	Nombre y apellidos		Curso: **3º ESO**	Calificación sobre 10 p.:
	Asignatura: **Matemáticas**	FICHA DE REFUERZO	Fecha de entrega:	

UNIDAD 9. CUERPOS GEOMÉTRICOS

Notas a tener en cuenta para resolver la ficha:

- En todos los ejercicios debe estar hecho obligatoriamente el desarrollo o procedimiento para llegar a la solución.
- Siempre que sea posible debes operar en forma de fracción y expresar el resultado como fracción irreducible.
- La presentación es importante, debes cuidarla.

Ejercicio 1

Calcula el área total de una pirámide hexagonal regular, con arista básica 6 cm y apotema de sus caras laterales 12 cm.

Ejercicio 2

Dibuja el desarrollo plano y calcula el área de los siguientes cuerpos de revolución.

a) Un cilindro de 3 cm de radio de la base y 5 cm de altura.

b) Un cono de 4 cm de radio y 6 cm de generatriz.

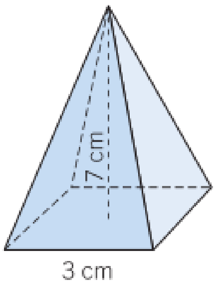
Ejercicio 3

Calcula el volumen de un prisma hexagonal regular cuya arista de la base mide 3 cm y la altura 4 cm.

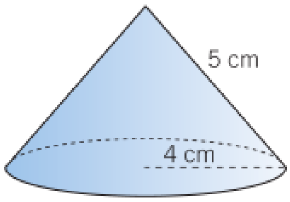
Ejercicio 4

Calcula el volumen de las siguientes figuras.

a)

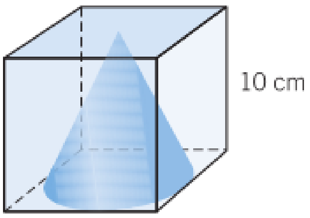


b)



Ejercicio 5

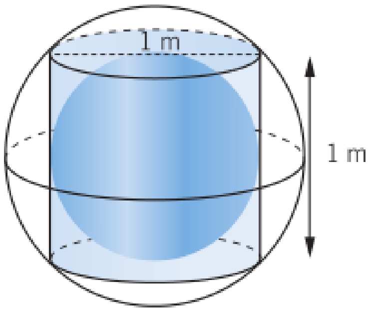
Halla el volumen comprendido entre el cubo y el cono de la figura.



Ejercicio 6

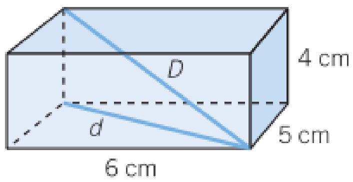
Determina el volumen de las esferas circunscrita e inscrita en un cilindro de altura y diámetro 1 m.

¿Cuál es la diferencia entre los radios de ambas esferas?



Ejercicio 7

Las tres aristas de un ortoedro miden 5, 6 y 4 cm, respectivamente. Halla su diagonal.



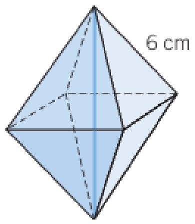
Ejercicio 8

La apotema de una pirámide hexagonal regular mide 10 cm y su arista básica 10 cm. ¿Cuánto medirá su altura?

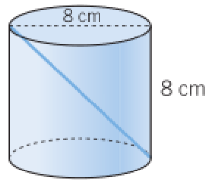
Ejercicio 9

Halla la longitud de los segmentos marcados en los siguientes cuerpos geométricos.

a)



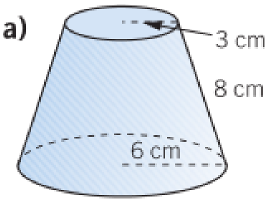
b)



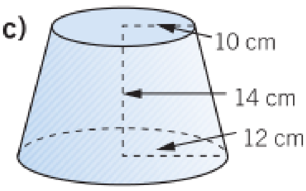
Ejercicio 10

Calcula el área total de estas figuras.

