	Nombre y apellidos		Curso: <b>3º ESO</b>	Calificación sobre 10 p.:
	Asignatura: <b>Matemáticas</b>	<b>FICHA DE REFUERZO</b>	Fecha de entrega:	
<b>UNIDAD 6. SUCESIONES Y PROGRESIONES</b>				

Notas a tener en cuenta para resolver la ficha:

- En todos los ejercicios debe estar hecho obligatoriamente el desarrollo o procedimiento para llegar a la solución.
- Siempre que sea posible debes operar en forma de fracción y expresar el resultado como fracción irreducible.
- La presentación es importante, debes cuidarla.

### Ejercicio 1

Determina si las siguientes sucesiones son progresiones aritméticas.

- a) 1, 0, -1, -2, ...      c) 2, 4, 7, 11, 16, ...      e) 11, 10, -1, -2, ...  
 b) 4, 5, 6, 7, 8, 9, ...      d) 1, 4, 9, 16, 25, ...

### Ejercicio 2

Halla el término general de estas progresiones aritméticas.

- a)  $\frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, 2, \frac{5}{2}, \dots$       b) 25, 22, 19, 16, ...

### Ejercicio 3

En una progresión aritmética, el tercer término es 9 y la diferencia es 7.  
Halla el primer término y el término general.

### Ejercicio 4

Dada la progresión aritmética con  $a_n = 10 - 5n$ , halla la suma de los 25 primeros términos.

### Ejercicio 5

Halla el término general y el término  $a_6$ .

a) 5, 15, 45, ...

b) 3,  $3\sqrt{3}$ , 9,  $9\sqrt{3}$ , ...

### **Ejercicio 6**

En una progresión geométrica,  $a_2 = 2$  y  $a_4 = \frac{1}{2}$ . Calcula  $a_n$  y  $a_5$ .

### **Ejercicio 7**

Halla el capital que se obtendría al invertir 50 céntimos de euro al 5 % anual durante un siglo. ¿Y si el rédito fuera del 1 %?

### **Ejercicio 8**

Obtén el capital que, con un interés compuesto del 1 % mensual, produce 3 000 € en 3 años.

### **Ejercicio 9**

Calcula el capital obtenido invirtiendo 200 € al 2 % anual durante 10 años.

### **Ejercicio 10**

Halla el capital que, con un interés compuesto del 10 % anual, produce 133,10 € en 3 años.

### **Ejercicio 11**

Con los datos de las siguientes progresiones aritméticas:

- a)  $a_1 = 13$  y  $a_2 = 5$ , calcula  $d$ ,  $a_8$  y  $a_n$ .
- b)  $b_1 = 4,5$  y  $b_2 = 6$ , calcula  $d$ ,  $b_{10}$  y  $b_n$ .
- c)  $c_2 = 13$  y  $d = -5$ , calcula  $c_1$ ,  $c_8$  y  $c_n$ .
- d)  $h_1 = 8$  y  $h_3 = 3$ , calcula  $d$ ,  $h_{10}$  y  $h_n$ .

### **Ejercicio 12**

En una progresión aritmética de 8 términos, el primero y el último suman 21. El tercer término es 6. Escribe la progresión.

### **Ejercicio 13**

Halla la suma de los 15 primeros términos de una progresión aritmética en la que  $a_1 = 7$  y  $a_4 = 40$ .

#### **Ejercicio 14**

Calcula la diferencia o la razón de las siguientes progresiones, y halla su término general.

- |                      |                        |                      |
|----------------------|------------------------|----------------------|
| a) 3, 6, 12, 24, ... | c) 1, 1, 1, 1, ...     | e) 16, 8, 0, -8, ... |
| b) 10, 7, 4, 1, ...  | d) 16, 8, 4, 2, 1, ... | f) 3, 9, 15, 21, ... |

#### **Ejercicio 15**

En una progresión geométrica,  $a_1 = 6$  y  $a_3 = 30$ . Halla  $a_4$  y el término general.

