UNIDAD 5. Ecuaciones

ACTIVIDADES PAG. 88

ACTIVIDADES

1. Teniendo en cuenta el primer principio de equivalencia, resuelve las siguientes ecuaciones:

   a) $4 + x = 12$ b) $-9 - x = 3$ c) $14 - x = 15$ d) $2 + x = 23$

2. Teniendo en cuenta el segundo principio de equivalencia resuelve las siguientes ecuaciones:

   a) $\frac{x}{3} = 15$ b) $4 - \frac{x}{2} = 2$ c) $2x + 6x + \frac{x}{3} = 25$

3. Teniendo en cuenta los principios primero y segundo de equivalencia, resuelve las siguientes ecuaciones:

   a) $3 + 2x = 3x + 1$ b) $5x - 6 = 10x - 1$ c) $6x - 7 = 4x + 3$

1.

a) $4 + x = 12 \Rightarrow x = 12 - 4 \Rightarrow x = 8$

b) $-9 - x = 3 \Rightarrow -x = -9 - 3 \Rightarrow x = -12$

c) $14 - x = 15 \Rightarrow x = 14 - 15 \Rightarrow x = -1$

d) $2 + x = 23 \Rightarrow x = 23 - 2 \Rightarrow x = 21$

2.

a) $\frac{x}{3} = 15 \Rightarrow x = 15 \cdot 3 \Rightarrow x = 45$

b) $4 - \frac{x}{2} = 2 \Rightarrow 4 - 2 = \frac{x}{2} \Rightarrow 2 = \frac{x}{2} \Rightarrow x = 4$

c) $2x + 6x + \frac{x}{3} = 25 \Rightarrow 8x + \frac{x}{3} = 25 \Rightarrow \frac{24x + x}{3} = 25 \Rightarrow \frac{25}{3}x = 25 \Rightarrow \frac{x}{3} = 1 \Rightarrow x = 3$

3.

a) $3 + 2x = 3x + 1 \Rightarrow 2x - 3x = 1 - 3 \Rightarrow -x = -2 \Rightarrow x = 2$

b) $5x - 6 = 10x - 1 \Rightarrow 5x - 10x = 6 - 1 \Rightarrow -5x = 5 \Rightarrow x = -1$

c) $6x - 7 = 4x + 3 \Rightarrow 6x - 4x = 3 + 7 \Rightarrow 2x = 10 \Rightarrow x = 5$

ACTIVIDADES PAG. 89

ACTIVIDADES

4. Resuelve las siguientes ecuaciones con paréntesis:

   a) $x + 2(x - 1) = 7$ c) $6(x - 2) + 3(x - 4) = x$

   b) $3(x - 1) - 2(x - 2) = -x - 1$ d) $9(x + 1) + 10(x + 2) = 9x - 1$

5. a las siguientes ecuaciones con denominadores:

   a) $\frac{x - 4}{8} - \frac{x - 6}{3} + \frac{x}{6} = 1$ c) $\frac{2(x + 5)}{7} + \frac{9(4x - 7)}{3} = 3x - 1$

   b) $x + \frac{3x + 1}{4} = 2x - 1$ d) $\frac{3(5 + x)}{2} + \frac{5(x - 3)}{4} = 3x + 1$

4.

a) $x + 2(x - 1) = 7 \Rightarrow x + 2x - 2 = 7 \Rightarrow 3x = 9 \Rightarrow x = 3$

b)

$3(x-1) - 2(x-2) = -x - 1 \Rightarrow 3x - 3 - 2x + 4 = -x - 1 \Rightarrow$

$x + 1 = -x - 1 \Rightarrow 2x = -2 \Rightarrow x = -1$

c)

$$6(x-2)+3(x-4)=x \Rightarrow 6x-12+3x-12=x \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 9x-24=x \Rightarrow 8x=24 \Rightarrow x=3$$

d)

$$9(x+1)+10(x+2)=9x-1 \Rightarrow 9x+9+10x+20=9x-1 \Rightarrow$$
$$19x+29=9x-1 \Rightarrow 10x=-30 \Rightarrow x=-3$$

5.

a)

$$\frac{x-4}{8}-\frac{x-6}{3}+\frac{x}{6}=1 \Rightarrow \frac{3(x-4)-8(x-6)+4x}{24}=1$$
$$\Rightarrow \frac{3x-12-8x+48+4x}{24}=1 \Rightarrow -x+36=24 \Rightarrow x=36-24 \Rightarrow x=12$$

b) $x+\frac{3x+1}{4}=2x-1 \Rightarrow \frac{4x+3x+1}{4}=2x-1 \Rightarrow 7x+1=8x-4 \Rightarrow x=5$

c)

$$\frac{2(x+5)}{7}+\frac{9(4x-7)}{3}=3x-1 \Rightarrow \frac{6(x+5)+63(4x-7)}{21}=3x-1$$
$$\Rightarrow 6x+30+252x-441=63x-21 \Rightarrow 258x-411=63x-21 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 258x-63x=411-21 \Rightarrow 195x=390 \Rightarrow x=2$$

d)

$$\frac{3(5+x)}{2}+\frac{5(x-3)}{4}=3x+1 \Rightarrow \frac{6(5+x)+5(x-3)}{4}=3x+1 \Rightarrow$$
$$\frac{30+6x+5x-15}{4}=3x+1 \Rightarrow 11x+15=12x+4 \Rightarrow x=11$$

ACTIVIDADES PAG. 90

ACTIVIDADES

6. Resuelve las siguientes ecuaciones del tipo $ax^2 + c = 0$:

a) $x^2 - 25 = 0$ c) $6x^2 - 5 = 49$ e) $(3x + 2) \cdot (3x - 2) = 221$

b) $x^2 - 24 = 120$ d) $7x^2 - 29 = 61 - 3x^2$ f) $4x^2 - 64 = 0$

7. Resuelve las siguientes ecuaciones del tipo $ax^2 + bx = 0$:

a) $x^2 + 5x = 0$ c) $x^2 - x = 0$ e) $3x^2 - 108x = 0$

b) $4x^2 - 3x = 0$ d) $7x^2 - 42x = 0$ f) $3x = 4x^2 - 2x$

6.

a) $x^2-25=0 \Rightarrow x^2=25 \Rightarrow x=\pm 5$

b) $x^2-24=120 \Rightarrow x^2=144 \Rightarrow x=\pm 12$

c) $6x^2-5=49 \Rightarrow 6x^2=54 \Rightarrow x^2=9 \Rightarrow x=\pm 3$

d) $7x^2-29=61-3x^2 \Rightarrow 10x^2=90 \Rightarrow x^2=9 \Rightarrow x=\pm 3$

e) $(3x+2)(3x-2)=221 \Rightarrow 9x^2-4=221 \Rightarrow 9x^2=225 \Rightarrow x^2=25 \Rightarrow x=\pm 5$

f) $4x^2-64=0 \Rightarrow x^2-16=0 \Rightarrow x=\pm 4$

7.

a) $x^2+5x=0 \Rightarrow x(x+5)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x+5=0 \Rightarrow x=-5 \end{cases}$

b) $4x^2-3x=0 \Rightarrow x(4x-3)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ 4x-3=0 \Rightarrow 4x=3 \Rightarrow x=\dfrac{3}{4} \end{cases}$

c) $x^2-x=0 \Rightarrow x\cdot(x-1)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x-1=0 \Rightarrow x=1 \end{cases}$

d) $7x^2-42x=0 \Rightarrow 7x(x-6)=0 \Rightarrow \begin{cases} 7x=0 \Rightarrow x=0 \\ x-6=0 \Rightarrow x=6 \end{cases}$

e) $3x^2-108x=0 \Rightarrow 3x(x-36)=0 \Rightarrow \begin{cases} 3x=0 \Rightarrow x=0 \\ x-36=0 \Rightarrow x=36 \end{cases}$

f)

$3x=4x^2-2x \Rightarrow 3x+2x=4x^2 \Rightarrow$

$5x-4x^2=0 \Rightarrow x(5-4x)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ 5-4x=0 \Rightarrow 5=4x \Rightarrow x=\dfrac{5}{4} \end{cases}$

ACTIVIDADES PAG. 91

ACTIVIDADES

8. Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado:

a) $x^2-3x+2=0$ b) $x^2-5x+6=0$ c) $x^2-4x+3=0$ d) $x^2-6x+8=0$ e) $x^2-5x+4=0$ f) $x^2+10=7x$

9. Calcula el número de raíces de las siguientes ecuaciones sin resolverlas:

a) $x^2-10x+24=0$ c) $x^2+16=0$ e) $4x^2-12x+9=0$

b) $x^2-8x+16=0$ d) $14x^2-9x+14=0$ f) $3x^2-2x+1=0$

8.

a) $x^2-3x+2=0 \Rightarrow x=\dfrac{3\pm\sqrt{9-8}}{2}=\dfrac{3\pm\sqrt{1}}{2}=\dfrac{3\pm1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x=\dfrac{3+1}{2}=2 \\ x=\dfrac{3-1}{2}=1 \end{cases}$

b) $x^2-5x+6=0 \Rightarrow x=\dfrac{5\pm\sqrt{25-24}}{2}=\dfrac{5\pm\sqrt{1}}{2}=\dfrac{5\pm1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x=\dfrac{5+1}{2}=3 \\ x=\dfrac{5-1}{2}=2 \end{cases}$

c) $x^2-4x+3=0 \Rightarrow x=\dfrac{4\pm\sqrt{16-12}}{2}=\dfrac{4\pm\sqrt{4}}{2}=\dfrac{4\pm2}{2} \Rightarrow \begin{cases} x=\dfrac{4+2}{2}=3 \\ x=\dfrac{4-2}{2}=1 \end{cases}$

d) $x^2-6x+8=0 \Rightarrow x=\dfrac{6\pm\sqrt{36-32}}{2}=\dfrac{6\pm\sqrt{4}}{2}=\dfrac{6\pm2}{2} \Rightarrow \begin{cases} x=\dfrac{6+2}{2}=4 \\ x=\dfrac{6-2}{2}=2 \end{cases}$

e) $x^2-5x+4=0 \Rightarrow x=\dfrac{5\pm\sqrt{25-16}}{2}=\dfrac{5\pm\sqrt{9}}{2}=\dfrac{5\pm3}{2} \Rightarrow \begin{cases} x=\dfrac{5+3}{2}=4 \\ x=\dfrac{5-3}{2}=1 \end{cases}$

f)

$$x^2+10=7x \Rightarrow x^2-7x+10=0 \Rightarrow$$

$$x=\frac{7\pm\sqrt{49-40}}{2}=\frac{7\pm\sqrt{9}}{2}=\frac{7\pm 3}{2}\Rightarrow\begin{cases} x=\dfrac{7+3}{2}=5 \\ x=\dfrac{7-3}{2}=2 \end{cases}$$