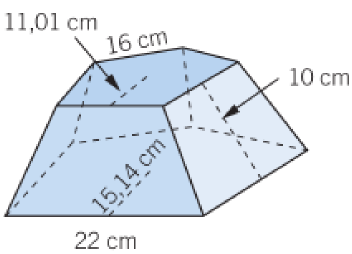
a)



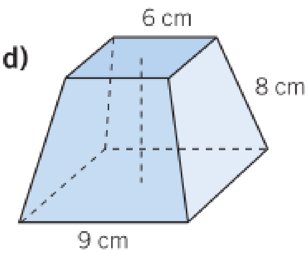
c)



b)



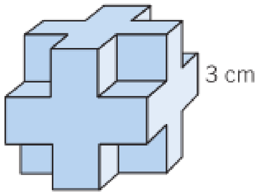
d)



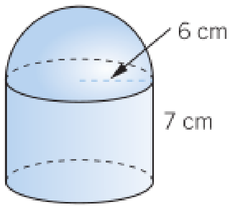
<u>**Ejercicio 11**</u>

Obtén el área total de los siguientes cuerpos geométricos.

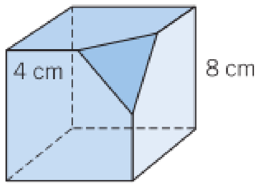
a)



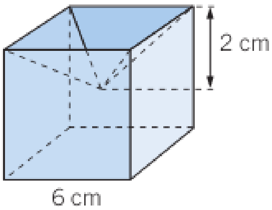
c)



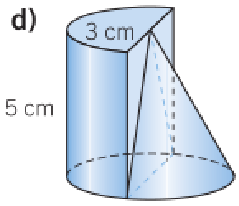
e)



b)



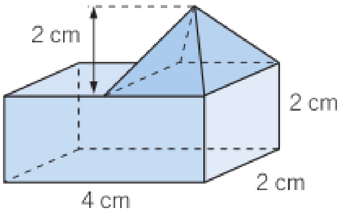
d)



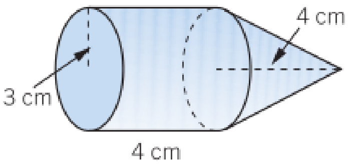
Ejercicio 12

Obtén el volumen de los siguientes cuerpos geométricos.

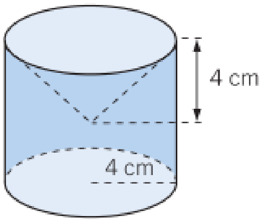
a)



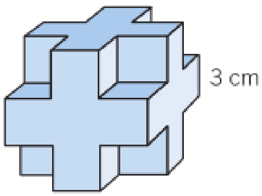
b)



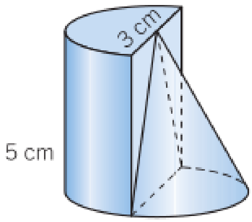
c)



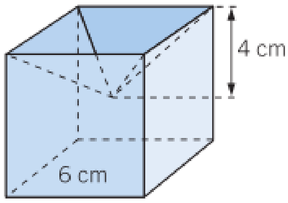
d)



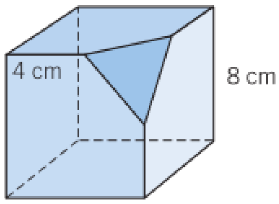
e)



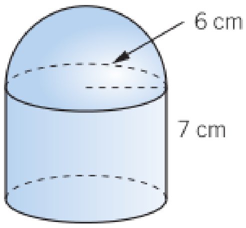
f)



g)



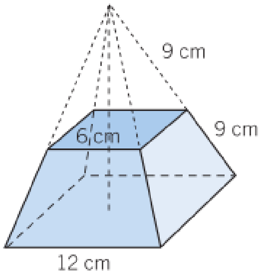
h)



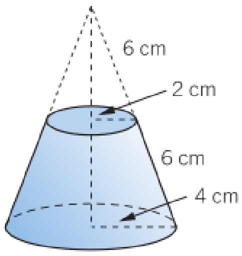
Ejercicio 12

Calcula el volumen de estas figuras.

a)

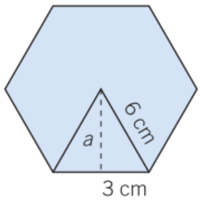


b)



Soluciones:

