| | Nombre y apellidos | | Curso: **3º ESO** | Calificación sobre 10 p.: |
|---|---|---|---|---|
| | Asignatura: **Matemáticas** | FICHA DE REFUERZO | Fecha de entrega: | |

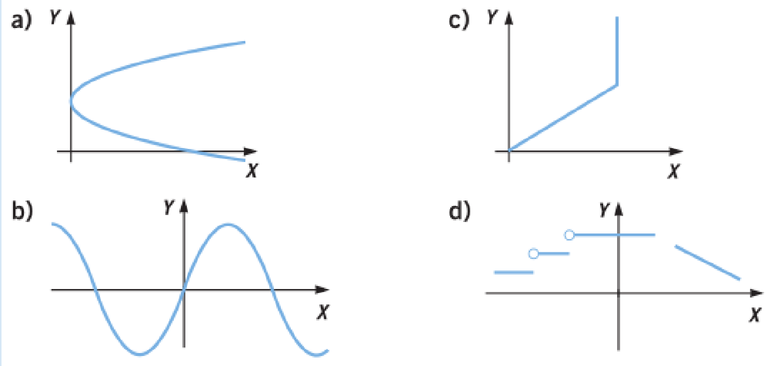
**UNIDAD 10. FUNCIONES Y GRÁFICAS**

Notas a tener en cuenta para resolver la ficha:

- En todos los ejercicios debe estar hecho obligatoriamente el desarrollo o procedimiento para llegar a la solución.
- Siempre que sea posible debes operar en forma de fracción y expresar el resultado como fracción irreducible.
- La presentación es importante, debes cuidarla.

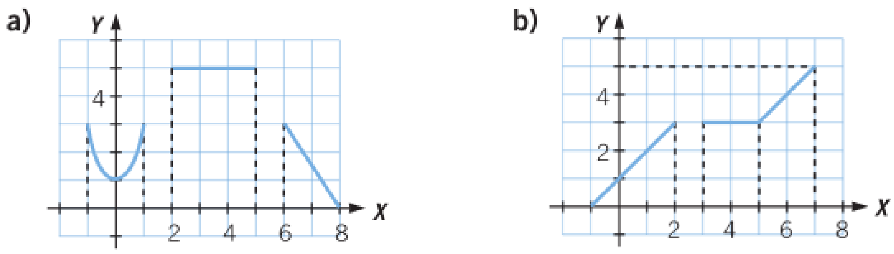
**Ejercicio 1**

**Indica cuáles son funciones y cuáles no.**




**Ejercicio 2**

**Determina el dominio y el recorrido de estas funciones.**




**Ejercicio 3**

**Calcula el dominio de estas funciones.**

a) $y = x^2 + 1$

b) $y = \dfrac{5}{x - 5}$

c) $y = \sqrt{x + 1}$

d) $y = \sqrt{x - 2}$

**Ejercicio 4**

Halla los puntos de corte con los ejes de las funciones.

a) $y = 4x - 1$

b) $y = 5$

c) $y = x^2 - 3$

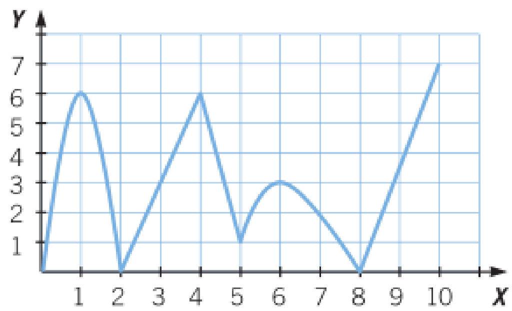
d) $y = (x - 3)^2$

e) $y = x^3 - 8$

f) $y = -3$

**Ejercicio 5**

Observa la gráfica correspondiente a esta función.




a) Señala su dominio y recorrido.

b) ¿Es una función continua?

c) Estudia su crecimiento y decrecimiento.

d) Señala sus máximos y mínimos, si los tiene.

**Ejercicio 6**

Determina algebraicamente si estas funciones presentan algún tipo de simetría.

a) $f(x) = x^5 + x$

b) $g(x) = x^3 - x^2$

c) $h(x) = \dfrac{2}{x^5}$

d) $i(x) = 5$

e) $j(x) = \sqrt{x^3}$

f) $k(x) = \dfrac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$

**Ejercicio 7**

Representa una función tal que:

- Dom $f = \mathbb{R}$
- Pasa por los puntos $(5, 0)$ y $(7, 0)$.
- Tiene puntos mínimos en $(0, 1)$ y $(6, -3)$.
- Tiene un máximo en $(3, 5)$.

