceleración de 2 m/s². ¿Cuál es el valor de la fuerza resultante que actúa sobre él?

Basta aplicar la 2ª ley de Newton: $\Sigma F = m \cdot a = 8 \cdot 2 = \underline{16 \ \ N}$

También podríamos escribir así, llamando F a la fuerza resultante: $F = m \cdot a = 8 \cdot 2 = \underline{16 \ \ N}$

Actividad 5: El bloque de la figura tiene una masa de 20 kg y se mueve con una velocidad de 3 m/s. Se le aplica una fuerza de 40 N en la dirección y sentido del movimiento.



a) Calcula la aceleración que adquiere.

Aplicamos la 2ª ley de Newton: $F = m \cdot a$

Despejamos la aceleración y la calculamos sustituyendo los datos:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{40}{20} = \underline{2 \ \frac{m}{s^2}}$$

b) Calcula la distancia que recorre el cuerpo en 4 s.

Como por la acción de la fuerza, el bloque adquiere un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, aplicamos la ecuación de la posición de este movimiento:

$$x = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = 0 + 3 \cdot 4 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4^2 = 12 + 16 = \underline{28 \ \ m}$$

Momento lineal o cantidad de movimiento

Llamamos **momento lineal** o **cantidad de movimiento** $\vec{p}$ de un cuerpo a una magnitud vectorial que tiene la misma dirección y sentido que la velocidad del cuerpo y cuyo módulo se obtiene multiplicando la masa del cuerpo por el valor de la velocidad.

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$$

Su unidad en el S.I. es el **kg · m/s**

Recordando la definición de aceleración que vimos en el tema 2 y la 2ª ley de Newton, podemos escribir:

$$\left.\begin{array}{l} \vec{a} = \dfrac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \\ \Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a} \end{array}\right\} \Sigma \vec{F} = m \cdot \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{m \cdot \vec{v} - m \cdot \vec{v}_0}{\Delta t} = \frac{\vec{p} - \vec{p}_0}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$$

$$\boxed{\Sigma \vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}}$$

La resultante de todas las fuerzas aplicadas a un cuerpo es igual al cociente entre la variación de su cantidad de movimiento y el intervalo de tiempo transcurrido.

Actividad 6:
A un cuerpo de 20 kg de masa que se mueve con una velocidad de 6 m/s, se le aplica una fuerza constante con la misma dirección y sentido que la velocidad durante 2 s. Si la velocidad del cuerpo al cabo de esos 2 s es de 10 m/s, calcula:

a) El momento lineal del cuerpo antes y después de aplicarle la fuerza.

$\vec{p}_0 = m \cdot \vec{v}_0 = 20 \cdot 6\ \vec{i} = 120\ \vec{i}\ \ kg \cdot m \cdot s^{-1}$ $\quad \vec{p} = m \cdot \vec{v} = 20 \cdot 10\ \vec{i} = 200\ \vec{i}\ \ kg \cdot m \cdot s^{-1}$

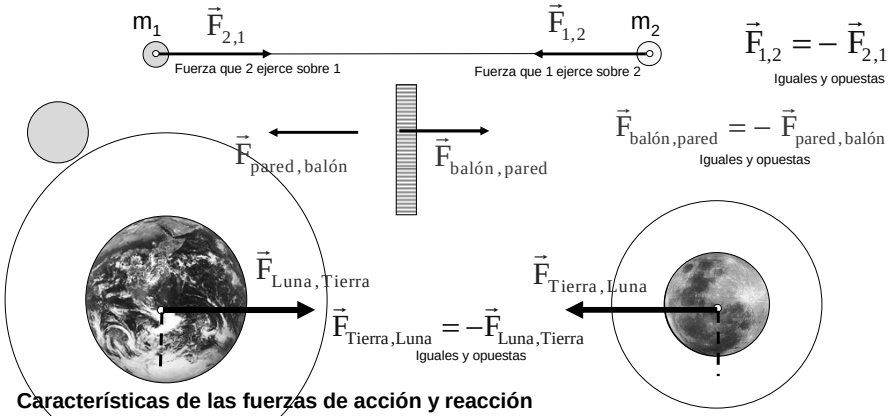
b) El módulo de la fuerza aplicada.

