

	Nombre y apellidos		Curso: 3º ESO	Calificación sobre 10 p.:
	Asignatura: Matemáticas	FICHA DE AMPLIACIÓN	Fecha de entrega:	
UNIDAD 6. SUCESIONES Y PROGRESIONES				

Notas a tener en cuenta para resolver la ficha:

- En todos los ejercicios debe estar hecho obligatoriamente el desarrollo o procedimiento para llegar a la solución.
- Siempre que sea posible debes operar en forma de fracción y expresar el resultado como fracción irreducible.
- La presentación es importante, debes cuidarla.

RETO 1

PON A PRUEBA TUS CAPACIDADES

A Julián Gasol, dueño de la gasolinera de Villapueblo, se le ha ocurrido una idea para premiar la fidelidad de los camioneros que habitualmente repostan en su gasolinera.

Durante este mes daremos puntos por cada 100 € de gasolina...

La primera vez que se venga a repostar daremos 1 punto por cada 100 €;
la segunda, 2 puntos por cada 100 €;
la tercera, 3 puntos por cada 100 €;
la cuarta, 4 puntos, y así sucesivamente.



Estos puntos se podrán canjear por menús en una cafetería o por un magnífico crucero.

ERES CAPAZ DE... COMPRENDER

- Si una persona reposta por primera vez en la gasolinera y se ha gastado 150 €, ¿cuántos puntos recibirá para conseguir premios? ¿Y si reposta por segunda vez?
- Si la tercera vez que reposta le han dado 12 puntos, ¿cuánto dinero se ha gastado?

ERES CAPAZ DE... RESOLVER

- Mariano tiene un camión y el repostaje semanal le cuesta 350 €. Si continúa con el mismo gasto, ¿cuándo podrá conseguir un menú gratis?

ERES CAPAZ DE... DECIDIR

- Si la promoción acaba en un año, ¿crees que alguien puede conseguir el crucero?

RETO 2

Un informe económico afirma que el mejor plan de pensiones es el de BANCOVERDE.

En un plan de pensiones se hacen ingresos periódicos de dinero: mensualmente, trimestralmente, anualmente...

Vamos a ver... Si yo ingreso 2 000 €, al año tendré esos 2 000 € más el 4,45%, a lo que le tengo que restar el 0,99 % del total.

El segundo año ingreso otros 2 000 €, que tengo que añadir al dinero del primer año, y me dan el 4,45 % del total pero también tendré que restar otra vez el 0,99 %...



PLAN DE PENSIONES BANCOVERDE

■ Comisiones mínimas

0 % Comisión de suscripción

0 % Comisión de reembolso

0 % Comisión de depósito

0,99 % Comisión de gestión

■ Alto potencial de rentabilidad

4,45 %
Anual
asegurado

ERES CAPAZ DE... COMPRENDER

- a) Si una persona ingresa 2 000 €, ¿cuánto dinero tendrá al finalizar el primer año? ¿Y el segundo?

ERES CAPAZ DE... RESOLVER

- b) Si una persona que ingresa 2 000 € al año tiene ahora 40 años, ¿cuánto dinero recibirá al llegar a su jubilación?

ERES CAPAZ DE... DECIDIR

- c) Calcula la comisión de gestión total que tiene que pagar la persona del apartado anterior al recibir el dinero. ¿Consideras que los gastos de dicha comisión son elevados?

SOLUCIÓN RETO 1

- a) Como es la primera vez que repostaja y gasta 150 €, recibirá 1 punto.
Como es la segunda vez recibirá 2 puntos.
- b) Suponiendo un repostaje semanal, en la tercera semana coincide el tercer repostaje:

$$12 = 3 \cdot n \rightarrow n = 4 \rightarrow \text{Ha gastado } 4 \cdot 100 = 400 \text{ €}$$

- c) Suponiendo que no se dan fracciones de puntos, los puntos obtenidos forman una progresión aritmética de término general $a_n = 3n$.

$$\text{La suma de los puntos de } n \text{ repostajes es: } S_n = \frac{(3 + 3n)n}{2} = \frac{3n^2 + 3n}{2}$$

Para conseguir los 2 000 puntos del menú gratis:

$$S_n = 2000 = \frac{3n^2 + 3n}{2} \rightarrow 3n^2 + 3n - 4000 = 0 \rightarrow$$
$$\rightarrow n = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-4000)}}{2 \cdot 3} = \begin{cases} n_1 = 36,02 \\ n_2 = -37,02 \end{cases}$$

Tendría que repostar 37 veces, y como cada mes repostaja 4 veces, tardaría 9 meses y 1 semana en conseguir un menú gratis.