**Ejercicio 8**

Representa una función
con estas características:

- Dom $f = \mathbb{R}$
- Pasa por los puntos $(-3, 0)$ y $(0, 2)$.
- Es creciente hasta $x = -2$, constante en el intervalo $(-2, 4)$ y decreciente a partir de $x = 4$.

**Ejercicio 9**

En un instituto han medido la longitud, en metros, de la sombra del edificio principal cada hora, a lo largo de un día de invierno (a partir de las 18:00 horas era de noche), obteniendo esta tabla.

| Hora | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Longitud | 23 | 18 | 14 | 10 | 4 | 2 | 6 | 10 | 16 | 21 |

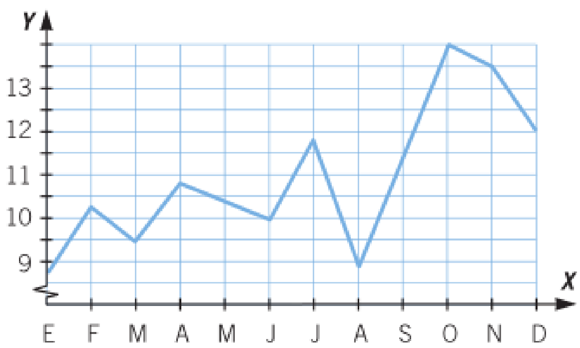
a) Haz la representación gráfica.

b) ¿Es una función continua?

c) Estudia las características de la función.

**Ejercicio 10**

En la gráfica se muestra la superficie de edificación de viviendas (en millones de metros cuadrados) concedida en cada mes del año.




a) Analiza su continuidad.

b) ¿En qué puntos corta a los ejes?

c) Estudia su crecimiento.

d) Señala sus máximos y mínimos.

e) ¿En qué meses se superaron los 12 millones de metros cuadrados? ¿Entre qué dos meses se registró el mayor crecimiento?

## Ejercicio 11

En un entrenamiento para una carrera de 5 000 m, un atleta ha registrado estos tiempos.

| Tiempo (s) | 0 | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | ... |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Espacio (m) | 0 | 65 | 130 | 195 | 260 | 325 | ... |

a) Representa los datos en una gráfica.

b) Si continúa con la misma velocidad, ¿qué tiempo tardará en recorrer 5 000 m?

c) Escribe la expresión algebraica que relaciona el espacio recorrido con el tiempo empleado.

## Ejercicio 12

Queremos hacer un viaje al extranjero y preguntamos en dos agencias.


a) Representa las funciones que relacionan los kilómetros recorridos y el precio.

b) ¿Con qué agencia interesa contratar el viaje?

**Soluciones:**

## Ejercicio 1

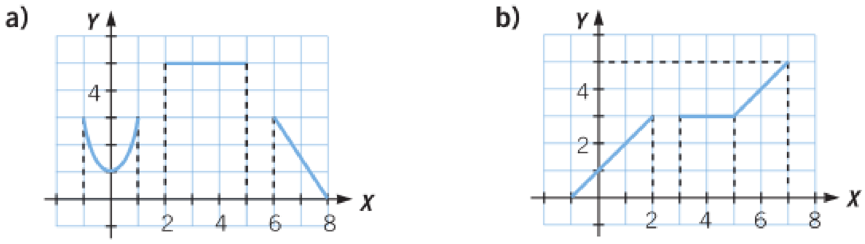
a) No es función.

b) Sí es función.

c) No es función.

d) Sí es función.