$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = \frac{\vec{p} - \vec{p}_0}{\Delta t} = \frac{200\ \vec{i} - 120\ \vec{i}}{2} = 40\ \vec{i}\ \ N$$

El módulo de la fuerza aplicada es 40 N

1.3. Tercera ley de Newton o principio de acción y reacción o p. de interacción

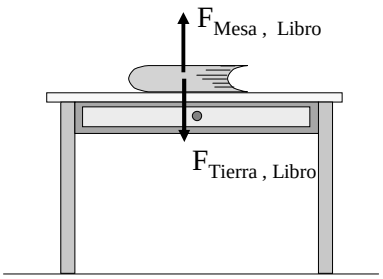
Si un cuerpo 1 ejerce una fuerza sobre otro cuerpo 2, éste a su vez ejerce sobre el primero otra fuerza, de la misma dirección, del mismo valor y de sentido contrario.



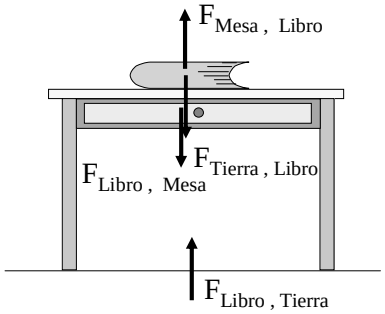
Características de las fuerzas de acción y reacción

- Aunque una de ellas aparece como reacción a la otra, no actúan una primero y la otra después, sino que **son simultáneas** (ambas actúan a la vez). (compra y venta)
- Aunque son iguales y opuestas, **no se anulan** pues actúan sobre cuerpos distintos.
- En algunos casos, uno de los cuerpos **no resulta acelerado**, debido a que posee una gran masa o a que existen otras fuerzas que se oponen al movimiento.

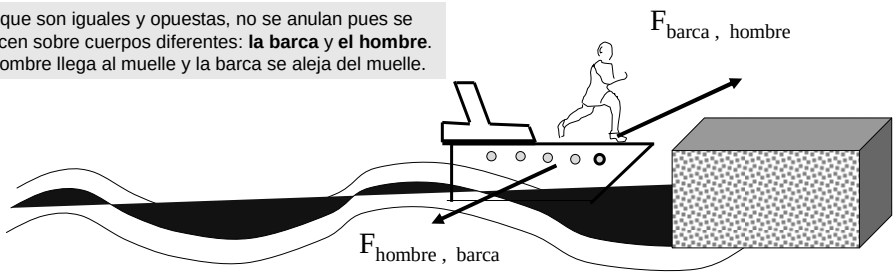
Fuerzas que actúan sobre el libro



Interacciones en las que participa el libro



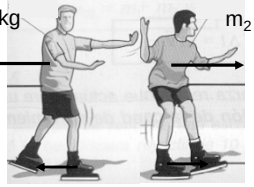
Aunque son iguales y opuestas, no se anulan pues se ejercen sobre cuerpos diferentes: **la barca** y **el hombre**. El hombre llega al muelle y la barca se aleja del muelle.

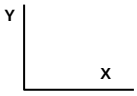


Actividad 7: Dos amigos están en reposo sobre una pista de hielo.Uno de ellos, de 75 kg de masa, empuja horizontalmente al otro, de 50 kg, con una fuerza de 60 N. Calcular la aceleración adquirida por cada uno.

m_1 = 75 kg $\qquad$ m_2 = 50 kg

$$-60\ \vec{i}\quad N = \vec{F}_{2,1} \qquad \vec{F}_{1,2} = 60\ \vec{i}\quad N$$





La 3ª ley de Newton exige que : $\vec{F}_{1,2} = -\vec{F}_{2,1}$

Calculamos la aceleración aplicándole a cada uno la 2ª ley de Newton: $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$

Amigo 1: $\vec{a}_1 = \dfrac{\vec{F}}{m_1} = \dfrac{\vec{F}_{2,1}}{m_1} = \dfrac{-60\ \vec{i}}{75} = -0{,}8\ \vec{i}\ \dfrac{m}{s^2}$ Se mueve hacia la izquierda

Amigo 2: $\vec{a}_2 = \dfrac{\vec{F}}{m_2} = \dfrac{\vec{F}_{1,2}}{m_2} = \dfrac{60\ \vec{i}}{50} = 1{,}2\ \vec{i}\ \dfrac{m}{s^2}$ Se mueve hacia la derecha

2.. Impulso y cantidad de movimiento

Si golpeamos una pelota que viene hacia nosotros con la mano o una raqueta, podemos modificar su movimiento. Esta modificación no sólo depende de la fuerza que hemos ejercido sobre la pelota, sino que también depende del tiempo que ha estado en contacto la mano o la raqueta con la pelota.

Llamamos **Impulso de una fuerza** $\vec{I}$ a una magnitud vectorial que tiene la misma dirección y sentido que la fuerza y cuyo módulo se obtiene multiplicando el valor de la fuerza por el tiempo que ésta ha actuado.

$$\vec{I} = \vec{F} \cdot \Delta t$$

Su unidad en el S.I. es el **N · s**

2.1.Teorema del impulso

Al recibir la pelota el impulso de la fuerza modifica su cantidad de movimiento.