9.

a) $x^2-10x+24=0 \Rightarrow \Delta=(-10)^2-4\cdot 1\cdot 24 \Rightarrow \Delta=100-96 \Rightarrow \Delta=4 \Rightarrow$

$\Delta>0 \Rightarrow$ la ecuación posee dos soluciones reales y distintas

b) $x^2-8x+16=0 \Rightarrow \Delta=(-8)^2-4\cdot 1\cdot 16 \Rightarrow \Delta=64-64 \Rightarrow \Delta=0 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ raíz doble (Una única solución)

c) $x^2+16=0 \Rightarrow \Delta=0-4\cdot 1\cdot 16 \Rightarrow \Delta=-64 \Rightarrow \Delta<0 \Rightarrow$

No existe solución real

d) $14x^2-9x+14=0 \Rightarrow \Delta=(-9)^2-4\cdot 14\cdot 14 \Rightarrow \Delta=81-784=-703 \Rightarrow \Delta<0 \Rightarrow$

No existe solución real

e) $4x^2-12x+9=0 \Rightarrow \Delta=(-12)^2-4\cdot 4\cdot 9 \Rightarrow \Delta=144-144 \Rightarrow \Delta=0$

$\Rightarrow$ raíz doble (Una única solución)

f) $3x^2-2x+1=0 \Rightarrow \Delta=(-2)^2-4\cdot 3\cdot 1 \Rightarrow \Delta=4-12 \Rightarrow \Delta=-8$

$\Delta<0 \Rightarrow$ no posee solución real.

ACTIVIDADES PAG. 92

ACTIVIDADES

10. Calcula cuatro números pares consecutivos cuya suma sea 68.
11. Un padre reparte 60 € entre sus 3 hijos para que vayan a la feria. Al mediano le da el doble que al pequeño y al mayor le da tanto como al pequeño y al mediano juntos. ¿Cuánto recibió cada hijo?
12. Un TALGO sale de Madrid con dirección a Barcelona manteniendo una velocidad de 100 km/h. Cuando lleva recorridos 50 km sale de Atocha por una vía paralela a la anterior un AVE que lleva una velocidad de 300 km/h. ¿A qué distancia de la capital alcanzará el AVE al TALGO? ¿Cuánto tiempo tardará en darle alcance?

10.

Sean x- 2 , x , x + 2 y x + 4 los números buscados.

$x-2+x+x+2+x+4=68$

$4x+4=68$

$x+1=17$

$x=16$

Los números buscados son: 14, 16, 18 y 20

11.

Sea x la cantidad que da al menor.

Menor	x
Mediano	$2x$
mayor	$x+2x=3x$

$x + 2x + 3x = 60$

$6x = 60$

$x = 10$

El pequeño percibe 10 €, el mediano 20 € y el mayor 30 €

12.

Sea x el tiempo en horas que tarda el AVE en alcanzar al TALGO.
En este tiempo el AVE ha recorrido 300 x km y el TALGO 100 x km.

$$50 = 300x - 100x$$
$$50 = 200x$$
$$x = \frac{50}{200}$$
$$x = \frac{1}{4}$$

El AVE tardará $\frac{1}{4}$ de hora en alcanzar al TALGO a $300 \cdot \frac{1}{4} = 75$ km de la capital.

ACTIVIDADES PAG. 93

ACTIVIDADES

13. Dado un cierto número, primero le resto 4 y por otro lado le sumo 4, el producto de los números resultantes es 128. ¿De qué número se trata?
14. La diferencia de dos números es 2 y su producto es 195. ¿De qué números se trata?
15. En un triángulo rectángulo, la hipotenusa mide 2 cm más que uno de los catetos y este, a su vez, mide 2 cm más que el otro cateto. ¿Cuál es la longitud de los catetos y de la hipotenusa?
16. Si en un rectángulo disminuyo la longitud de uno de los lados en 3 cm obtengo un cuadrado de 144 cm² de área. ¿Cuál es la longitud del rectángulo en un principio?

13.

Sea x el número buscado

$(x-4)\cdot(x+4) = 128$

$x^2 - 16 = 128$

$x^2 = 144$

$x = \pm 12$

Aparecen dos números que cumplen las condiciones del problema: 12 y – 12

14.

Los números buscados son $x,\ x-2$

$x \cdot (x-2) = 195$

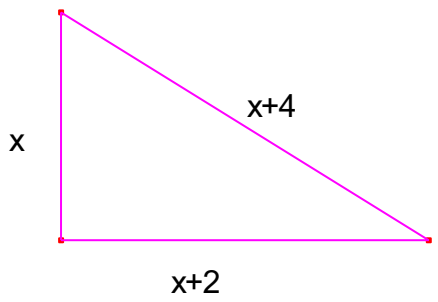
$x^2 - 2x - 195 = 0$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4+780}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{784}}{2} = \frac{2 \pm 28}{2} = \begin{cases} 15 \\ -13 \end{cases}$$

Los números buscados son 15 y 13, o bien, -13 y - 15

15.

Sea x la longitud del cateto menor, como indica la figura:



Aplicando el teorema de Pitágoras tenemos:

$(x+4)^2 = (x+2)^2 + x^2$

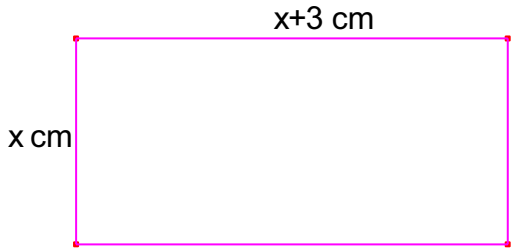
$x^2 + 8x + 16 = x^2 + 4x + 4 + x^2$

$x^2 - 4x - 12 = 0$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16+48}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{64}}{2} = \frac{4 \pm 8}{2} = \begin{cases} -2 \\ 6 \end{cases}$$

Las medidas del triángulo son 6 cm, 8 cm los catetos y 10 cm la hipotenusa.

16.



Si obtenemos un cuadrado al disminuir en 3 cm un lado del rectángulo, el lado mayor mide 3 cm más que el lado menor.

$x^2 = 144 \Rightarrow x = 12$, con lo que las medidas del rectángulo son 15 cm de largo y 12 cm de ancho.

Desafío matemático

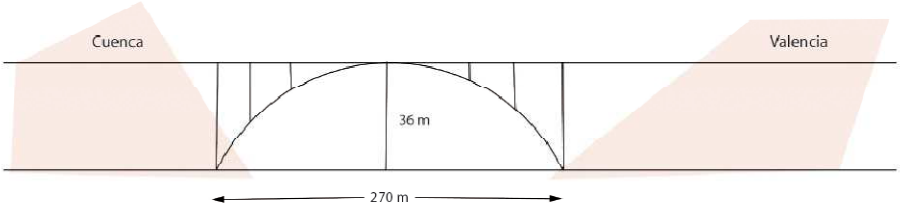
El viaducto de la línea de Alta Velocidad (AVE) Madrid-Valencia

El 18 de diciembre de 2010 Sus Majestades los Reyes de España inauguraron la línea de Alta Velocidad (AVE) Madrid-Valencia. Esta obra supuso un gran esfuerzo económico así como importantes retos tecnológicos en los que las matemáticas estaban presentes.

Fue necesario salvar un desnivel creando un viaducto cuyo arco de hormigón es el más grande construido en un puente ferroviario en Europa. El viaducto de aproximadamente 700 metros de longitud y el arco que lo sostiene tiene su origen en la provincia de Cuenca y acaba en la provincia de Valencia. La distancia a la que se encuentra el pilar de Cuenca del inicio del viaducto coincide con $\frac{31}{70}$ partes de la longitud total del viaducto y, la distancia del extremo situado en la provincia de Valencia al final del viaducto, coincide con los $\frac{6}{35}$ de la longitud total del mismo. El recorrido del arco viene dado por la siguiente ecuación:

$$f(x) = -0'002x^2 + 0'54x$$

Las bases de apoyo del viaducto están a 0 metros de altitud sobre el terreno. Y la altura máxima del viaducto es de 36 metros.



1. ¿A qué distancia del origen del viaducto se encuentra el pilar de apoyo del arco que se encuentra en la provincia de Cuenca?

2. ¿Cuántos metros quedan para llegar al final del viaducto una vez que se ha superado el arco sobre el que se apoya?

3. Si consideramos el inicio del arco en la provincia de Cuenca como el punto 0 de un imaginario eje de coordenadas cuyo eje de abscisas fuera la horizontal sobre la cota cero, ¿qué altura alcanza el arco en los puntos $x = 50$, $x = 100$, $x = 135$, $x = 170$, $x = 200$, $x = 250$ y $x = 270$?

4. La distancia que recorre el AVE Madrid-Valencia es de 391 km. Si la velocidad media del tren en dicho trayecto es de 4 km y 73 metros por minuto, ¿cuánto tiempo tardará en realizar el recorrido? (El espacio recorrido por un móvil es el producto de la velocidad por el tiempo). Aproxima el resultado y exprésalo en lenguaje coloquial, tantas horas y tantos minutos.

5. El precio del billete del AVE Madrid-Valencia tiene importantes descuentos. Al efectuar la compra 15 días antes, se obtiene un descuento del 60 por ciento y si se realiza la compra con 10 días de antelación, el descuento es del 40 por ciento. Si un grupo de amigos paga 941'64 euros por la compra de sus billetes sabiendo que 13 de ellos los compraron con 15 días de anticipación y los 10 restantes con 7 días de adelanto: ¿cuánto cuesta el billete en clase turista sin descuento?, ¿cuánto pagó cada uno por su billete?

La distancia del origen del viaducto a los pilares de apoyo representa $\frac{31}{70}+\frac{6}{35}=\frac{43}{70}$ partes del viaducto ⇒ el arco representa un $\frac{27}{70}$ de la longitud del viaducto. Sea x la longitud en metros del viaducto.

$$\frac{27}{70}x = 270 \Rightarrow x = 700 \text{ m}$$

El viaducto mide 700 metros de longitud.

1.El pilar de apoyo del arco que se encuentra en la provincia de Cuenca se encuentra a $\frac{31}{70}\cdot 700 = 310\ m$ del origen del viaducto.