## Ejercicio 2




a) Dominio $= [-1, 8] - (1, 2) - (5, 6) = [-1, 1] \cup [2, 5] \cup [6, 8]$
Recorrido $= [0, 3] \cup \{5\}$

b) Dominio $= [-1, 7] - (2, 3) = [-1, 2] \cup [3, 7]$
Recorrido $= [0, 5]$

## Ejercicio 3

a) $\mathbb{R}$

b) $\mathbb{R} - \{5\}$

c) $[-1, +\infty)$

d) $[2, +\infty)$

## Ejercicio 4

a) $y = 4x - 1 \rightarrow$ Eje $Y \rightarrow x = 0 \rightarrow y = 4 \cdot 0 - 1 = -1 \rightarrow P(0, -1)$
Eje $X \rightarrow y = 0 \rightarrow 0 = 4x - 1 \rightarrow x = \dfrac{1}{4} \rightarrow Q\left(\dfrac{1}{4}, 0\right)$

b) $y = 5 \rightarrow$ Eje $Y \rightarrow x = 0 \rightarrow y = 5 \rightarrow P(0, 5)$
Eje $X \rightarrow y \neq 0$, no tiene punto de corte con este eje.

c) $y = x^2 - 3 \rightarrow$ Eje $Y \rightarrow x = 0 \rightarrow y = 0 - 3 = -3 \rightarrow P(0, -3)$
Eje $X \rightarrow y = 0 \rightarrow x^2 - 3 = 0 \rightarrow x = \pm\sqrt{3} \rightarrow Q(\sqrt{3}, 0)$ y $Q'(-\sqrt{3}, 0)$

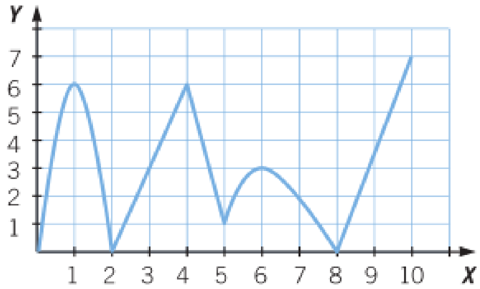
d) $y = (x - 3)^2 \rightarrow$ Eje $Y \rightarrow x = 0 \rightarrow y = (0 - 3)^2 = 9 \rightarrow P(0, 9)$
Eje $X \rightarrow y = 0 \rightarrow 0 = (x - 3)^2 \rightarrow x = 3 \rightarrow Q(3, 0)$

e) $y = x^3 - 8 \rightarrow$ Eje $Y \rightarrow x = 0 \rightarrow y = -8 \rightarrow P(0, -8)$
Eje $X \rightarrow y = 0 \rightarrow x^3 - 8 = 0 \rightarrow x = 2 \rightarrow Q(2, 0)$

f) $y = -3 \rightarrow$ Eje $Y \rightarrow x = 0 \rightarrow y = -3 \rightarrow P(0, -3)$
Eje $X \rightarrow y \neq 0$, no tiene punto de corte con este eje.

## Ejercicio 5

**Observa la gráfica correspondiente a esta función.**




**a) Señala su dominio y recorrido.**

**b) ¿Es una función continua?**

**c) Estudia su crecimiento y decrecimiento.**

**d) Señala sus máximos y mínimos, si los tiene.**

a) Dom $f = [0, 10]$; Im $f = [0, 7]$

b) Es continua en todo su dominio.

c) Es creciente en $[0, 1] \cup [2, 4] \cup [5, 6] \cup [8, 10]$.
Es decreciente en $[1, 2] \cup [4, 5] \cup [6, 8]$.

d) Presenta máximos en $x = 1$, $x = 4$ y $x = 6$.
Presenta mínimos en $x = 2$, $x = 5$ y $x = 8$.

## Ejercicio 6

a) $f(x) = x^5 + x$

$f(-x) = (-x)^5 - x = -x^5 - x = -(x^5 + x) = -f(x)$

Como $f(-x) = -f(x)$, es una función impar y simétrica respecto del origen de coordenadas.

b) $g(x) = x^3 - x^2$

$g(-x) = (-x)^3 - (-x)^2 = -x^3 - x^2$

Como $g(-x) \neq g(x)$ y $g(-x) \neq -g(x)$, la función no es simétrica.

c) $h(x) = \dfrac{2}{x^5} \qquad h(-x) = \dfrac{2}{(-x)^5} = \dfrac{2}{-x^5} = -h(x)$

Como $h(-x) = -h(x)$, es una función impar y simétrica respecto del origen de coordenadas.

d) $i(x) = 5 \qquad i(-x) = 5 = i(x)$

Como $i(-x) = i(x)$, la función es par y simétrica respecto del eje de ordenadas.