En efecto:

$$\vec{I} = \Sigma\vec{F} \cdot \Delta t = \frac{\Delta\vec{p}}{\cancel{\Delta t}} \cdot \cancel{\Delta t} = \Delta\vec{p} \qquad \vec{I} = m \cdot \vec{v} - m \cdot \vec{v}_0$$

El impulso de la fuerza resultante que actúa sobre un cuerpo es igual a la variación de la cantidad de movimiento de dicho cuerpo

2.2.Conservación de la cantidad de movimiento

Si la resultante de las fuerzas exteriores que actúan sobre un sistema es nula, la cantidad de movimiento de éste permanece constante

$$\Sigma\vec{F} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = 0 \Longrightarrow \Delta\vec{p} = 0$$

Si la variación del momento lineal es cero, esto significa, el momento lineal permanece constante.

Datos: m_{arma} = 1,2 kg ; $m_{proyectil}$ = 24 g = 0,024 kg; $v_{proyectil}$ = 500 m/s

Antes del disparo, tanto el arma como el proyectil están en reposo y por tanto su cantidad de movimiento es nula.

Como no actúa ninguna fuerza exterior al sistema (arma + proyectil) se conserva la cantidad de movimiento (Teorema de conservación de la cantidad de movimiento):

$$\vec{p}_{antes\ del\ disparo} = \vec{p}_{despues\ del\ disparo}$$

$$0 = m_{arma} \cdot \vec{v}_{arma} + m_{proyectil} \cdot \vec{v}_{proyectil}$$

Despejamos la velocidad del arma y sustituimos por sus valores, considerando que la dirección que coge el proyectil es la del eje X positivo:

$$\vec{v}_{arma} = -\frac{m_{proyectil} \cdot \vec{v}_{proyectil}}{m_{arma}} = -\frac{0,024 \cdot 500 \cdot \vec{i}}{1,2} = \boxed{-10\ \vec{i}\ \frac{m}{s}}$$

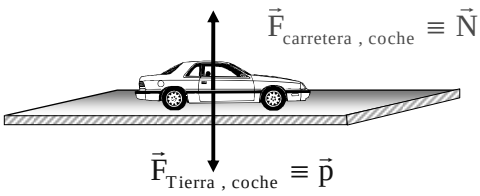
Este resultado nos dice que el arma se mueve a la velocidad de 10 m/s en sentido contrario al movimiento del proyectil.

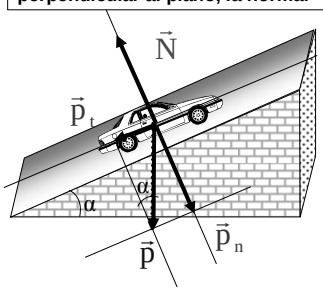
3.1. Fuerzas normales

Llamamos fuerza normal $\vec{N}$ a la fuerza que sobre un cuerpo ejerce la superficie en la que éste se apoya.

Se llama así porque su dirección siempre es PERPENDI la que se apoya el cuerpo. Su sentido va de la superficie al

Siempre descompondremos las fuerzas en dos componentes perpendiculares: una paralela al plano, la tangencial; y otra perpendicular al plano, la normal





Vectorialmente: $\vec{N} = -\vec{p}$

Escalarmente: (módulos) $|\vec{N}| = |\vec{p}|$

$N = p = m \cdot g$

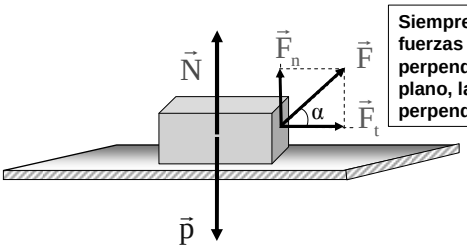
Vectorialmente: $\vec{N} = -\vec{p}_n$

Escalarmente: (módulos) $N = p_n = m \cdot g \cdot \cos\alpha$

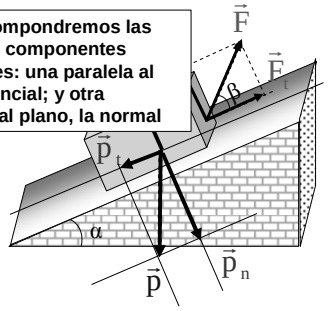
$[p_t = m \cdot g \cdot \text{sen}\ \alpha]$

3.1. Fuerzas normales (Cont.)

Cuando hay otras fuerzas aplicadas sobre el cuerpo, el valor la fuerza normal varía.