2.Superado el arco quedan $\frac{6}{35}\cdot 700 = 120$ m por recorrer para llegar al final del viaducto.

3.El arco tiene por ecuación $f(x) = -0002x^2 + 054x$

Si $x = 50 \Rightarrow f(50) = -0002\cdot 50^2 + 054\cdot 50 = 22 \Longrightarrow$alcanza 22 m de altura.

Si $x = 100 \Longrightarrow f(100) = -0002\cdot 100^2 + 054\cdot 100 = 34 \Longrightarrow$ alcanza 34 m de altura.

Si $x = 135 \Longrightarrow f(135) = -0002\cdot 135^2 + 054\cdot 135 = 3645 \Longrightarrow$alcanza 36'45 m de altura.

Si $x = 170 \Longrightarrow f(170) = -0002\cdot 170^2 + 054\cdot 170 = 34 \Longrightarrow$alcanza 34 m de altura

Si $x = 200 \Longrightarrow f(200) = -0002\cdot 200^2 + 054\cdot 200 = 28 \Longrightarrow$alcanza 28 m de altura.

Si $x = 250 \Longrightarrow f(250) = -0002\cdot 250^2 + 054\cdot 250 = 10 \Longrightarrow$alcanza 10 m de altura.

Si $x = 270 \Longrightarrow f(270) = -0002\cdot 270^2 + 054\cdot 270 = 0 \Longrightarrow$ el arco se encuentra a 0m de altura

4.La velocidad media es de 4073 m/minuto = 4073·60 m/h = 244380 m/h =244'38 km/h

$$espacio = velocidad\cdot tiempo \Longrightarrow e = v\cdot t \Longrightarrow t = \frac{e}{v}$$

$$t = \frac{391}{24438} = 16 \text{ horas} = 1 \text{ hora y } 36 \text{ minutos.}$$

5.

Tiempo de antelación en la compra	Descuento efectuado
15 días	60 %
10 días	40 %

Sea x el precio del billete en clase turista sin descuento alguno.

$$13\cdot 06x + 10\cdot 04x = 94164 \Longrightarrow 118x = 94164 \Longrightarrow x = 798$$

El precio del billete sin descuento es de 798

Los que compraron el billete con 15 días de antelación pagaron $06\cdot 798 = 4788$ .Los que compraron el billete con 10 días de antelación pagaron $04\cdot 798 = 3192$

ACTIVIDADES FINALES PAG. 96

EJERCICIOS

Ecuaciones de primer grado

○ **17.** Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $9 + x = 6$ c) $11 - x = 14$ e) $7 + x = -5$

b) $-8 + x = 7$ d) $2 - x = 3$ f) $14 - x = 8$

○ **18.** Teniendo en cuenta el primer principio de equivalencia, resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $15 + x = 23$ c) $x + 12 = 98$

b) $2 - x = 45$ d) $-x + 23 = 78$

○ **19.** Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $5x - 3 = 6x - 9 = 15$

b) $8x - 3x + 12 = 9x + 27 - 3x$

c) $2x - 5x - 4 = 7x - 8x - 3$

d) $12 - 13x + 14x = 3x - 7x + 23$

○ **20.** Aplica el segundo principio de equivalencia para resolver las siguientes ecuaciones:

a) $\frac{2x}{3} = 42$ c) $2x + \frac{x}{2} = -3$

b) $5 + \frac{x}{4} = 21$ d) $13 - \frac{3x}{4} = 7 - 3x$

21. ○ Aplica los principios primero y segundo de equivalencia para resolver las siguientes ecuaciones:

a) $5x + 3x = 4x + 25$

b) $16 + \frac{3x}{5} = 8 - 2x$

c) $23x + 4x - 6x + 7 - x - \frac{7}{2}$

d) $4x + 15 = 75 - \frac{5x}{6}$

Ecuaciones de primer grado con denominadores

○ **22.** Resuelve las siguientes ecuaciones con denominadores:

a) $\frac{x}{2} = 14$ d) $\frac{5}{2} + 3x = 11$

b) $\frac{x}{3} - 1 = 15$ e) $\frac{5}{7} - \frac{1}{14}x = 28$

c) $2 - \frac{3}{4}x = 11$ f) $5 + \frac{2}{3}x = 16$

Ecuaciones de primer grado con paréntesis

○ **23.** Resuelve las siguientes ecuaciones con denominadores:

a) $\frac{2}{3}x - \frac{5}{2}x = \frac{3}{4}x + 1$ c) $4 - \frac{x-6}{5} = 2 - \frac{x+2}{15}$

b) $\frac{x+1}{3} - \frac{x+3}{6} = 3x - 2$ d) $\frac{3x-2}{4} - \frac{x-3}{2} = \frac{5x-4}{6}$

◐ **24.** Resuelve las siguientes ecuaciones con paréntesis:

a) $5 + 2(x - 3) = 6$ c) $4 - 2(3 - 4x) = 2$

b) $3(x - 7) + 12 = 14$ d) $7(5x - 3) = 14$

◐ **25.** Resuelve las siguientes ecuaciones con paréntesis:

a) $2(x - 3) + 5(x - 2) = 6x + 15$

b) $2(4 - x) + 3(2x - 5) = 2x - 3$

c) $100 - 5(x - 15) = 3x + 23$

d) $5(x - 4) + 3(3x - 5) = 2\left(x + \frac{1}{2}\right)$

◐ **26.** Resuelve las siguientes ecuaciones con denominadores y paréntesis:

a) $\frac{2(x-3)}{3} - \frac{3(x-4)}{4} = \frac{5(x-2)}{6} - \frac{1}{12}$

b) $\frac{2(3x-5)}{4} - \frac{3(4x-3)}{2} = \frac{4(3x-2)}{8}$

○ **27.** Resuelve las siguientes ecuaciones de primer grado con paréntesis con coeficientes racionales:

a) $\frac{3(2x-1)}{4} + \frac{5(4x-3)}{2} - \frac{3x}{2} + \frac{87}{4}$

b) $\frac{12(x-1)}{5} + \frac{5(2x-1)}{4} = \frac{4(3x-2)}{5} + \frac{8x+1}{20}$

c) $\frac{3(x-7)}{4} - \frac{2x-8}{9} - \frac{5}{36}$

d) $\frac{7x-5}{12} + \frac{5(3x-2)}{4} = \frac{7x}{3} + \frac{37}{12}$

Ecuaciones de segundo grado incompletas

○ **28.** Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado incompletas:

a) $x^2 - 42 = 7$ c) $x^2 - 25 = 0$

b) $2x^2 - 92 = 36$ d) $2x^2 - 15 = 12 - x^2$

○ **29.** Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado incompletas:

a) $x^2 - 3x = 0$ c) $2x^2 - 7x = 0$

b) $x^2 - 6x = 0$ d) $8x^2 - 5x = 0$

17.

a) $9 + x = 6 \Rightarrow x = 6 - 9 \Rightarrow x = -3$

b) $-8 + x = 7 \Rightarrow x = 7 + 8 \Rightarrow x = 15$

c) $11 - x = 14 \Rightarrow -x = 14 - 11 \Rightarrow -x = 3 \Rightarrow x = -3$

d) $2 - x = 3 \Rightarrow -x = 3 - 2 \Rightarrow -x = 1 \Rightarrow x = -1$

e) $7 + x = -5 \Rightarrow x = -5 - 7 \Rightarrow x = -12$

f) $14-x=8 \Rightarrow -x=8-14 \Rightarrow -x=-6 \Rightarrow x=6$

18.

a) $15+x=23 \Rightarrow x=23-15 \Rightarrow x=8$

b) $2-x=45 \Rightarrow -x=45-2 \Rightarrow -x=43 \Rightarrow x=-43$

c) $x+12=98 \Rightarrow x=98-12 \Rightarrow x=86$

d) $-x+23=78 \Rightarrow -x=78-23 \Rightarrow -x=55 \Rightarrow x=-55$

19.

a) $5x-3=6x-9-15 \Rightarrow 5x-3=6x-24 \Rightarrow 5x-6x=3-24 \Rightarrow -x=-21 \Rightarrow x=21$

b)

$$8x-3x+12=9x+27-3x \Rightarrow 5x+12=6x+27 \Rightarrow 5x-6x=27-12 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -x=15 \Rightarrow x=-15$$

c)

$$2x-5x-4=7x-8x-3 \Rightarrow -3x-4=-x-3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -3x+x=4-3 \Rightarrow -2x=1 \Rightarrow x=-\frac{1}{2}$$

d)

$$12-13x+14x=3x-7x+23 \Rightarrow 12+x=-4x+23 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x+4x=23-12 \Rightarrow 5x=11 \Rightarrow x=\frac{11}{5}$$

20.

a) $\frac{2x}{3}=42 \Rightarrow 2x=42\cdot 3 \Rightarrow 2x=126 \Rightarrow x=\frac{126}{2} \Rightarrow x=63$

b) $5+\frac{x}{4}=21 \Rightarrow \frac{x}{4}=21-5 \Rightarrow \frac{x}{4}=16 \Rightarrow x=4\cdot 16 \Rightarrow x=64$

c) $2x+\frac{x}{2}=-3 \Rightarrow \frac{5x}{2}=-3 \Rightarrow 5x=-6 \Rightarrow x=-\frac{6}{5}$

d)

$$13-\frac{3x}{4}=7-3x \Rightarrow -\frac{3x}{4}+3x=7-13 \Rightarrow \frac{9x}{4}=-6 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 9x=-24 \Rightarrow x=-\frac{24}{9} \Rightarrow x=-\frac{8}{3}$$

21.

a) $5+3x=4x+25 \Rightarrow 3x-4x=25-5 \Rightarrow -x=20 \Rightarrow x=-20$

b) $16+\frac{3x}{5}=8-2x \Rightarrow \frac{3x}{5}+2x=8-16 \Rightarrow \frac{13x}{5}=-8 \Rightarrow 13x=-40 \Rightarrow x=-\frac{40}{13}$

c)

$$23x+4x-6x+7=x-\frac{7}{2} \Rightarrow 21x+7=x-\frac{7}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 21x-x=-\frac{7}{2}-7 \Rightarrow 20x=-\frac{21}{2} \Rightarrow x=-\frac{21}{40}$$

d) $4x+15=75-\frac{5x}{6}\Rightarrow 4x+\frac{5x}{6}=75-15\Rightarrow \frac{29x}{6}=60\Rightarrow 29x=360\Rightarrow x=\frac{360}{29}$