- d) Haciendo cada repostaje de lo mínimo posible para obtener puntos, los puntos en cada repostaje son una progresión aritmética de término general $a_n = n$.

La suma de los n primeros términos de esta progresión es:

$$S_n = \frac{(1 + n)n}{2} = \frac{n^2 + n}{2} \rightarrow \frac{n^2 + n}{2} = 100\,000$$
$$n^2 + n - 200\,000 = 0 \rightarrow n = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 800\,000}}{2} \rightarrow \begin{cases} n_1 = 446,7 \\ n_2 = -447,7 \end{cases}$$

Hacen falta 447 repostajes de 100 € para conseguir el crucero, es decir, más de uno diario durante un año. Es muy difícil que nadie consiga el crucero.

SOLUCIÓN RETO 2

- a) Por un año le corresponde:

$$2000 + 2000 \cdot \frac{4,45}{100} - \left(2000 + 2000 \cdot \frac{4,45}{100}\right) \cdot \frac{0,99}{100} =$$
$$= 2000 \cdot \left(1 + \frac{4,45}{100}\right) \cdot \left(1 - \frac{0,99}{100}\right)$$

Por dos años le corresponde:

$$2000 \cdot \left(1 + \frac{4,45}{100}\right)^2 \cdot \left(1 - \frac{0,99}{100}\right)^2 + 2000 \cdot \left(1 + \frac{4,45}{100}\right) \cdot \left(1 - \frac{0,99}{100}\right)$$

- b) En esta progresión geométrica, por t años le corresponde:

$$2000 \cdot \left(1 + \frac{4,45}{100}\right)^t \cdot \left(1 - \frac{0,99}{100}\right)^t$$

Suponiendo que me quedan 25 años para jubilarme, obtendré:

$$S_{25} = \frac{2000 \cdot \left(1 + \frac{4,45}{100}\right) \cdot \left(1 - \frac{0,99}{100}\right) \cdot \left[\left(1 + \frac{4,45}{100}\right)^{25} \cdot \left(1 - \frac{0,99}{100}\right)^{25} - 1\right]}{\left(1 + \frac{4,45}{100}\right) \cdot \left(1 - \frac{0,99}{100}\right) - 1} =$$
$$= \frac{2\,478,47455989}{0,03415945} = 79\,665,97 \text{ €}$$

c) Calculamos el dinero que tenía a los 24 años del primer ingreso:

$$S_{24} = 75\,034,52 \text{ €}$$

Ese año ingresamos 2 000 €, por tanto el capital inicial del año 25 es 77 034,52 €. Las comisiones del año 25 serán:

$$\text{Comisión}_{25} = \left(77\,034,52 + 77\,034,52 \cdot \frac{4,45}{100} \right) \cdot \frac{0,99}{100} = 796,58 \text{ €}$$

Es decir, el último año, antes de recibir el dinero, paga 796,58 €.

Si consideramos que las comisiones son alrededor del 1% del capital que tenemos en el banco:

1.º año	2 000 €	Comisión = 20 €
2.º año	4 000 €	Comisión = 40 €
3.º año	6 000 €	Comisión = 60 €

Podemos considerar las comisiones como una progresión aritmética de término general $20n$. Si sumamos los 25 primeros términos de esta sucesión:

$$S_{25} = \frac{(20 + 20 \cdot 25) \cdot 25}{2} = 6\,500 \text{ €}$$

Es decir, las comisiones que tendremos que pagar a lo largo de todos los años son más de 6 500 €, más de tres veces la aportación anual que hacemos.