Siempre descompondremos las fuerzas en dos componentes perpendiculares: una paralela al plano, la tangencial; y otra perpendicular al plano, la normal



Vectorialmente: $\vec{N} + \vec{F}_n = -\vec{p}$

Escalarmente: (módulos) $N + F_n = p$

$N = p - F_n$

$N = m \cdot g - F \cdot \text{sen}\ \alpha$

Vectorialmente: $\vec{N} + \vec{F}_n = -\vec{p}_n$

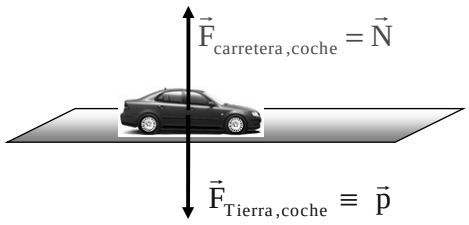
Escalarmente: (módulos) $N + F_n = p_n$

$N = p_n - F_n$

$N = m \cdot g \cdot \cos\ \alpha - F \cdot \text{sen}\,\beta$

Actividad 8: Un coche de 1200 kg de masa, **está parado en una carretera horizontal**. Dibuja las fuerzas que actúan sobre él y calcula el valor de la fuerza normal .

Hacemos un dibujo de la situación descrita y dibujamos las fuerzas.



En este caso: $\vec{N} = -\vec{p}$

Son iguales y opuestas

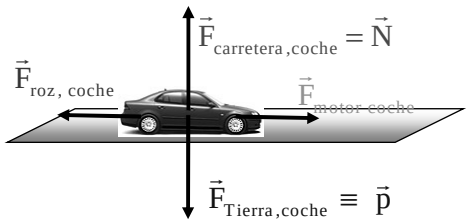
Tienen igual módulo (valor)

$$N = p$$

$$N = p = m \cdot g = 1200 \cdot 10 = \underline{12\ 000\ \ N}$$

Actividad 9: Un coche de 1200 kg de masa, **se mueve con velocidad constante por una carretera recta y horizontal**. Dibuja las fuerzas que actúan sobre él y calcula el valor de la fuerza normal .

Hacemos un dibujo de la situación descrita y dibujamos las fuerzas.



En este caso: $\vec{N} = -\vec{p}$

Son iguales y opuestas

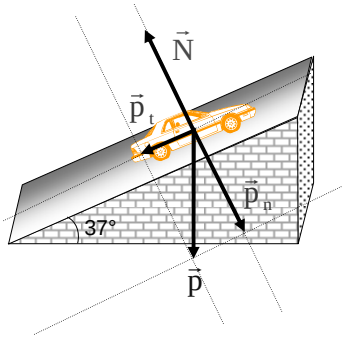
Tienen igual módulo (valor)

$$N = p$$

$$N = p = m \cdot g = 1200 \cdot 10 = \underline{12\ 000\ \ N}$$

Actividad 10: Un coche de 1200 kg de masa, **se desplaza subiendo una pendiente recta** de 37° sobre la horizontal. Calcular la fuerza normal.

Hacemos un dibujo de la situación descrita y dibujamos las fuerzas.



En este caso: $\vec{N} = -\vec{p}_n$

Son iguales y opuestas

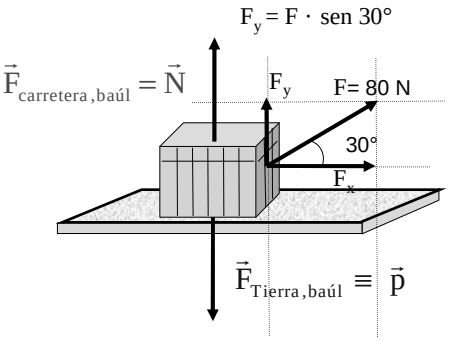
⬇

Tienen igual módulo (valor)

$$N = p_n = m \cdot g \cdot \cos\alpha = 1200 \cdot 10 \cdot \cos 37° = 9600 \text{ N}$$

Actividad 11: Del baúl de la figura, de 20 kg de masa, se tira con una fuerza de de 80 N, tal como se indica en la figura. Calcular el valor de la fuerza normal que actúa sobre el baúl.