Ejercicio 1



Hallamos el área de la base hexagonal:

$6^2 = a^2 + 3^2 \rightarrow a = \sqrt{36-9} = \sqrt{27} = 5{,}2 \text{ cm}$

$A_B = \dfrac{P \cdot a}{2} \rightarrow A_B = \dfrac{6 \cdot 6 \cdot 5{,}2}{2} = 93{,}6 \text{ cm}^2$

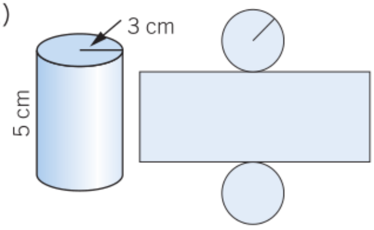
$A_{\text{Cara}} = \dfrac{1}{2} b \cdot h \rightarrow A_{\text{Cara}} = \dfrac{1}{2} \cdot 6 \cdot 12 = 36 \text{ cm}^2$

$A_L = 6 \cdot A_{\text{Cara}} \rightarrow A_L = 6 \cdot 36 = 216 \text{ cm}^2$

$A_T = A_L + A_B \rightarrow A_T = 216 + 93{,}6 = 309{,}6 \text{ cm}^2$

Ejercicio 2

a)

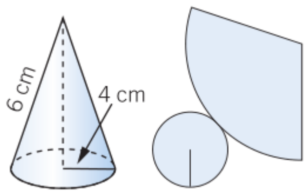


$A_L = 2\pi rh \rightarrow A_L = 2\pi \cdot 3 \cdot 5 = 94{,}2 \text{ cm}^2$

$A_B = \pi r^2 \rightarrow A_B = \pi \cdot 3^2 = 28{,}26 \text{ cm}^2$

$A_T = A_L + 2 \cdot A_B$
$= 94{,}2 + 2 \cdot 28{,}26 = 150{,}72 \text{ cm}^2$

b)

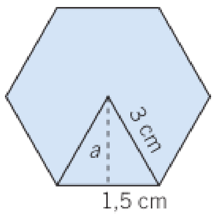


$A_L = \pi rg \rightarrow A_L = \pi \cdot 4 \cdot 6 = 75{,}36 \text{ cm}^2$

$A_B = \pi r^2 \rightarrow A_B = \pi \cdot 4^2 = 50{,}24 \text{ cm}^2$

$A_T = A_L + A_B$
$= 75{,}36 + 50{,}24 = 125{,}6 \text{ cm}^2$

Ejercicio 3



Hallamos el área de la base:

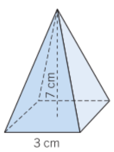
$3^2 = a^2 + 1{,}5^2 \rightarrow a = \sqrt{9 - 2{,}25} = 2{,}6 \text{ cm}$

$A_B = \dfrac{P \cdot a}{2} \rightarrow A_B = \dfrac{6 \cdot 3 \cdot 2{,}6}{2} = 23{,}4 \text{ cm}^2$

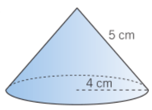
$V = A_B \cdot h \rightarrow V = 23{,}4 \cdot 4 = 93{,}6 \text{ cm}^3$

Ejercicio 4

a)



b)

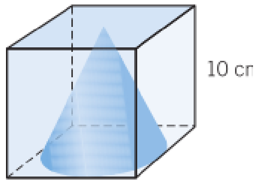


a) $V = \dfrac{1}{3} A_{\text{Base}} \cdot h \rightarrow V = \dfrac{1}{3} \cdot 3^2 \cdot 7 = 21 \text{ cm}^3$

b) $V = \dfrac{1}{3} \pi r^2 h \rightarrow V = \dfrac{1}{3} \pi \cdot 4^2 \cdot 3 = 50{,}24 \text{ cm}^3$

Ejercicio 5

Halla el volumen comprendido entre el cubo y el cono de la figura.