22.

a) $\frac{x}{2}=14\Rightarrow x=28$

b) $\frac{x}{3}-1=15\Rightarrow \frac{x}{3}=16\Rightarrow x=48$

c) $2-\frac{3}{4}x=11\Rightarrow -\frac{3}{4}x=9\Rightarrow -3x=36\Rightarrow x=\frac{36}{-3}\Rightarrow x=-12$

d) $\frac{5}{2}+3x=11\Rightarrow 3x=11-\frac{5}{2}\Rightarrow 3x=\frac{17}{2}\Rightarrow x=\frac{17}{6}$

e) $\frac{5}{7}-\frac{1}{14}x=28\Rightarrow -\frac{1}{14}x=28-\frac{5}{7}\Rightarrow -\frac{1}{14}x=\frac{191}{7}\Rightarrow -x=382\Rightarrow x=-382$

f) $5+\frac{2}{3}x=16\Rightarrow \frac{2}{3}x=11\Rightarrow 2x=33\Rightarrow x=\frac{33}{2}$

23.

a)

$$\frac{2}{3}x-\frac{5}{2}x=\frac{3}{4}x+1\Rightarrow \frac{4x-15x}{6}=\frac{3}{4}x+1\Rightarrow \frac{-11x}{6}=\frac{3}{4}x+1\Rightarrow \frac{-11x}{6}-\frac{3}{4}x=1\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{-22x-9x}{12}=1\Rightarrow -\frac{31}{12}x=1\Rightarrow x=-\frac{12}{31}$$

b)

$$\frac{x+1}{3}-\frac{x+3}{6}=3x-2\Rightarrow \frac{2(x+1)-(x+3)}{6}=3x-2\Rightarrow \frac{2x+2-x-3}{6}=3x-2\Rightarrow$$

$$\frac{x-1}{6}=3x-2\Rightarrow x-1=18x-12\Rightarrow 17x=11\Rightarrow x=\frac{11}{17}$$

c)

$$4-\frac{x-6}{5}=2-\frac{x+2}{15}\Rightarrow \frac{x+2}{15}-\frac{x-6}{5}=2-4\Rightarrow \frac{x+2-3x+18}{15}=-2\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{-2x+20}{15}=-2\Rightarrow -2x+20=-30\Rightarrow -2x=-50\Rightarrow x=25$$

d)

$$\frac{3x-2}{4}-\frac{x-3}{2}=\frac{5x-4}{6}\Rightarrow \frac{3(3x-2)-6(x-3)}{12}=\frac{2(5x-4)}{12}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow 9x-6-6x+18=10x-8\Rightarrow 3x+12=10x-8\Rightarrow 3x-10x=-8-12\Rightarrow$$

$$\Rightarrow -7x=-20\Rightarrow x=\frac{20}{7}$$

24.

a) $5+2(x-3)=6\Rightarrow 5+2x-6=6\Rightarrow -1+2x=6\Rightarrow 2x=7\Rightarrow x=\frac{7}{2}$

b) $3(x-7)+12=14\Rightarrow 3x-21+12=14\Rightarrow 3x-9=14\Rightarrow 3x=23\Rightarrow x=\frac{23}{3}$

c) $4-2(3-4x)=2 \Rightarrow 4-6+8x=2 \Rightarrow -2+8x=2 \Rightarrow 8x=4 \Rightarrow x=\frac{4}{8} \Rightarrow x=\frac{1}{2}$

d) $7(5x-3)=14 \Rightarrow 35x-21=14 \Rightarrow 35x=21+14 \Rightarrow 35x=35 \Rightarrow x=\frac{35}{35} \Rightarrow x=1$

25.

a)

$$2(x-3)+5(x-2)=6x+15 \Rightarrow 2x-6+5x-10=6x+15 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 7x-16=6x+15 \Rightarrow 7x-6x=15+16 \Rightarrow x=31$$

b)

$$2(4-x)+3(2x-5)=2x-3 \Rightarrow 8-2x+6x-15=2x-3 \Rightarrow 4x-7=2x-3 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 4x-2x=-3+7 \Rightarrow 2x=4 \Rightarrow x=2$$

c)

$$100-5(x-15)=3x+23 \Rightarrow 100-5x+75=3x+23 \Rightarrow 175-5x=3x+23 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 175-23=3x+5x \Rightarrow 152=8x \Rightarrow x=\frac{152}{8} \Rightarrow x=19$$

d)

$$5(x-4)+3(3x-5)=2(x+\frac{1}{2}) \Rightarrow 5x-20+9x-15=2x+1 \Rightarrow 14x-35=2x+1 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 14x-2x=35+1 \Rightarrow 12x=36 \Rightarrow x=3$$

26.

a)

$$\frac{2(x-3)}{3}-\frac{3(x-4)}{4}=\frac{5(x-2)}{6}-\frac{1}{12} \Rightarrow \frac{8(x-3)-9(x-4)}{12}=\frac{10(x-2)-1}{12} \Rightarrow$$
$$8x-24-9x+36=10x-20-1 \Rightarrow -x+12=10x-21 \Rightarrow -x-10x=-12-21 \Rightarrow$$
$$-11x=-33 \Rightarrow x=3$$

b)

$$\frac{2(3x-5)}{4}-\frac{3(4x-3)}{2}=\frac{4(3x-2)}{8} \Rightarrow \frac{4(3x-5)-12(4x-3)}{8}=\frac{4(3x-2)}{8} \Rightarrow$$
$$12x-20-48x+36=12x-8 \Rightarrow -48x+16=-8 \Rightarrow -48x=-8-16 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow -48x=-24 \Rightarrow x=\frac{1}{2}$$

27.

a)

$$\frac{3(2x-1)}{4}+\frac{5(4x-3)}{2}=\frac{3x}{2}+\frac{87}{4} \Rightarrow \frac{3(2x-1)+10(4x-3)}{4}=\frac{6x+87}{4} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 6x-3+40x-30=6x+87 \Rightarrow 40x-33=87 \Rightarrow 40x=120 \Rightarrow x=3$$

b)

$$\frac{12(x-1)}{5}+\frac{5(2x-1)}{4}=\frac{4(3x-2)}{5}+\frac{8x+1}{20} \Rightarrow \frac{48(x-1)+25(2x-1)}{20}=\frac{16(3x-2)+8x+1}{20} \Rightarrow$$
$$48x-48+50x-25=48x-32+8x+1 \Rightarrow 98x-73=56x-31 \Rightarrow 42x=42 \Rightarrow x=1$$

c)

$$\frac{3(x-7)}{4}=\frac{2x-8}{9}-\frac{5}{36}\Rightarrow\frac{27(x-7)}{36}=\frac{4(2x-8)-5}{36}\Rightarrow 27x-189=8x-32-5\Rightarrow$$

$$27x-8x=189-37\Rightarrow 19x=152\Rightarrow x=\frac{152}{19}\Rightarrow x=8$$

d)

$$\frac{7x-5}{12}+\frac{5(3x-2)}{4}=\frac{7x}{3}+\frac{37}{12}\Rightarrow\frac{7x-5+15(3x-2)}{12}=\frac{28x+37}{12}\Rightarrow$$

$$7x-5+45x-30=28x+37\Rightarrow 52x-35=28x+37\Rightarrow 52x-28x=35+37\Rightarrow$$

$$\Rightarrow 24x=72\Rightarrow x=\frac{72}{24}\Rightarrow x=3$$

28.

a) $x^2-42=7\Rightarrow x^2=42+7\Rightarrow x^2=49\Rightarrow x=\pm 7$

b) $2x^2-92=36\Rightarrow x^2-46=18\Rightarrow x^2=46+18\Rightarrow x^2=64\Rightarrow x=\pm 8$

c) $x^2-25=0\Rightarrow x^2=25\Rightarrow x=\pm 5$

d) $2x^2-15=12-x^2\Rightarrow 2x^2+x^2=15+12\Rightarrow 3x^2=27\Rightarrow x^2=9\Rightarrow x=\pm 3$

29.

a) $x^2-3x=0\Rightarrow x(x-3)=0\Rightarrow\begin{cases}x=0\\x-3=0\Rightarrow x=3\end{cases}$

b) $x^2-6x=0\Rightarrow x(x-6)=0\Rightarrow\begin{cases}x=0\\x-6=0\Rightarrow x=6\end{cases}$

c) $2x^2-7x=0\Rightarrow x(2x-7)=0\Rightarrow\begin{cases}x=0\\2x-7=0\Rightarrow 2x=7\Rightarrow x=\frac{7}{2}\end{cases}$

d) $8x^2-5x=0\Rightarrow x(8x-5)=0\Rightarrow\begin{cases}x=0\\8x-5=0\Rightarrow 8x=5\Rightarrow x=\frac{5}{8}\end{cases}$

30. Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado incompletas:

a) $4x^2 - 20x = -x^2 + 155x$ b) $3'5x^2 + 3x = x^2 + 16x$

31. Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado incompletas:

a) $25x^2 - 625 = 0$ c) $13x^2 - 65 = 0$

b) $63x^2 - 252 = 0$ d) $17x^2 - 289 = 0$

32. Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado incompletas:

a) $16x^2 - 48x = 0$ c) $\frac{5}{3}x^2 - \frac{3125}{243}x = 0$

b) $\frac{2}{3}x^2 - \frac{8}{27}x = 0$ d) $0'3x^2 - 2'7x = 0$

Ecuaciones de segundo grado. Fórmula general

33. Resuelve la siguientes ecuaciones de segundo grado incompletas:

a) $(5x - 8) \cdot (5x + 8) = 36$ c) $(2x + 3)^2 = 36$

b) $(x - 6) \cdot (x + 6) = -9$ d) $(4x - 12)^2 = 16$

34. Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado con raíces enteras:

a) $x^2 - 7x + 12 = 0$

b) $x^2 - 6x + 13 = 2x - 2$

c) $x^2 - 14x + 45 = 10x - x^2 - 25$

d) $3x^2 - 48x = -189$

e) $6x^2 - 10x - 23 = 2x^2 - 30x + 33$

f) $x^2 - 3x - 40 = 15x - 72$

35. Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado:

a) $4x^2 - 1 = 0$ c) $5x^2 - 4x - 1 = 0$

b) $x^2 + \frac{1}{12}x - \frac{1}{12} = 0$ d) $3x^2 + 4x + 1 = 0$

36. Aplica la fórmula para resolver las siguientes ecuaciones de segundo grado:

a) $x^2 + 2x - 35 = 0$ c) $x^2 - 2x - 63 = 0$

b) $x^2 - 5x - 6 = 0$ d) $6x^2 + 11x - 35 = 0$

37. Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado:

a) $x^2 - \frac{1}{6}x - \frac{1}{6} = 0$ c) $6x^2 + 35x - 6 = 0$

b) $6x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{1}{12} = 0$ d) $3x^2 + 8x - 3 = 0$

38. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $10x^2 - 3x - 1 = 0$ c) $6x^2 + 5x + 1 = 0$

b) $2x^2 - 12x + 10 = 0$ d) $x^2 - 2x = 15$

Estudio del discriminante

39. Calcula el número de raíces de las siguientes ecuaciones sin resolverlas previamente:

a) $x^2 - 6x + 9 = 0$ c) $2x^2 - 6x + 9 = 0$

b) $x^2 - 6x - 9 = 0$ d) $3x^2 - 5x + 2 = 0$

40. Indica el número de raíces de las siguientes ecuaciones sin calcularlas previamente:

a) $10x^2 + 7x + 10 = 0$ c) $25x^2 + 10x - 1 = 0$

b) $25x^2 + 10x + 1 = 0$ d) $10x^2 + 7x + 1 = 0$

41. Calcula el número de raíces de las siguientes ecuaciones sin calcularlas previamente:

a) $2x^2 + 5x - 3 = 0$ c) $2x^2 - 5x + 3 = 0$

b) $2x^2 - 3x - 2 = 0$ d) $2x^2 - 3x + 2 = 0$

42. Sin resolverlas, calcula el número de raíces de las siguientes ecuaciones:

a) $2x^2 + 3x + 2 = 0$ c) $x^2 - 2x + 1 = 0$

b) $4x^2 + 4 = 0$ d) $x^2 - x - 6 = 0$

43. Indica el número de raíces de las siguientes ecuaciones sin resolverlas previamente:

a) $x^2 - 9x + 9 = 0$ c) $x^2 - 10x + 25 = 0$

b) $x^2 - 81 = 0$ d) $x^2 - 8x + 15 = 0$

Identidades notables

44. Expresa las siguientes ecuaciones de segundo grado como cuadrado de una suma o una diferencia y da su solución sin aplicar la fórmula:

a) $x^2 - 10x + 25 = 0$ c) $4x^2 - x + \frac{1}{16} = 0$

b) $x^2 - 7x + \frac{49}{4} = 0$ d) $9x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{4}{81} = 0$

45. Expresa las siguientes ecuaciones en forma de identidad notable y da su solución sin aplicar la fórmula:

a) $49x^2 - 2401 = 0$ c) $9x^2 - 14x + \frac{49}{9} = 0$

b) $4x^2 - 25 = 0$ d) $\frac{16}{9}x^2 - 24x + 81 = 0$

30.

a) $4x^2 - 20x = -x^2 + 155x \Rightarrow 5x^2 - 175x = 0 \Rightarrow 5x \cdot (x - 35) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 35 \end{cases}$

b)

$$3'5x^2 + 3x = x^2 + 16x \Rightarrow 2'5x^2 - 13x = 0 \Rightarrow x \cdot (2'5x - 13) = 0 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ 2'5x = 13 \Rightarrow x = \frac{13}{2'5} \Rightarrow x = 5'2 \end{cases}$$

31.

a) $25x^2 - 625 = 0 \Rightarrow 25x^2 = 625 \Rightarrow x^2 = \frac{625}{25} \Rightarrow x^2 = 25 \Rightarrow x = \pm 5$

b) $63x^2 - 252 = 0 \Rightarrow 63x^2 = 252 \Rightarrow x^2 = \frac{252}{63} \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$

c) $13x^2 - 65 = 0 \Rightarrow 13x^2 = 65 \Rightarrow x^2 = \frac{65}{13} \Rightarrow x^2 = 5 \Rightarrow x = \pm\sqrt{5}$

d) $17x^2 - 289 = 0 \Rightarrow 17x^2 = 289 \Rightarrow x^2 = \frac{289}{17} \Rightarrow x^2 = 17 \Rightarrow x = \pm\sqrt{17}$

32.

a) $16x^2 - 48x = 0 \Rightarrow 16x(x-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 16x = 0 \Rightarrow x = 0 \\ x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3 \end{cases}$

b) $\frac{2}{3}x^2 - \frac{8}{27}x = 0 \Rightarrow \frac{2}{3}x\left(x - \frac{4}{9}\right) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \frac{2}{3}x = 0 \Rightarrow x = 0 \\ x - \frac{4}{9} = 0 \Rightarrow x = \frac{4}{9} \end{cases}$

c) $\frac{5}{3}x^2 - \frac{3125}{243}x = 0 \Rightarrow \frac{5}{3}x\left(x - \frac{625}{81}\right) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \frac{5}{3}x = 0 \Rightarrow x = 0 \\ x - \frac{625}{81} = 0 \Rightarrow x = \frac{625}{81} \end{cases}$

d) $0'3x^2 - 2'7x = 0 \Rightarrow 0'3x(x-9) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 0'3x = 0 \Rightarrow x = 0 \\ x - 9 = 0 \Rightarrow x = 9 \end{cases}$

33.

a) $(5x-8)(5x+8) = 36 \Rightarrow 25x^2 - 64 = 36 \Rightarrow 25x^2 = 100 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$

b) $(x-6)(x+6) = -9 \Rightarrow x^2 - 36 = -9 \Rightarrow x^2 = 27 \Rightarrow x = \pm\sqrt{27}$

c)

$$(2x+3)^2 = 36 \Rightarrow 4x^2 + 12x + 9 = 36 \Rightarrow 4x^2 + 12x - 27 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{-12 \pm \sqrt{144+432}}{8} = \frac{-12 \pm \sqrt{576}}{8} = \frac{-12 \pm 24}{8} = \begin{cases} \frac{-12+24}{8} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2} \\ \frac{-12-24}{8} = -\frac{36}{8} = -\frac{9}{2} \end{cases}$$

Otra solución. Tomando raíz cuadrada a ambos lados obtenemos:

$$2x + 3 = 6 \Rightarrow 2x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{2}$$

$$2x + 3 = -6 \Rightarrow 2x = -9 \Rightarrow x = -\frac{9}{2}$$

d)

$$(4x-12)^2 = 16 \Longrightarrow 16x^2 - 96x + 144 = 16 \Longrightarrow 16x^2 - 96x + 128 = 0$$

$$x^2 - 6x + 8 = 0 \Longrightarrow x = \frac{6 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{6 \pm 2}{2} = \begin{cases} \frac{6+2}{2} = \frac{8}{2} = 4 \\ \frac{6-2}{2} = \frac{4}{2} = 2 \end{cases}$$

Otra solución. Tomando raíz cuadrada a ambos lados obtenemos:

$$4x - 12 = 4 \Longrightarrow 4x = 16 \Longrightarrow x = 4$$
$$4x - 12 = -4 \Longrightarrow 4x = 8 \Longrightarrow x = 2$$

34 .

a) $x^2 - 7x + 12 = 0 \Rightarrow x = \frac{7 \pm \sqrt{49-48}}{2} = \frac{7 \pm \sqrt{1}}{2} = \frac{7 \pm 1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{7+1}{2} = 4 \\ x = \frac{7-1}{2} = 3 \end{cases}$

b)

$$x^2 - 6x + 13 = 2x - 2 \Rightarrow x^2 - 8x + 15 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{8 \pm \sqrt{64-60}}{2} = \frac{8 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{8 \pm 2}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{8+2}{2} = 5 \\ x = \frac{8-2}{2} = 3 \end{cases}$$

c)

$$x^2 - 14x + 45 = 10x - x^2 - 25 \Rightarrow 2x^2 - 24x + 70 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{24 \pm \sqrt{576-560}}{4} = \frac{24 \pm \sqrt{16}}{4} = \frac{24 \pm 4}{4} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{24+4}{4} = 7 \\ x = \frac{24-4}{4} = 5 \end{cases}$$

d)

$$3x^2 - 48x = -189 \Rightarrow 3x^2 - 48x + 189 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{48 \pm \sqrt{2304-2268}}{6} = \frac{48 \pm \sqrt{36}}{6} = \frac{48 \pm 6}{6} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{48+6}{6} = 9 \\ x = \frac{48-6}{6} = 7 \end{cases}$$

e)

$$6x^2 - 10x - 23 = 2x^2 - 30x + 33 \Rightarrow 4x^2 + 20x - 56 = 0 \Rightarrow x^2 + 5x - 14 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{25+56}}{2} = \frac{-5 \pm \sqrt{81}}{2} = \frac{-5 \pm 9}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{-5+9}{2} = 2 \\ x = \frac{-5-9}{2} = -7 \end{cases}$$

f)

$$x^2-3x-40=15x-72 \Rightarrow x^2-18x+32=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x=\frac{18\pm\sqrt{324-128}}{2}=\frac{18\pm\sqrt{196}}{2}=\frac{18\pm 14}{2}\Rightarrow\begin{cases} x=\dfrac{18+14}{2}=16 \\ x=\dfrac{18-14}{2}=2 \end{cases}$$

35.

a) $4x^2-1=0\Rightarrow 4x^2=1\Rightarrow x^2=\frac{1}{4}\Rightarrow x=\pm\sqrt{\frac{1}{4}}\Rightarrow x=\pm\frac{1}{2}$

b)

$$x^2+\frac{1}{12}x-\frac{1}{12}=0\Rightarrow 12x^2+x-1=0\Rightarrow$$

$$\Rightarrow x=\frac{-1\pm\sqrt{1+48}}{24}=\frac{-1\pm 7}{24}=\begin{cases} \dfrac{-1+7}{24}=\dfrac{6}{24}=\dfrac{1}{4} \\ \dfrac{-1-7}{24}=-\dfrac{8}{24}=-\dfrac{1}{3} \end{cases}$$

c) $5x^2-4x-1=0\Rightarrow x=\frac{4\pm\sqrt{16+20}}{10}=\frac{4\pm\sqrt{36}}{10}=\begin{cases} \dfrac{4+6}{10}=1 \\ \dfrac{4-6}{10}=-\dfrac{1}{5} \end{cases}$

d) $3x^2+4x+1=0\Rightarrow x=\frac{-4\pm\sqrt{16-12}}{6}=\frac{-4\pm\sqrt{4}}{6}=\begin{cases} \dfrac{-4+2}{6}=-\dfrac{1}{3} \\ \dfrac{-4-2}{6}=-1 \end{cases}$