Dibujamos las fuerzas que actúan:



En este caso:

$$\vec{N} + \vec{F}_y = -\vec{p}$$

⬇

$$N + F_y = p$$

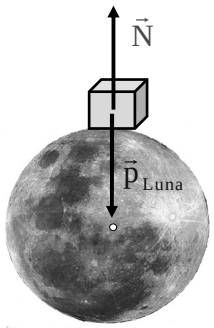
⬇

$$N = p - F_y = m \cdot g - F \cdot \text{sen } 30° = 20 \cdot 10 - 80 \cdot \text{sen } 30° = 200 - 40 = 160 \text{ N}$$

Ejercicio 8 de la página 117:

Datos: $m = 80$ kg ; $g_{Luna} = 1{,}6$ m/s^2

La fuerza normal de un cuerpo que esté apoyado en una superficie es la fuerza perpendicular a la superficie que ésta ejerce sobre el cuerpo.



Identificamos y dibujamos las fuerzas que actúan sobre el cuerpo.

Como el cuerpo está en reposo , estas dos fuerzas son iguales y opuestas y tendrán por tanto el mismo módulo (valor).

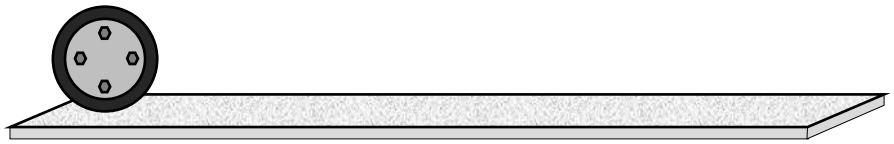
$$|\vec{N}| = N = p_{Luna} = m \cdot g_{Luna} = 80 \cdot 1{,}6 = \underline{128 \text{ N}}$$

3.2. Fuerzas de rozamiento

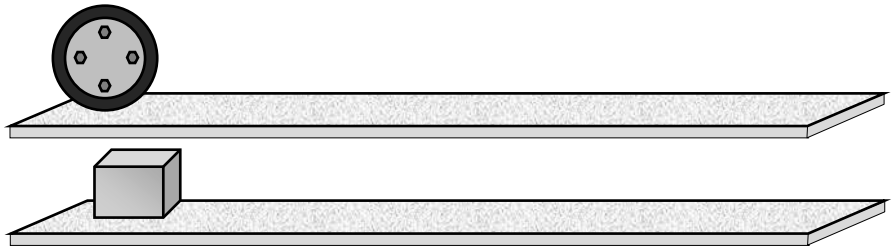
Llamamos fuerza de rozamiento $\vec{F}_r$ a la fuerza que aparece en la superficie de contacto de dos cuerpos cuando éstos se mueven (o intentan moverse) uno respecto del otro, oponiéndose al movimiento de éstos.

Existen dos tipos de rozamiento:

- Por rodadura:



- Por deslizamiento:

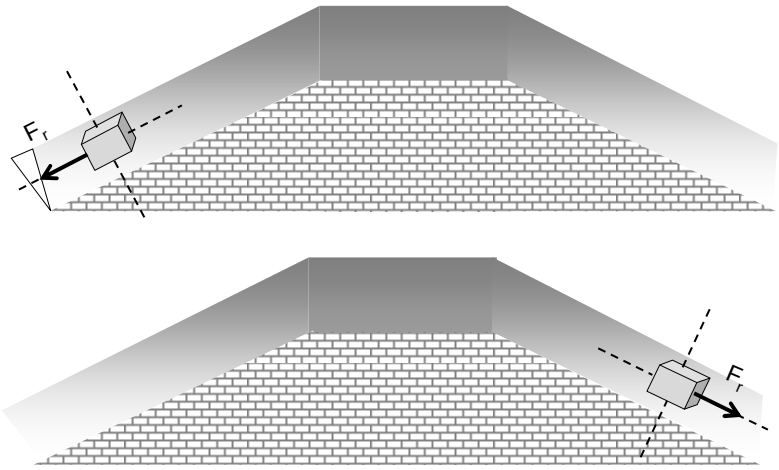


En este curso sólo estudiaremos el rozamiento por deslizamiento.

3.2. Fuerzas de rozamiento (Cont.)

Características empíricas de las fuerzas de rozamiento:

• La fuerza de rozamiento F_r siempre es paralela a la superficie por la que desliza el cuerpo y opuesta a su desplazamiento.



3.2. Fuerzas de rozamiento (Cont.II)

▪El valor de la fuerza de rozamiento es directamente proporcional al valor de la fuerza normal que actúa sobre el cuerpo:

$$F_r = \mu \cdot N$$

siendo la constante de proporcionalidad **μ, el coeficiente de rozamiento,** característico de los cuerpos que están en contacto (naturaleza y grado de pulimento).