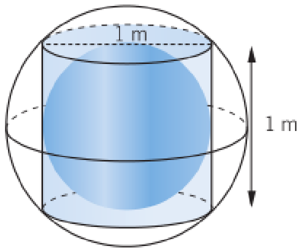
$$V_{Cubo} = 10^3 = 1\,000 \text{ cm}^3$$

$$V_{Cono} = \frac{1}{3}\pi r^2 h \rightarrow V_{Cono} = \frac{1}{3}\pi \cdot 5^2 \cdot 10 = 261{,}7 \text{ cm}^3$$

$$V_{Cubo} - V_{Cono} = 1\,000 - 261{,}7 = 738{,}3 \text{ cm}^3$$

Ejercicio 6

Determina el volumen de las esferas circunscrita e inscrita en un cilindro de altura y diámetro 1 m. ¿Cuál es la diferencia entre los radios de ambas esferas?



La esfera inscrita tiene de radio la mitad del diámetro del cilindro: 0,5 m.

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 0{,}5^3 = 0{,}52 \text{ m}^3$$

El radio de la esfera circunscrita es la mitad de la diagonal del cilindro, que calculamos con el teorema de Pitágoras.

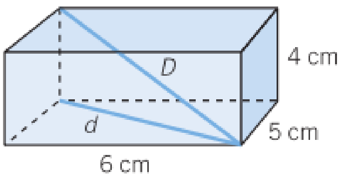
Esta diagonal mide: $\sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$ m

$$r = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ m} \rightarrow V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot \left(\frac{1{,}41}{2}\right)^3 = 1{,}47 \text{ m}^3$$

La diferencia entre los radios es: $\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{2} - 1}{2} = \frac{1{,}41 - 1}{2} = 0{,}205$ m

Ejercicio 7

Las tres aristas de un ortoedro miden 5, 6 y 4 cm, respectivamente. Halla su diagonal.



$$d = \text{diagonal de la base} = \sqrt{6^2 + 5^2}$$

$$\rightarrow d = \sqrt{36 + 25} = \sqrt{61} = 7{,}8 \text{ cm}$$

$$D = \text{diagonal del ortoedro} = \sqrt{4^2 + d^2}$$

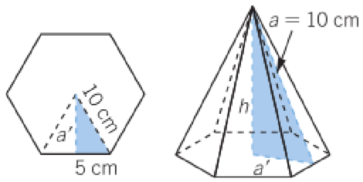
$$\rightarrow D = \sqrt{16 + 61} = \sqrt{77} = 8{,}8 \text{ cm}$$

Obtén la diagonal de un cubo cuya arista mide 3 cm.

$$d = \text{diagonal de la base} = \sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{18} \text{ cm}$$

$$D = \text{diagonal del cubo} = \sqrt{3^2 + (\sqrt{18})^2} = \sqrt{9 + 18} = \sqrt{27} = 5{,}2 \text{ cm}$$

Ejercicio 8



Hallamos la apotema, a', de la base:

$$10^2 = a'^2 + 5^2 \rightarrow a' = \sqrt{75}\text{ cm}$$

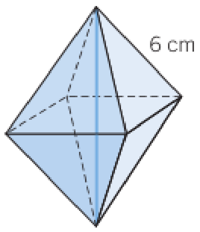
Aplicamos el teorema de Pitágoras en el triángulo de color de la pirámide:

$$a^2 = h^2 + a'^2 \rightarrow 10^2 = h^2 + (\sqrt{75})^2$$

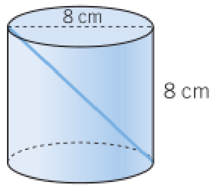
$$\rightarrow h^2 = 100 - 75 \rightarrow h = \sqrt{25} = 5\text{ cm}$$

Ejercicio 9

a)

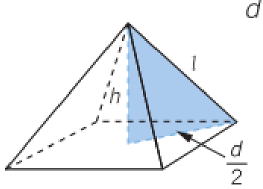


b)



a) Hallamos la diagonal de la base, que es un cuadrado de lado $l = 6$ cm.

$$d^2 = 6^2 + 6^2 = 2 \cdot 6^2 \rightarrow d = 6\sqrt{2}\text{ cm}$$



Aplicamos el teorema de Pitágoras al triángulo de color:

$$l^2 = h^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2 \rightarrow 6^2 = h^2 + \left(\frac{6\sqrt{2}}{2}\right)^2$$

$$\rightarrow h^2 = 36 - 18 \rightarrow h = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}\text{ cm}$$