36.

a) $x^2+2x-35=0\Rightarrow x=\frac{-2\pm\sqrt{4+140}}{2}=\frac{-2\pm\sqrt{144}}{2}=\begin{cases} \dfrac{-2+12}{2}=5 \\ \dfrac{-2-12}{2}=-7 \end{cases}$

b) $x^2-5x-6=0\Rightarrow x=\frac{5\pm\sqrt{25+24}}{2}=\frac{5\pm\sqrt{49}}{2}=\begin{cases} \dfrac{5+7}{2}=6 \\ \dfrac{5-7}{2}=-1 \end{cases}$

c) $x^2-2x-63=0\Rightarrow x=\frac{2\pm\sqrt{4+252}}{2}=\frac{2\pm\sqrt{256}}{2}=\begin{cases} \dfrac{2+16}{2}=9 \\ \dfrac{2-16}{2}=-7 \end{cases}$

d) $6x^2+11x-35=0\Rightarrow x=\frac{-11\pm\sqrt{121+840}}{12}=\frac{-11\pm\sqrt{961}}{12}=\begin{cases} \dfrac{-11+31}{12}=\dfrac{20}{12}=\dfrac{5}{3} \\ \dfrac{-11-31}{12}=-\dfrac{42}{12}=-\dfrac{7}{2} \end{cases}$

37.

a)

$$x^2-\frac{1}{6}x-\frac{1}{6}=0\Rightarrow 6x^2-x-1=0\Rightarrow$$

$$\Rightarrow x=\frac{1\pm\sqrt{1+24}}{12}=\frac{1\pm 5}{12}=\begin{cases}\frac{1+5}{12}=\frac{1}{2}\\ \frac{1-5}{12}=-\frac{4}{12}=-\frac{1}{3}\end{cases}$$

b)

$$6x^2-\frac{1}{2}x-\frac{1}{12}=0\Rightarrow 72x^2-6x-1=0\Rightarrow$$

$$\Rightarrow x=\frac{6\pm\sqrt{36+288}}{144}=\frac{6\pm\sqrt{324}}{144}=\begin{cases}\frac{6+18}{144}=\frac{24}{144}=\frac{1}{6}\\ \frac{6-18}{144}=-\frac{12}{144}=-\frac{1}{12}\end{cases}$$

c) $6x^2+35x-6=0\Rightarrow x=\frac{-35\pm\sqrt{1225+144}}{12}=\frac{-35\pm\sqrt{1369}}{12}=\begin{cases}\frac{-35+37}{12}=\frac{2}{12}=\frac{1}{6}\\ \frac{-35-37}{12}=-\frac{72}{12}=-6\end{cases}$

d) $3x^2+8x-3=0\Rightarrow x=\frac{-8\pm\sqrt{64+36}}{6}=\frac{-8\pm\sqrt{100}}{6}=\begin{cases}\frac{-8+10}{6}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}\\ \frac{-8-10}{6}=-\frac{18}{6}=-3\end{cases}$

38.

a) $10x^2-3x-1=0\Rightarrow x=\frac{3\pm\sqrt{9+40}}{20}=\frac{3\pm\sqrt{49}}{20}=\begin{cases}\frac{3+7}{20}=\frac{10}{20}=\frac{1}{2}\\ \frac{3-7}{20}=-\frac{4}{20}=-\frac{1}{5}\end{cases}$

b) $2x^2-12x+10=0\Rightarrow x=\frac{12\pm\sqrt{144-80}}{4}=\frac{12\pm\sqrt{64}}{4}=\begin{cases}\frac{12+8}{4}=5\\ \frac{12-8}{4}=1\end{cases}$

c) $6x^2+5x+1=0\Rightarrow x=\frac{-5\pm\sqrt{25-24}}{12}=\frac{-5\pm\sqrt{1}}{12}=\begin{cases}\frac{-5+1}{12}=\frac{-4}{12}=-\frac{1}{3}\\ \frac{-5-1}{12}=-\frac{6}{12}=-\frac{1}{2}\end{cases}$

d) $x^2-2x=15\Rightarrow x^2-2x-15=0\Rightarrow x=\frac{2\pm\sqrt{4+60}}{2}=\frac{2\pm\sqrt{64}}{2}=\begin{cases}\frac{2+8}{2}=\frac{10}{2}=5\\ \frac{2-8}{2}=-\frac{6}{2}=-3\end{cases}$

39 .

a) $\Delta=36-36=0\Rightarrow\Delta=0\Rightarrow$ Solución única (Raíz doble)

b) $\Delta = 36 + 36 = 72 \Rightarrow \Delta > 0 \Rightarrow$ La ecuación posee dos raíces reales y distintas
c) $\Delta = 36 - 72 = -36 \Rightarrow \Delta < 0 \Rightarrow$ La ecuación no posee solución real
d) $\Delta = 25 - 24 = 1 \Rightarrow \Delta > 0 \Rightarrow$ La ecuación posee dos raíces reales y distintas

40.
a) $\Delta = 49 - 400 = -351 \Rightarrow \Delta < 0 \Rightarrow$ La ecuación no posee solución real
b) $\Delta = 100 - 100 = 0 \Rightarrow \Delta = 0 \Rightarrow$ Solución única (Raíz doble)
c) $\Delta = 100 + 100 = 200 \Rightarrow \Delta > 0 \Rightarrow$ La ecuación posee dos raíces reales y distintas
d) $\Delta = 49 - 40 = 9 \Rightarrow \Delta > 0 \Rightarrow$ La ecuación posee dos raíces reales y distintas

41.
a) $\Delta = 25 + 24 = 49 \Rightarrow \Delta > 0 \Rightarrow$ La ecuación posee dos raíces reales y distintas
b) $\Delta = 9 + 16 = 25 \Rightarrow \Delta > 0 \Rightarrow$ La ecuación posee dos raíces reales y distintas
c) $\Delta = 25 - 24 = 1 \Rightarrow \Delta > 0 \Rightarrow$ La ecuación posee dos raíces reales y distintas
d) $\Delta = 9 - 16 = -7 \Rightarrow \Delta < 0 \Rightarrow$ La ecuación no posee solución real

42.
a) $\Delta = 9 - 16 = -7 \Rightarrow \Delta < 0 \Rightarrow$ La ecuación no posee solución real
b) $\Delta = 0 - 64 = -64 \Rightarrow \Delta < 0 \Rightarrow$ La ecuación no posee solución real
c) $\Delta = 4 - 4 = 0 \Rightarrow \Delta = 0 \Rightarrow$ Solución única (Raíz doble)
d) $\Delta = 1 + 25 = 26 \Rightarrow \Delta > 0 \Rightarrow$ La ecuación posee dos raíces reales y distintas

43.
a) $\Delta = 81 - 36 = 45 \Rightarrow \Delta > 0 \Rightarrow$ La ecuación posee dos raíces reales y distintas
b) $\Delta = 0 + 324 = 324 \Rightarrow \Delta > 0 \Rightarrow$ La ecuación posee dos raíces reales y distintas
c) $\Delta = 100 - 100 = 0 \Rightarrow \Delta = 0 \Rightarrow$ Solución única (Raíz doble)
d) $\Delta = 64 - 60 = 4 \Rightarrow \Delta > 0 \Rightarrow$ La ecuación posee dos raíces reales y distintas

44.
a) $x^2 - 10x + 25 = 0 \Rightarrow (x-5)^2 = 0 \Rightarrow x = 5$

b) $x^2 - 7x + \frac{49}{4} = 0 \Rightarrow \left(x - \frac{7}{2}\right)^2 = 0 \Rightarrow x = \frac{7}{2}$

c) $4x^2 - x + \frac{1}{16} = 0 \Rightarrow \left(2x - \frac{1}{4}\right)^2 = 0 \Rightarrow 2x - \frac{1}{4} = 0 \Rightarrow 2x = \frac{1}{4} \Rightarrow x = \frac{1}{8}$

d) $9x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{4}{81} = 0 \Rightarrow \left(3x - \frac{2}{9}\right)^2 = 0 \Rightarrow 3x - \frac{2}{9} = 0 \Rightarrow 3x = \frac{2}{9} \Rightarrow x = \frac{2}{27}$

45.
a) $49x^2 - 2401 = 0 \Rightarrow x^2 - 49 = 0 \Rightarrow (x-7)\cdot(x+7) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x - 7 = 0 \Rightarrow x = 7 \\ x + 7 = 0 \Rightarrow x = -7 \end{cases}$

b) $4x^2 - 25 = 0 \Rightarrow (2x-5)\cdot(2x+5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2x - 5 = 0 \Rightarrow 2x = 5 \Rightarrow x = \frac{5}{2} \\ 2x + 5 = 0 \Rightarrow 2x = -5 \Rightarrow x = -\frac{5}{2} \end{cases}$

c) $9x^2 - 14x + \frac{49}{9} = 0 \Rightarrow \left(3x - \frac{7}{3}\right)^2 = 0 \Rightarrow 3x - \frac{7}{3} = 0 \Rightarrow 3x = \frac{7}{3} \Rightarrow x = \frac{7}{9}$

d) $\frac{16}{9}x^2 - 24x + 81 = 0 \Rightarrow \left(\frac{4}{3}x - 9\right)^2 = 0 \Rightarrow \frac{4}{3}x - 9 = 0 \Rightarrow \frac{4}{3}x = 9 \Rightarrow x = \frac{27}{4}$

PROBLEMAS

○ **46.** Calcula un número tal que si le sumamos 39 nos da 87.

○ **47.** Si sumamos tres números pares consecutivos obtenemos como resultado 54. ¿De qué números se trata?

○ **48.** Calcula tres números impares consecutivos cuya suma sea 81.

○ **49.** Cinco veces un número más 3 veces el siguiente son 19. ¿De qué números se trata?

◐ **50.** El producto de dos números pares consecutivos es 2 600. Calcula dichos números.

● **51.** La suma de un número y su inverso es $\frac{53}{14}$. Calcula de qué número se trata.

◐ **52.** Calcula dos números que suman 82 y tales que la diferencia de sus cuadrados es 1 476.

◐ **53.** Dos hermanos se llevan un año de diferencia. Si el triple de la edad del mayor más el doble de la del menor es 103, calcula la edad de cada hermano.

◐ **54.** Alberta tiene 4 años más que Fátima y, dentro de 2 años, tendrá el doble de edad. ¿Cuántos años tienen Alberta y Fátima?