#### **Ejercicio 16**

La suma de los infinitos términos de una progresión geométrica es  $\frac{15}{4}$  y la razón es  $\frac{1}{5}$ . Halla los 4 primeros términos de la sucesión.

#### **Ejercicio 17**

El número de usuarios de un polideportivo los fines de semana comenzó siendo de 150 personas y aumentó en 30 personas cada fin de semana a partir de entonces.

- a) ¿Cuántos usuarios hubo en la semana 12?
- b) ¿Y en las 10 primeras semanas?

### Ejercicio 18

Teresa ha comprado un caballo y quiere herrarlo. Para ello tienen que ponerle 20 clavos, el primero de los cuales cuesta 1 céntimo de euro y cada uno de los restantes vale 1 céntimo más que el anterior. ¿Cuánto paga en total por herrarlo?

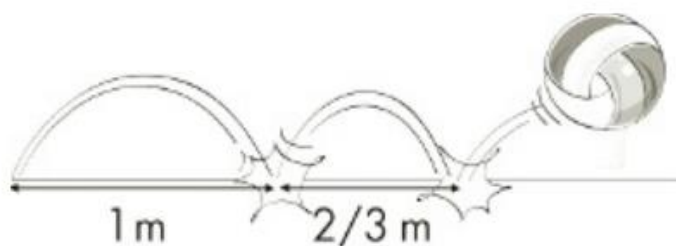


### Ejercicio 19

En un aparcamiento cobran 0,25 € por la primera hora de estacionamiento y, por cada hora siguiente, el doble de lo cobrado en la hora anterior. ¿Cuánto pagaremos por estar aparcados durante 8 horas?

### Ejercicio 20

Lanzamos un balón que da botes a lo largo de un pasillo, como se ve en la figura.



Si al séptimo bote choca con la pared y se para, ¿qué distancia habrá recorrido?

## Soluciones:

### Ejercicio 1

- a)  $a_2 - a_1 = 0 - 1 = -1$     $a_3 - a_2 = -1 - 0 = -1$   
 $a_4 - a_3 = -2 - (-1) = -1 \rightarrow d = -1 \rightarrow$  Sí lo es.
- b)  $a_2 - a_1 = 5 - 4 = 1$     $a_3 - a_2 = 6 - 5 = 1$     $a_4 - a_3 = 7 - 6 = 1$   
 $a_5 - a_4 = 8 - 7 = 1 \rightarrow d = 1 \rightarrow$  Sí lo es.
- c)  $a_2 - a_1 = 4 - 2 = 2$     $a_3 - a_2 = 7 - 4 = 3 \rightarrow$  No lo es.
- d)  $a_2 - a_1 = 4 - 1 = 3$     $a_3 - a_2 = 9 - 4 = 5 \rightarrow$  No lo es.
- e)  $a_2 - a_1 = 10 - 11 = -1$     $a_3 - a_2 = -1 - 10 = -11 \rightarrow$  No lo es.

### Ejercicio 2

- a)  $d = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \longrightarrow a_n = \frac{1}{2} + (n - 1) \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}n$
- b)  $d = 22 - 25 = -3 \rightarrow a_n = 25 - (n - 1) \cdot 3 = 28 - 3n$

### Ejercicio 3

$$a_3 = a_1 + (3 - 1) \cdot d \rightarrow 9 = a_1 + 2 \cdot 7 \rightarrow a_1 = -5$$
$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d = -5 + (n - 1) \cdot 7 = 7n - 12$$

### Ejercicio 4

$$a_{25} = 10 - 5 \cdot 25 = 10 - 125 = -115$$
$$a_1 = 10 - 5 \cdot 1 = 5$$
$$S_{25} = \frac{5 - 115}{2} \cdot 25 = -1\,375$$

### Ejercicio 5

- a)  $\left. \begin{array}{l} \frac{a_2}{a_1} = \frac{15}{5} = 3 \\ \frac{a_3}{a_2} = \frac{45}{15} = 3 \end{array} \right\} \rightarrow r = 3$
- $$a_n = 5 \cdot 3^{n-1} \rightarrow a_6 = 5 \cdot 3^{6-1} = 1\,215$$
- b)  $a_n = 3 \cdot r^{n-1} \rightarrow a_2 = 3 \cdot r = 3\sqrt{3} \rightarrow r = \sqrt{3}$   
 $\rightarrow a_n = 3 \cdot (\sqrt{3})^{n-1} \rightarrow a_6 = 3 \cdot (\sqrt{3})^5 = 27\sqrt{3}$