Luego el segmento mide $2h = 2\sqrt{18} = 6\sqrt{2} = 8{,}5$ cm.

b) El segmento marcado es la diagonal de un cuadrado de lado $l = 8$ cm.

$$d = \sqrt{8^2 + 8^2} = \sqrt{2 \cdot 8^2} = 8\sqrt{2} = 11{,}3\text{ cm}$$

Ejercicio 10

a) Área lateral $= \pi \cdot (6 + 3) \cdot 8 = 226{,}08$ cm^2

Área base 1 $= \pi \cdot 6^2 = 113{,}04$ cm^2

Área base 2 $= \pi \cdot 3^2 = 28{,}26$ cm^2

Área total $= 226{,}08 + 113{,}04 + 28{,}26 = 367{,}38$ cm^2

b) Área lateral $= 5 \cdot \dfrac{16 + 22}{2} \cdot 10 = 950$ cm^2

Área total $= 950 + \dfrac{16 \cdot 5 \cdot 11{,}01}{2} + \dfrac{22 \cdot 5 \cdot 15{,}14}{2} = 2223{,}1$ cm^2

c) La generatriz es: $g = \sqrt{14^2 + 2^2} = \sqrt{200} = 14{,}14$ cm

Área lateral $= \pi \cdot (10 + 12) \cdot 14{,}14 = 976{,}79$ cm^2

Área base 1 $= \pi \cdot 12^2 = 452{,}16$ cm^2

Área base 2 $= \pi \cdot 10^2 = 314$ cm^2

Área total $= 976{,}79 + 452{,}16 + 314 = 1742{,}95$ cm^2

d) Área lateral $= 4 \cdot \dfrac{6 + 9}{2} \cdot 8 = 240$ cm^2

Área base 1 $= 81$ cm^2

Área base 2 $= 36$ cm^2

Área total $= 240 + 81 + 36 = 357$ cm^2

Ejercicio 11

a) $V_{\text{Pirámide}} = \dfrac{1}{3} A_B \cdot h \rightarrow V_{\text{Pirámide}} = \dfrac{1}{3} \cdot 2^2 \cdot 2 = \dfrac{8}{3} = 2{,}7 \text{ cm}^3$

$V_{\text{Ortoedro}} = a \cdot b \cdot c \rightarrow V_{\text{Ortoedro}} = 4 \cdot 2 \cdot 2 = 16 \text{ cm}^3$

$V_T = V_{\text{Pirámide}} + V_{\text{Ortoedro}} = 2{,}7 + 16 = 18{,}7 \text{ cm}^3$

b) $V_{\text{Cono}} = \dfrac{1}{3} \pi r^2 h \rightarrow V_{\text{Cono}} = \dfrac{1}{3} \pi \cdot 3^2 \cdot 4 = 37{,}68 \text{ cm}^3$

$V_{\text{Cilindro}} = \pi r^2 h \rightarrow V_{\text{Cilindro}} = \pi \cdot 3^2 \cdot 4 = 113{,}04 \text{ cm}^3$

$V_T = 37{,}68 + 113{,}04 = 150{,}72 \text{ cm}^3$

c) $V_{\text{Cono}} = \dfrac{1}{3} \pi \cdot 4^2 \cdot 4 = 67 \text{ cm}^3$

$V_{\text{Cilindro}} = \pi r^2 h \rightarrow V_{\text{Cilindro}} = \pi \cdot 4^2 \cdot 8 = 401{,}92 \text{ cm}^3$

$V_T = V_{\text{Cilindro}} - V_{\text{Cono}} = 401{,}92 - 67 = 334{,}92 \text{ cm}^3$

d) $V_{\text{Cubo}} = l^3 \rightarrow V_{\text{Cubo}} = 9^3 = 729 \text{ cm}^3$

$V_{\text{Hueco}} = 3^3 = 27 \text{ cm}^3$

$V_T = V_{\text{Cubo}} - 8 \cdot V_{\text{Hueco}} = 729 - 8 \cdot 27 = 513 \text{ cm}^3$

e) $V_{\text{Semicilindro}} = \dfrac{1}{2}\pi r^2 h \rightarrow V_{\text{Semicilindro}} = \dfrac{1}{2}\pi \cdot 1{,}5^2 \cdot 5 = 17{,}66 \text{ cm}^3$