▪Existen dos tipos de fuerza de rozamiento: la estática y la dinámica.

$$F_{r\ \text{estática}} = \mu_{\text{estático}} \cdot N$$

Fuerza que hay que vencer para que el cuerpo se ponga en movimiento

$$F_{r\ e} = \mu_e \cdot N$$

$$F_{r\ \text{cinético}} = \mu_{\text{cinético}} \cdot N$$

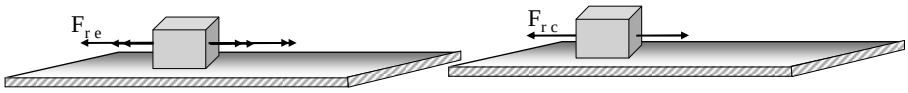
Fuerza que hay que vencer para que el cuerpo se mantenga en movimiento

$$F_{r\ c} = \mu_c \cdot N$$

Experimentalmente se comprueba en todos los casos que:

$$\mu_e > \mu_c \quad \Rightarrow \quad F_{re} > F_{rc}$$

3.2. Fuerzas de rozamiento (Cont. III)



La fuerza de rozamiento estática que actúa sobre un cuerpo:

- tiene un valor variable que depende de la fuerza aplicada al cuerpo
- toma un valor máximo que es siempre superior a la fuerza de rozamiento cinética
- Su valor máximo viene dado por la expresión:

$$F_{re} = \mu_e \cdot N$$

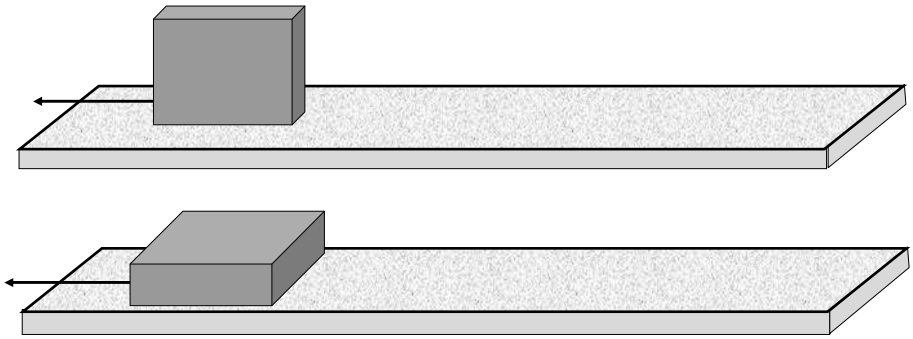
La fuerza de rozamiento cinética que actúa sobre un cuerpo:

- tiene un valor constante e independiente de la velocidad (para velocidades no muy elevadas)
- Su valor viene dado por la expresión:

$$F_{rc} = \mu_c \cdot N$$

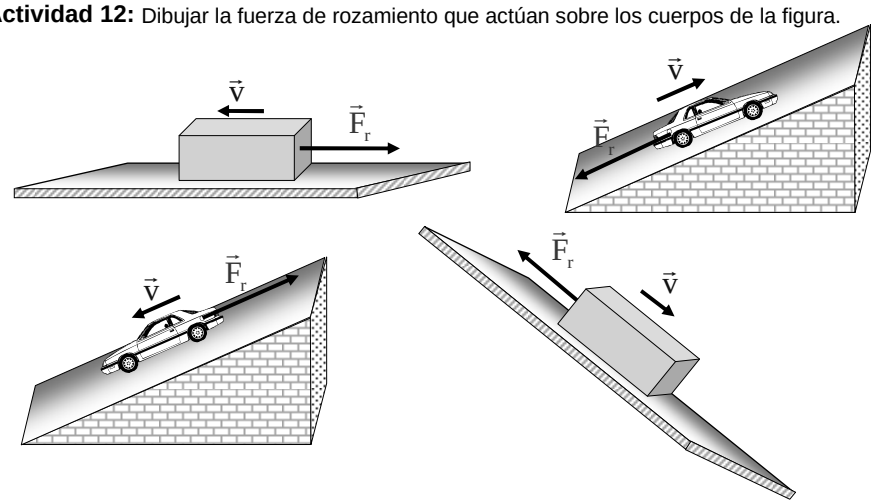
3.2. Fuerzas de rozamiento (Cont. IV)

- Depende del material y estado de pulimento de las superficies puestas en contacto , que determinan el valor del coeficiente de rozamiento (μ).
- No depende del área de contacto de las superficies que rozan.



El coeficiente de rozamiento que presenta el cuerpo es el mismo en ambos casos , aunque en el segundo caso el área de contacto es mayor.