## **Ejercicio 6**

$$\left. \begin{array}{l} a_2 = a_1 \cdot r = 2 \\ a_4 = a_1 \cdot r^3 = \frac{1}{2} \end{array} \right\} \xrightarrow{2.^a : 1.^a} r^2 = \frac{\frac{1}{2}}{2} = \frac{1}{4} \rightarrow r = \pm \frac{1}{2}$$

Sustituimos  $r = \frac{1}{2}$  en la 1.<sup>a</sup> ecuación:  $2 = a_1 \cdot \frac{1}{2} \rightarrow a_1 = 4$

y comprobamos que se cumple la 2.<sup>a</sup> ecuación:  $4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 = 4 \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{2}$

Si  $r = -\frac{1}{2}$  en la 1.<sup>a</sup> ecuación:  $2 = a_1 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \rightarrow a_1 = -4$

y comprobamos que se cumple la 2.<sup>a</sup> ecuación:

$$(-4) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^3 = (-4) \cdot \left(-\frac{1}{8}\right) = \frac{1}{2}$$

Luego hay dos soluciones:  $a_n = 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$  y  $a_n = (-4) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

$$a_5 = 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{5-1} = 4 \cdot \frac{1}{16} = \frac{1}{4} \text{ y } a_5 = (-4) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{5-1} = (-4) \cdot \frac{1}{16} = -\frac{1}{4}$$

## **Ejercicio 7**

$$C_{100} = 0,50 \cdot \left(1 + \frac{5}{100}\right)^{100} = 65,75 \text{ €}$$

$$\text{Si } r = 1 \% \rightarrow C_{100} = 0,50 \cdot \left(1 + \frac{1}{100}\right)^{100} = 1,35 \text{ €}$$

## **Ejercicio 8**

$$3\,000 = C \cdot \left(1 + \frac{1}{100}\right)^{36} \rightarrow 3\,000 = C \cdot 1,43 \rightarrow C = 2\,097,90 \text{ €}$$

## **Ejercicio 9**

$$C_{10} = 200 \cdot \left(1 + \frac{2}{100}\right)^{10} = 200 \cdot 1,22 = 243,80 \text{ €}$$

## **Ejercicio 10**

$$133,10 = C \cdot \left(1 + \frac{10}{100}\right)^3 \rightarrow 133,10 = C \cdot 1,331 \rightarrow C = 100 \text{ €}$$

## **Ejercicio 11**



- a)  $5 = 13 + (2 - 1) \cdot d \rightarrow d = -8 \rightarrow a_8 = 13 + (8 - 1) \cdot (-8) = -43$   
 $a_n = 13 + (n - 1) \cdot (-8)$
- b)  $6 = 4,5 + (2 - 1) \cdot d \rightarrow d = 1,5 \rightarrow b_{10} = 4,5 + (10 - 1) \cdot 1,5 = 18$   
 $b_n = 4,5 + (n - 1) \cdot 1,5$
- c)  $13 = c_1 + (2 - 1) \cdot (-5) \rightarrow c_1 = 18 \rightarrow c_8 = 18 + (8 - 1) \cdot (-5) = -17$   
 $c_n = 18 + (n - 1) \cdot (-5)$
- d)  $3 = 8 + (3 - 1) \cdot d \rightarrow d = -2,5$   
 $h_{10} = 8 + (10 - 1) \cdot (-2,5) = -14,5 \rightarrow h_n = 8 + (n - 1) \cdot (-2,5)$