○ **55.** Un padre tiene dos hijos. El triple de la edad del mayor mas el doble de la edad del menor es la edad del padre. ¿Qué edad tiene cada uno si el padre tiene 34 años y la diferencia de las edades de los hermanos es de 3 años?

◐ **56.** Mezclamos vino bueno de 8 €/L con vino de calidad inferior de 4 €/L, obteniendo 120 L de mezcla a 5 €/L. ¿Cuántos litros de cada clase hemos mezclado?

● **57.** Dos obreros juntos tardan 10 h en realizar un trabajo. Si lo hacen por separado, uno de ellos emplea 15 h más que el otro. ¿Cuánto tiempo emplea cada uno de ellos en realizar el trabajo por sí solo?

● **58.** Dos pintores tardan 4 h en pintar un edificio trabajando juntos. ¿Cuánto tardará en hacerlo cada uno individualmente si uno de ellos tarda 6 h más que el otro?

● **59.** Tenemos dos clases de café: natural y torrefacto. Si el kilo de natural cuesta 80 cts. de euro más caro, calcula el precio de cada uno de ellos si, habiéndonos llevado 2 kg de torrefacto y 9 kg de natural, nos hemos gastado 31'4 €.

◐ **60.** Mezclamos leche desnatada de 0'75 €/L con leche entera de 0'9 €/L. ¿Cuántos litros de cada clase hemos de mezclar si queremos obtener 12 L de mezcla a 0'85 €/L?

● **61.** Llenamos un depósito en 3 h abriendo dos grifos iguales a la vez. ¿Cuánto tiempo tardará cada uno de los grifos, por separado, en llenar el depósito si uno tarda 8 h más que el otro?

● **62.** Un frutero compra naranjas a un agricultor por valor de 7 500 €. Por el mismo precio podía haber comprado 7 500 kg más de naranjas de una calidad inferior, ahorrándose 5 cts. por kilo. ¿Cuántos kilos de naranjas compró? ¿Cuánto pagó por kilo? ¿Cuánto hubiera pagado por kilo si hubiera aceptado la oferta?

◐ **63.** Observamos que la superficie de un cuadrado aumenta 24 cm² cuando aumentamos la longitud de su lado 2 cm. ¿Cuánto medía el lado del cuadrado en un principio?

◐ **64.** En un rectángulo la base mide 2 unidades más que la altura. Si unimos el punto medio del lado mayor con los vértices de los lados opuestos obtenemos un triángulo isósceles. ¿Qué longitud tienen los lados del rectángulo si el área del triángulo es de 4 unidades de superficie?

○ **65.** Queremos saber las medidas de una parcela rectangular de 96 m², sabiendo que el lado mayor mide 10 m más que el menor.

◐ **66.** La diagonal de un rectángulo mide 25 cm y un lado es 17 cm mayor que el otro. Calcula el área de dicho rectángulo.

● **67.** A la hora de realizar una obra, observamos que el coste de la misma viene dado por la fórmula:

$$C = 20x^2 + 15x$$

donde C indica el precio en euros y x indica el coste de la hora trabajada. Calcula lo que vale la hora de trabajo si la obra cuesta 25 025 €.

● **68.** Los alumnos de 3º de ESO realizan una actividad extraescolar y el autobús les cuesta 296 €. En el último momento se apuntan 3 alumnos más y, como consecuencia, el autobús les cuesta 0'6 € menos a cada uno. ¿Cuántos alumnos iban al principio a la excursión?

46.
Sea x el número buscado $\Rightarrow\ x+39=87 \Rightarrow x=87-39 \Rightarrow x=48$

47.
Sean los números buscados: $x-2,\ x,\ x+2$
$x-2+x+x+2=54 \Rightarrow 3x=54 \Rightarrow x=18\ \Rightarrow$ Los números buscados son:
$x-2\ =16,\quad x=18\quad$ y $\quad x+2=20$

48.
Sean los números buscados: $x-1\ ,\ x+1\ ,\ x+3$
$x-1+x+1+x+3=81 \Rightarrow 3x+3=81 \Rightarrow 3x=78 \Rightarrow x=26 \Rightarrow$ Los números buscados son: $x-1=25\ ,\ x+1=27\ ,\ x+3=29$

49.
Sean x y $x+1$ los números buscados.
$5x+3(x+1)=19 \Rightarrow 5x+3x+3=19 \Rightarrow 8x=16 \Rightarrow x=2$
Los números buscados son 2 y 3.

50.
Sean $x,\ \ x+2$ los números buscados.
$$x(x+2)=2600 \Rightarrow x^2+2x-2600=0 \Rightarrow x=\frac{-2\pm\sqrt{4+10400}}{2}=\frac{-2\pm\sqrt{10404}}{2}=\frac{-2\pm 102}{2}=\begin{cases}50\\-52\end{cases}$$
Los números buscados son: 50 y 52 , o bien , - 52 y – 50

51.
Sea x el número buscado.

$$x+\frac{1}{x}=\frac{53}{14} \Rightarrow \frac{x^2+1}{x}=\frac{53}{14} \Rightarrow 14x^2-53x+14=0 \Rightarrow$$
$$x=\frac{53\pm\sqrt{2809-784}}{28}=\frac{53\pm\sqrt{2025}}{28}=\frac{53\pm 45}{28}=\begin{cases}\frac{7}{2}\\ \frac{2}{7}\end{cases}$$
Aparecen dos números que cumplen las condiciones del problema: $\frac{2}{7}$ y $\frac{7}{2}$

52.
Los números buscados son x y 82 - x . Como la diferencia de sus cuadrados es 1476 tenemos la siguiente ecuación:

$$x^2-(82-x)^2=1476 \Rightarrow x^2-\left(x^2-164x+6724\right)=1476 \Rightarrow 164x=8200 \Rightarrow x=50$$
Los números buscados son 50 y 32.

53.
Sean x los años del mayor.
$3x+2(x-1)=103 \Rightarrow 3x+2x-2=103 \Rightarrow 5x=105 \Rightarrow x=21$
Las edades de los hermanos son 21 y 20 años respectivamente

54.
Sea x la edad que tiene Fátima actualmente. Planteamos el problema mediante la siguiente tabla:

	Alberta	Fátima
Hoy	$x + 4$	x
Dentro de 2 años	$x + 6$	$x + 2$

Dentro de dos años la edad de Alberta será el doble que la de Fátima. Esto se traduce al lenguaje algebraico mediante la siguiente ecuación:

$$x+6=2(x+2)\Rightarrow x+6=2x+4\Rightarrow x=2$$

La edad de Fátima es de 2 años y la de Alberta de 6 años.

55.
Sea x la edad del hijo menor.
3 Edad Mayor + 2 Edad Menor = Edad del Padre.
Sea x la edad del menor.
$3(x+3)+2x=34\Rightarrow 3x+9+2x=34\Rightarrow 5x=25\Rightarrow x=5$
El menor tiene 5 años y el mayor tiene 8 años.

56.

Vino bueno	Vino calidad inferior	Mezcla	
8	4	5	€ / litro
x	120 - x	120	Litros

$$8x+4(120-x)=5\cdot 120\Rightarrow 8x+480-4x=600\Rightarrow 4x=120\Rightarrow x=30$$

Así que hemos mezclado 30 litros de vino bueno con 90 litros de vino de calidad inferior.

57.
Supongamos que el primer obrero tarda x horas en hacer el trabajo sólo. Entonces el segundo obrero tardará x + 15 horas en realizarlo sólo. Como juntos tardan 10 horas, planteamos el problema por reducción a la unidad.
La cantidad de trabajo que hace el primer obrero en una hora, mas la cantidad de trabajo que hace el segundo obrero en una hora, es la cantidad de trabajo que realizan los dos obreros en una hora. Esto se traduce al lenguaje algebraico con la siguiente ecuación:

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{x+15}=\frac{1}{10}\Rightarrow\frac{x+15+x}{x(x+15)}=\frac{1}{10}\Rightarrow\frac{2x+15}{x(x+15)}=\frac{1}{10}\Rightarrow 20x+150=x(x+15)\Rightarrow$$

$$\Rightarrow 20x+150=x^2+15x\Rightarrow x^2+15x-20x-150=0\Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2-5x-150=0\Rightarrow x=\frac{5\pm\sqrt{25+600}}{2}=\frac{5\pm\sqrt{625}}{2}=\frac{5\pm 25}{2}=\begin{cases}15\\-10\end{cases}$$

Desechamos la solución x = -10 porque no tiene sentido.
Así que el primer obrero realiza el trabajo en 15 horas y el segundo en 30 horas.

58.

Primer pintor	Segundo pintor	Juntos	
x	x- 6	4	Horas que tardan en realizar el trabajo
$\frac{1}{x}$	$\frac{1}{x-6}$	$\frac{1}{4}$	Trabajo realizado en 1 hora

La ecuación es la siguiente:

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{x-6}=\frac{1}{4}\Rightarrow\frac{x-6+x}{x(x-6)}=\frac{1}{4}\Rightarrow\frac{2x-6}{x(x-6)}=\frac{1}{4}\Rightarrow 8x-24=x^2-6x\Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2-14x+24=0\Rightarrow x=\frac{14\pm\sqrt{196-96}}{2}=\frac{14\pm\sqrt{100}}{2}=\frac{14\pm 10}{2}=\begin{cases}12\\2\end{cases}$$

La solución $x = 2$ no tiene sentido en este problema, ya que el segundo pintor no puede tardar - 4 horas en realizar el trabajo.
Solución: 12 horas el primer pintor y 6 horas el segundo pintor.

59.

Natural	Torrefacto	
$x + 0'8$	x	€ / kg
9	2	kilos
9 ($x + 80$)	2 x	Gasto Total

$$9(x+0'8)+2x=31'4\Rightarrow 9x+7'2+2x=31'4\Rightarrow 11x=24'2\Rightarrow x=2'2$$

El café torrefacto cuesta 2'2 €/ kg y el café natural cuesta 3 € / kg

60.