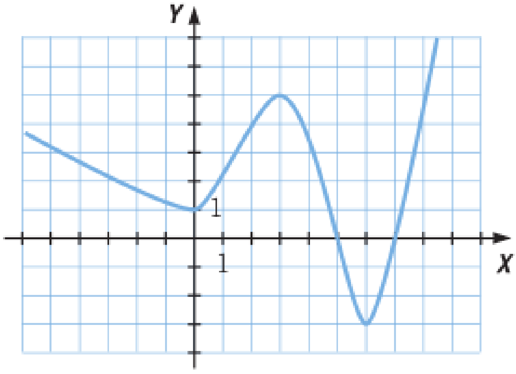
e) $j(x) = \sqrt{x^3} \qquad j(-x) = \sqrt{(-x)^3} = \sqrt{-x^3}$

Como $j(-x) \neq j(x)$ y $j(-x) \neq -j(x)$, la función no es simétrica.

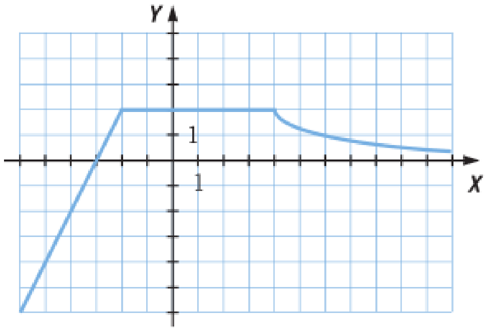
f) $k(x) = \dfrac{x^2 + 1}{x^2 - 1} \qquad k(-x) = \dfrac{(-x)^2 + 1}{(-x)^2 - 1} = \dfrac{x^2 + 1}{x^2 - 1} = k(x)$

Como $k(-x) = k(x)$, la función es par y simétrica respecto del eje de ordenadas.

## Ejercicio 7

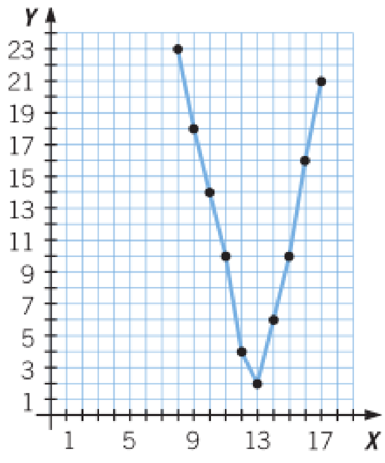



## Ejercicio 8




## Ejercicio 9

a)




b) Es continua.

c) Es decreciente desde que sale el sol hasta las 13:00 horas, en que pasa a ser creciente hasta la puesta de sol. Tiene un mínimo en las 13:00 horas. Su dominio es el conjunto representado por las horas de sol.

## Ejercicio 10

a) Es una función continua.

b) No corta al eje $X$ y corta al eje $Y$ en (E; 8,5).

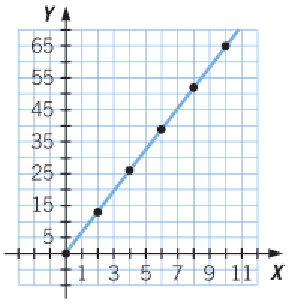
c) Es creciente de enero a febrero, de marzo a abril, de junio a julio y de agosto a octubre. Es decreciente de febrero a marzo, de abril a junio, de julio a agosto y de octubre a diciembre.

d) Máximos relativos: febrero, abril, julio y octubre. Máximo absoluto: octubre. Mínimos relativos: marzo, junio y agosto. Mínimo absoluto: enero.

e) Se superaron los 12 millones en octubre, noviembre y diciembre. El mayor crecimiento se registró en los meses de agosto y septiembre.

## Ejercicio 11

a)

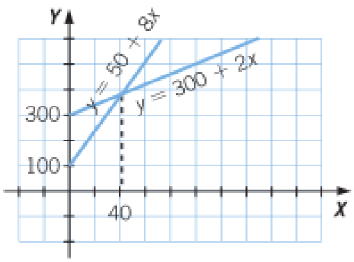



b) $t = 5\,000 : 6{,}5 = 769{,}23$ s $= 12$ min $49{,}23$ s

c) $y = 6{,}5x$

## Ejercicio 12

a)




b) Viajes Águila: $y = 300 + 2x$

Viajes Princesa: $y = 50 + 8x$

$300 + 2x = 50 + 8x \rightarrow x = 41{,}67$

Para viajes con trayecto inferior a 41,67 km nos interesa contratar Viajes Princesa. Y como queremos viajar al extranjero, será mejor contratar Viajes Águila.