### Ejercicio 12

$$\left. \begin{array}{l} a_1 + a_8 = 21 \\ a_3 = a_1 + 2d = 6 \end{array} \right\} \rightarrow a_1 = 6 - 2d$$

$$a_1 + a_8 = 21 \rightarrow a_1 + a_1 + (8 - 1) \cdot d = 21$$

$$\rightarrow 2a_1 + 7d = 21 \rightarrow 2 \cdot (6 - 2d) + 7d = 21$$

$$\rightarrow 12 - 4d + 7d = 21 \rightarrow 3d = 21 - 12$$

$$\rightarrow 3d = 9 \rightarrow d = 3$$

Y despejando:  $a_1 = 6 - 2d = 6 - 2 \cdot 3 = 0$

Luego  $a_n = (n - 1) \cdot 3 = 3n - 3 \rightarrow 0, 3, 6, 9, \dots$

### Ejercicio 13

$$a_4 = a_1 + 3d \rightarrow 40 = 7 + 3d \rightarrow d = 11$$

$$a_{15} = a_1 + 14d \rightarrow a_{15} = 7 + 14 \cdot 11 = 161$$

$$S_{15} = \frac{a_1 + a_{15}}{2} \cdot n \rightarrow S_{15} = \frac{7 + 161}{2} \cdot 15 = 1260$$

### Ejercicio 14

- a)  $r = 6 : 3 = 2; a_n = 3 \cdot 2^{n-1}$
- b)  $d = 7 - 10 = -3; a_n = 10 + (n - 1) \cdot (-3)$
- c)  $r = 1; a_n = 1$
- d)  $r = \frac{8}{16} = \frac{1}{2} = 0,5; a_n = 16 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-5}$
- e)  $d = 8 - 16 = -8; a_n = 16 + (n - 1) \cdot (-8) = (n - 3) \cdot (-8)$
- f)  $d = 9 - 3 = 6; a_n = 3 + (n - 1) \cdot 3 = 3n$

### Ejercicio 15

$$a_3 = a_1 \cdot r^2 \rightarrow 30 = 6r^2 \rightarrow r = \pm\sqrt{5}$$

Hay dos soluciones:  $a_n = 6 \cdot (\pm\sqrt{5})^{n-1} \rightarrow a_4 = 6 \cdot (\pm\sqrt{5})^3 = \pm 30\sqrt{5}$

### Ejercicio 16

$$S = \frac{a_1}{1 - r} \rightarrow \frac{15}{4} = \frac{a_1}{1 - \frac{1}{5}} \rightarrow \frac{15}{4} = \frac{5a_1}{4} \rightarrow 15 = 5a_1 \rightarrow a_1 = 3$$

$$a_2 = a_1 \cdot r = 3 \cdot \frac{1}{5} = \frac{3}{5}, a_3 = \frac{3}{25}, a_4 = \frac{3}{125}$$

### **Ejercicio 17**

Es una progresión aritmética, con  $d = 30$ .

$$a) a_{12} = 150 + 11 \cdot 30 = 480 \text{ usuarios}$$

$$b) S_{10} = \frac{(150 + 420) \cdot 10}{2} = 2850 \text{ usuarios}$$

### **Ejercicio 18**

Se trata de una progresión aritmética,  
con  $a_1 = 1$  y  $d = 1$ .

$$a_{20} = 1 + 19 \cdot 1 = 20 \text{ céntimos}$$

$$S_{20} = \frac{a_1 + a_{20}}{2} \cdot 20 = \frac{1 + 20}{2} \cdot 20 = \\ = 210 \text{ céntimos} = 2,10 \text{ €}$$

### **Ejercicio 19**

Es la suma de los 8 primeros términos de una progresión geométrica

$$\text{con } r = 2 \text{ y } a_1 = 0,25 \rightarrow S_8 = \frac{0,25 \cdot (2^8 - 1)}{2 - 1} = 63,75 \text{ €}$$

### **Ejercicio 20**

Es una progresión geométrica, con  $r = \frac{2}{3}$  y  $a_1 = 1$ .

$$\text{La suma de los 7 primeros términos es: } S_7 = \frac{1 \cdot \left[ \left( \frac{2}{3} \right)^7 - 1 \right]}{\frac{2}{3} - 1} = 2,82 \text{ m}$$