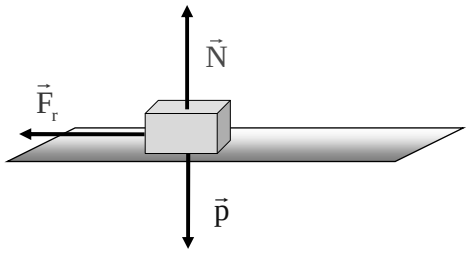
Actividad 12: Dibujar la fuerza de rozamiento que actúan sobre los cuerpos de la figura.



• La fuerza de rozamiento F_r siempre es paralela a la superficie por la que desliza el cuerpo y opuesta a su desplazamiento.

Actividad 13: El cuerpo de la figura tiene una masa de 30 kg. Los coeficientes de rozamiento estático y cinético con la superficie son 0,35 y 0,20, respectivamente. Calcular la fuerza de rozamiento estático y la de rozamiento cinético.

Hacemos un dibujo de la situación descrita y dibujamos las fuerzas.



Aplicaremos las fórmulas:

$$F_{r\,e} = \mu_e \cdot N$$

$$F_{r\,c} = \mu_c \cdot N$$

Necesitamos conocer la fuerza normal.

En este caso: $\vec{N} = -\vec{p}$

Son iguales y opuestas

Tienen igual módulo (valor)

$$N = p = m \cdot g = 30 \cdot 10 = 300 \quad N$$

Las fuerzas de rozamiento valen:

$$F_{r\,e} = \mu_e \cdot N = 0,35 \cdot 300 = \underline{105 \ N}$$

Fuerza mínima que tendríamos que hacer hacia la derecha para ponerlo en movimiento

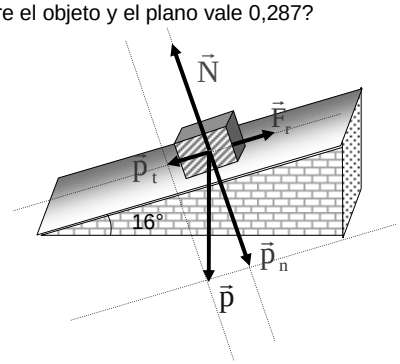
$$F_{r\,c} = \mu_c \cdot N = 0,20 \cdot 300 = \underline{60 \ N}$$

Fuerza necesaria que tendríamos que ejercer hacia la derecha para mantenerlo en movimiento.

Actividad 14: El objeto de la figura tiene una masa de 6 kg y está en reposo. ¿Cuánto vale la fuerza de rozamiento que impide que el objeto deslice por el plano, si el coeficiente de rozamiento estático entre el objeto y el plano vale 0,287?

Usaremos la fórmula:

$$F_{re} = \mu_e \cdot N$$



Necesitamos conocer la fuerza normal.

Dibujamos las fuerzas.

En este caso: $\vec{N} = -\vec{p}_n$

Son iguales y opuestas

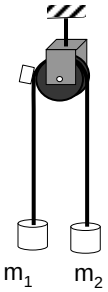
Tienen igual módulo (valor)

$$N = p_n = m \cdot g \cdot \cos\alpha = 6 \cdot 10 \cdot \cos 16° = 57,68 \quad N$$

Calculamos la fuerza de rozamiento:

$$F_{re} = \mu_e \cdot N = 0,287 \cdot 57,68 = \underline{16,5 \ N}$$

3.3. Dinámica de los sistemas de cuerpos enlazados



Para estudiar sistemas de cuerpos unidos por hilos, cuerdas, o alambres, que consideraremos inextensibles y sin masa, seguiremos estos pasos

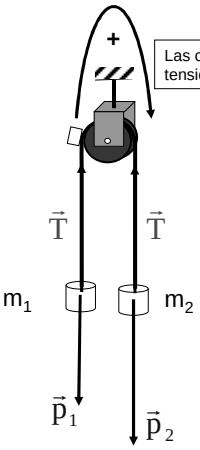
- Representamos las fuerzas que actúan sobre cada uno de los cuerpos que componen el sistema.

- Escogemos un sentido del movimiento como el positivo y aplicamos la 2ª ley de Newton a cada uno de los cuerpos por separado, obteniendo tantas ecuaciones como cuerpos tiene el sistema.

- Resolvemos el sistema de ecuaciones obtenido para calcular las magnitudes características del sistema.