$V_{\text{Semicono}} = \dfrac{1}{6}\pi r^2 h \rightarrow V_{\text{Semicono}} = \dfrac{1}{6}\pi \cdot 1{,}5^2 \cdot 5 = 5{,}89 \text{ cm}^3$

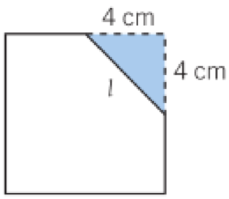
$V_T = 17{,}66 + 5{,}89 = 23{,}55 \text{ cm}^3$

f) $V_{\text{Pirámide}} = \dfrac{1}{3} A_B \cdot h = \dfrac{1}{3} \cdot 6^2 \cdot 2 = 24 \text{ cm}^3$

$V_{\text{Cubo}} = l^3 = 6^3 = 216 \text{ cm}^3$

$V_T = V_{\text{Cubo}} - V_{\text{Pirámide}} = 216 - 24 = 192 \text{ cm}^3$

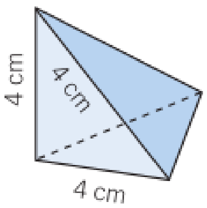
g) Hallamos el lado del triángulo equilátero:



$l^2 = 4^2 + 4^2 = 32 \rightarrow l = \sqrt{32} = 4\sqrt{2} \text{ cm}$

$V_{\text{Cubo}} = l^3 = 8^3 = 512 \text{ cm}^3$

Determinamos el volumen del pico que se ha biselado del cubo (es una pirámide triangular):



$A_{\text{Base}} = \dfrac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 = 8 \text{ cm}^2$

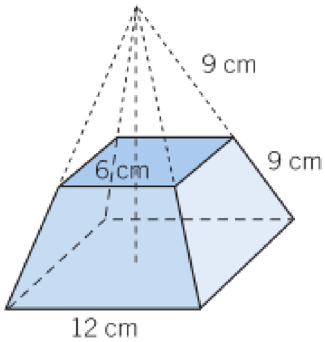
$V_{\text{Pico}} = \dfrac{1}{3} A_{\text{Base}} \cdot h \rightarrow V_{\text{Pico}} = \dfrac{1}{3} \cdot 8 \cdot 4 = 10{,}7 \text{ cm}^3$

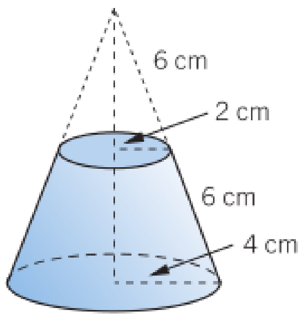
h) $V_{\text{Semiesfera}} = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{4}{3}\pi r^3 = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{4}{3} \cdot \pi \cdot 6^3 = 452{,}16 \text{ cm}^3$

$V_{\text{Cilindro}} = \pi r^2 h = \pi \cdot 6^2 \cdot 7 = 791{,}28 \text{ cm}^3$

$V_T = 452{,}16 + 791{,}28 = 1\,243{,}44 \text{ cm}^3$

Ejercicio 12

a) 

b) 

a) La diagonal de la base es: $d = \sqrt{12^2 + 12^2} = 12\sqrt{2}$ cm

La altura de la pirámide grande es:

$$h = \sqrt{18^2 - (6\sqrt{2})^2} = \sqrt{324 - 72} = 15{,}88 \text{ cm}$$

Por semejanza. la altura de la pirámide pequeña será la mitad:

$$\frac{15{,}88}{2} = 7{,}94 \text{ cm}$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot 12^2 \cdot 15{,}88 - \frac{1}{3} \cdot 6^2 \cdot 7{,}94 = 666{,}96 \text{ cm}^3$$

b) La altura del cono grande es: $h = \sqrt{12^2 - 4^2} = \sqrt{144 - 16} = 11{,}31$ cm

Por semejanza, la altura del cono pequeño será la mitad:

$$\frac{11{,}31}{2} = 5{,}655 \text{ cm}$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 4^2 \cdot 11{,}31 - \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 2^2 \cdot 5{,}655 = 165{,}73 \text{ cm}^3$$