Semidesnatada	Entera	Mezcla	
0'75	0'9	0'85	€ / litro
$12 - x$	x	12	litros

$$(12-x)\cdot 0'75+0'9x=12\cdot 0'85\Longrightarrow 9-0'75x+0'9x=10'2\Longrightarrow$$

$$9+0'15x=10'2\Longrightarrow 0'15x=1'2\Longrightarrow x=8$$

La leche entera cuesta 8 € /litro y la leche semidesnatada cuesta 4 € / litro

61.
Sea x la cantidad de horas que tarda el primer grifo en llenar el depósito. El segundo grifo tardará $x + 8$ horas.

El problema se resuelve planteando la cantidad de depósito que se llena en una hora. "La cantidad de depósito que llena el primer grifo en una hora, mas la cantidad de depósito que llena el segundo depósito en una hora es la cantidad de depósito que llenan los dos grifos en una hora"

Algebraicamente se traduce en:

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{x+8}=\frac{1}{3}\Rightarrow\frac{x+8+x}{x(x+8)}=\frac{1}{3}\Rightarrow\frac{2x+8}{x(x+8)}=\frac{1}{3}\Rightarrow 6x+24=x^2+8x\Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2+2x-24=0\Rightarrow x=\frac{-2\pm\sqrt{4+96}}{2}=\frac{-2\pm 10}{2}=\begin{cases}4\\-6\end{cases}$$

El primer grifo tarda 4 horas y el segundo grifo tarda 12 horas en llenar el depósito.

62.

Sea x el número de naranjas que compró. Ordenamos los datos en la siguiente tabla:

	Naranja buena	Naranja calidad inferio
Kilos	x	$7500+x$
€ / kg	$\frac{7500}{x}$	$\frac{7500}{7500+x}$
€	7500	7500

€/kg Naranja buena - €/kg Naranja calidad inferior = 0'05

$$\frac{7500}{x}-\frac{7500}{7500+x}=0'05\Rightarrow\frac{56250000}{(7500+x)\cdot x}=0'05\Rightarrow 0'05\,x^2+375\,x-56250000=0\Rightarrow$$

$$x=\frac{-375\pm\sqrt{140625-4\cdot 0'05\cdot(-56250000)}}{2\cdot 0.05}=\frac{-375\pm\sqrt{11390625}}{0'1}=\frac{-375\pm 3375}{0'1}$$

$$=\begin{cases}\frac{-375-3375}{0.1}=-\frac{3750}{0.1}=-37500\\ \frac{-375+3375}{0.1}=\frac{3000}{0.1}=30000\end{cases}$$

No tiene sentido la solución -37500. Por lo tanto compró 30 000 kg de naranjas.

Pagó el kilo a $\frac{7500}{30000}=0'25$ €

Si hubiera aceptado la oferta hubiera pagado las naranjas a $\frac{7500}{37500}=0'2$ €/kg

63.

Sea x cm la longitud del lado del cuadrado inicialmente.

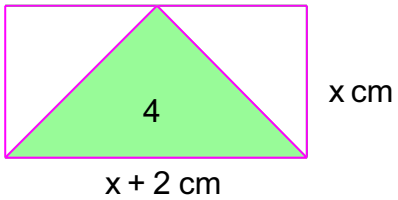
Si aumentamos en 2 cm la longitud del lado, la superficie del cuadrado resultante es $(x+2)^2$. Esta superficie es 24 cm^2 mayor que la superficie inicial x^2 del cuadrado.

Entonces la ecuación resultante es:

$$(x+2)^2=x^2+24\Rightarrow x^2+4x+4=x^2+24\Rightarrow 4x+4=24\Rightarrow 4x=20\Rightarrow x=5$$

El cuadrado inicial medía 5 cm y después del aumento mide 7 cm.

64.



Como el área del triángulo es 4 cm^2

$$\frac{(x+2)x}{2}=4 \Rightarrow x^2+2x-8=0 \Rightarrow x=\frac{-2\pm\sqrt{4+32}}{2}=\frac{-2\pm 6}{2}=\begin{cases}2\\-4\end{cases}$$

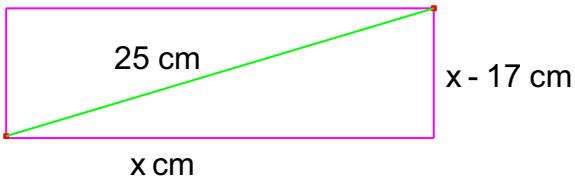
El rectángulo mide 4 cm de largo por 2 cm de ancho.

65.

$$(x-10)x=96 \Rightarrow x^2-10x-96=0 \Rightarrow x=\frac{10\pm\sqrt{100+384}}{2}=\frac{10\pm\sqrt{484}}{2}=\frac{10\pm 22}{2}=\begin{cases}16\\-6\end{cases}$$

La solución – 6 no tiene sentido.
Las medidas de la parcela son 16 metros de largo y 6 metros de ancho.

66.



Aplicando el Teorema de Pitágoras tenemos:

$$25^2=x^2+(x-17)^2 \Rightarrow 625=x^2+x^2-34x+289 \Rightarrow 2x^2-34x-336=0$$

$$\Rightarrow \quad x^2-17x-168=0 \Rightarrow x=\frac{17\pm\sqrt{289+672}}{2}=\frac{17\pm\sqrt{961}}{2}=\frac{17\pm 31}{2}=\begin{cases}24\\-7\end{cases}$$

La solución – 7 no tiene sentido.
Las medidas del rectángulo son 24 m de largo y 7 m de ancho. Su área es de 168 m^2.

67.

$$20x^2+15x=25025 \Rightarrow 20x^2+15x-25025=0 \Rightarrow 4x^2+3x-5005=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x=\frac{-3\pm\sqrt{9+80080}}{8}=\frac{-3\pm\sqrt{80089}}{8}=\frac{-3\pm 283}{8}=\begin{cases}35\\-\dfrac{143}{4}\end{cases}$$

La hora de trabajo cuesta 35 euros.

68.

Número de alumnos	x	$x+3$
Coste/ alumno	$\frac{296}{x}$	$\frac{296}{x+3}$

coste inicial – 0'6 = Coste final

$$\frac{296}{x}-0'6=\frac{296}{x+3}\Rightarrow\frac{296}{x}-\frac{296}{x+3}=0'6\Rightarrow\frac{296(x+3)-296x}{x(x+3)}=0'6\Rightarrow$$

$$296x+888-296x=0'6x^2+1'8x\Rightarrow 0'6x^2+1'8x-888=0\Rightarrow$$

$$x=\frac{-1'8\pm\sqrt{3'24+2131'2}}{1'2}=\frac{-1'8\pm 46.2}{1'2}=\begin{cases}37\\-40\end{cases}$$

Al principio iban 37 alumnos a la excursión.

69. Un grupo de amigos celebra una comida que acuerdan pagar entre todos. En el momento en que el camarero trae la factura, que es de 360 €, dos de ellos reciben una llamada que les obliga a abandonar precipitadamente el restaurante. El resto de sus compañeros decide asumir solidariamente la factura, con lo que deberán pagar 2 € más cada uno. ¿Cuántos comensales se sentaron a la mesa?

70. Si en un cuadrado aumentamos la longitud de dos de sus lados paralelos en 2 unidades, el área del rectángulo resultante aumenta en 8 unidades. ¿Cuánto mide el lado del cuadrado?

71. En una etapa de la vuelta ciclista a España, el primer corredor saca una ventaja de 3 km al segundo. Si el primero lleva una velocidad constante de 40 km/h y el segundo de 45 km/h, ¿cuánto tiempo tardará el segundo corredor en alcanzar al primero?, ¿qué distancia han de recorrer los dos para que le alcance? Si la meta está a 30 km del primer corredor, ¿quien ganará la etapa?

72. El atunero Urdiales, de regreso al puerto de Castro, se detiene un mes a pescar atún en el Océano Índico, con lo que aumenta $\frac{1}{6}$ la carga que transporta en su bodega. ¿Cuántas toneladas de pescado lleva el Urdiales en su bodega antes de la parada en el Océano Índico si cuando llega a puerto descarga 35 000 kg de pescado?

69.

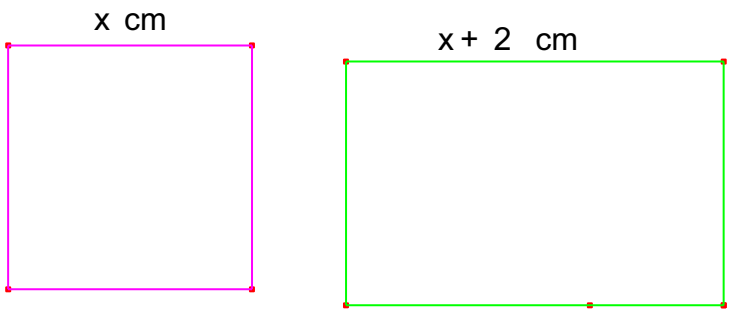
Sea x el número de comensales. Como la factura es de 360 €, le corresponde $\frac{360}{x}$ € a cada uno. Al abandonar 2 comensales el restaurante, le corresponde abonar a cada uno de los restantes comensales $\frac{360}{x-2}$ €. Dado que la diferencia entre ambas cantidades es 2 €, resulta la siguiente ecuación:

$$\frac{360}{x-2}-\frac{360}{x}=2 \Rightarrow \frac{360x-360(x-2)}{x(x-2)}=2 \Rightarrow 2x^2-4x-720=0$$

$$x=\frac{4\pm\sqrt{16+5760}}{4}=\frac{4\pm\sqrt{5776}}{4}=\frac{4\pm 76}{4}=\begin{cases}20\\-18\end{cases}$$

La respuesta – 18 no tiene sentido.
En la mesa se sentaron 20 comensales.

70.



Sea x la longitud del lado del cuadrado. La ecuación resultante es: $(x+2)\cdot x = x^2+8 \Rightarrow x^2+2x = x^2+8 \Rightarrow x = 4$
Por lo tanto, el cuadrado inicial mide 4 cm de lado.

71.
Sea x el tiempo en horas que tarda el segundo corredor en alcanzar al primero. En ese tiempo el primero recorre $40x$ km y el segundo recorre $45x$ km . Además el segundo recorre 3 km más que el primero. Así la ecuación es:

$$3=45x-40x \Rightarrow 5x=3 \Rightarrow x=\frac{3}{5}\ .$$

El segundo corredor tardará $\frac{3}{5}$ de hora, es decir 36 minutos, en alcanzar al primer corredor. En ese tiempo el primer corredor ha recorrido $40\cdot\frac{3}{5}=24$ km y el segundo corredor ha recorrido $45\cdot\frac{3}{5}=27$ km . La carrera la gana el segundo corredor.

72.
Sea x el número de kg de pescado que lleva el barco en su bodega

$$x+\frac{1}{6}x=35000 \Longrightarrow 7x=210000 \Longrightarrow x=30000$$

Solución: 30000 kg = 30 Tm de pescado lleva en su bodega antes de la parada en el Índico