Vamos ver estos pasos uno a uno , en un sistema como el de la figura, para el que supondremos que :

$$m_1 < m_2$$



· *Representamos las fuerzas que actúan sobre cada uno de los cuerpos que componen el sistema.*

Las cuerdas tendrán una masa despreciable y la tensión será la misma a ambos lados

· *Escogemos un sentido del movimiento como el positivo y aplicamos la 2ª ley de Newton a cada uno de los cuerpos, obteniendo tantas ecuaciones como cuerpos tiene el sistema.*

Como la masa de la derecha es mayor que la de la izquierda, tomamos como sentido positivo del movimiento el que se indica en la figura:

Masa 1: $T - p_1 = m_1 \cdot a$
Sube , luego: $T > p_1$

Masa 2: $p_2 - T = m_2 \cdot a$
Baja , luego : $p_2 > T$

La aceleración es la misma para cada masa ya que están unidas por la misma cuerda y ésta es inextensible

· *Resolvemos el sistema de ecuaciones obtenido para calcular las magnitudes características del sistema.*

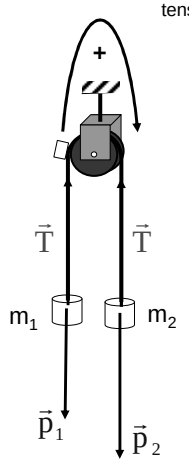
Resolviendo este sistema de ecuaciones podemos calcular la aceleración, la tensión, las masas, ….. Por ejemplo para obtener la aceleración:

$$\oplus \left.\begin{array}{l} \cancel{T} - p_1 = m_1 \cdot a \\ p_2 - \cancel{T} = m_2 \cdot a \end{array}\right\}$$
$$p_2 - p_1 = (m_1 + m_2) \cdot a$$

Despejamos la aceleración a:

$$a = \frac{p_2 - p_1}{m_1 + m_2} = \frac{(m_2 - m_1) \cdot g}{m_1 + m_2}$$

Actividad 15 : En el sistema de la figura calcula la aceleración con que se mueven las masas así como la tensión que soporta la cuerda, sabiendo que m_1 = 12 kg y m_2 = 18 kg



Datos: m_1 = 12 kg ; m_2 = 18 kg ; g = 10 m/s²

Daremos los pasos que hemos indicado anteriormente:

Masa 1: $\cancel{T} - p_1 = m_1 \cdot a$
Sube , luego: $T > p_1$

Masa 2: $p_2 - \cancel{T} = m_2 \cdot a$
Baja , luego : $p_2 > T$

$$\oplus \quad p_2 - p_1 = (m_1 + m_2) \cdot a$$

Despejamos la aceleración a y la calculamos:

$$a = \frac{(m_2 - m_1) \cdot g}{m_1 + m_2} = \frac{(18 - 12) \cdot 10}{12 + 18} = \frac{6 \cdot 10}{30} = 2 \ \frac{m}{s^2}$$

Para calcular la tensión T la podemos despejar de cualquiera de los dos ecuaciones:

De la primera: $T = m_1 \cdot a + p_1 = 12 \cdot 2 + 12 \cdot 10 = 144 \ N$

Lógicamente hubiéramos obtenido el mismo resultado despejando T de la segunda ecuación:

$$T = p_2 - m_2 \cdot a = 18 \cdot 10 - 18 \cdot 2 = 144 \ N$$

3.4. Dinámica del movimiento circular

Al estudiar el movimiento circular en el tema 3, vimos que es necesario que el móvil debe tener aceleración centrípeta (aceleración normal) para describir la trayectoria circular.

$$a_n = \frac{v^2}{R}$$

v = módulo de la velocidad

R = Radio de curvatura de la trayectoria

La fuerza necesaria que produce esta aceleración es la fuerza centrípeta (fuerza normal) , que vale, según nos dice la 2ª ley de Newton:

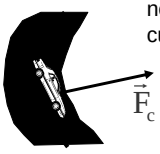
$$F_c = m \cdot a_n = m \cdot \frac{v^2}{R}$$

Actividad 16: Un coche de 1200 kg de masa recorre una curva de 50 m de radio a la velocidad de 72 km/h. ¿Cuánto vale la fuerza centrípeta necesaria para que el coche siga la curva?

Datos: m = 1200 kg ; R = 50 m; v = 72 km/h = 20 m/s

Aplicamos la expresión anterior: $F_c = m \cdot \frac{v^2}{R} = 1200 \cdot \frac{20^2}{50} = \underline{9600 \ \ N}$

Actividad 17: ¿Cuánto debe valer, como mínimo, el coeficiente de rozamiento entre los neumáticos y el asfalto de la carretera para que el coche no se "salga" de la curva?



$\vec{F}_c = \vec{F}_r$

$$F_r = \mu \cdot N = \mu \cdot p = \mu \cdot m \cdot g$$

Despejamos el coeficiente:

$$\mu = \frac{F_r}{m \cdot g} = \frac{9600}{1200 \cdot 10} = \underline{0,8}$$