	Nombre y apellidos		Curso: 3º ESO	Calificación sobre 10 p.:
	Asignatura: Matemáticas	FICHA DE REFUERZO	Fecha de entrega:	
UNIDAD 3. POLINOMIOS				

Notas a tener en cuenta para resolver la ficha:

- En todos los ejercicios debe estar hecho obligatoriamente el desarrollo o procedimiento para llegar a la solución.
- Siempre que sea posible debes operar en forma de fracción y expresar el resultado como fracción irreducible.
- La presentación es importante, debes cuidarla.

Ejercicio 1

Calcula el valor numérico del polinomio en cada caso.

a) $P(x) = 3x^6 + 2x^5 - 3x^4 - x^2 + 7x - 2$, para $x = 0$.

b) $P(x, y) = -x^4y - x^2y + 7xy - 2$, para $x = 1, y = 2$.

Ejercicio 2

Calcula el valor de a para que el polinomio $P(x) = 2x^2 - ax + 1$ cumpla que $P(2) = 5$.

Ejercicio 3

Halla la suma, la resta y el producto de cada par de polinomios.

a) $R(x) = x^4 - x + 1$

$S(x) = x^2 + 1$

b) $R(x) = x + 1$

$S(x) = x^2 + x - 1$

Ejercicio 4

Calcula.

a) $(x^3 - 3x^2 + 2x) : x$

b) $(2x^3 - 3x^2 - 5x - 5) : (x - 2)$

c) $(2x^3 - 3x^2 + 4x - 3) : (x^2 + x - 1)$

d) $(x^4 + x^3 - x^2 + x + 1) : (x^3 - 5)$

Ejercicio 5

Calcula el resto de esta división sin realizarla.

Dividendo $\rightarrow P(x) = x^5 + x^3 - x^2 + 5x - 3$

Divisor $\longrightarrow Q(x) = x^3 + x - 1$

Cociente $\longrightarrow C(x) = x^2$

Ejercicio 6

Saca factor común en los siguientes polinomios.

a) $8x^2 - 4x$

d) $-12ab^3 + 4b^2 - 6b^4$

b) $18x^3y^2 - 12x^2y^3$

e) $34a^4 - 14a^3b + 28ab^3$

c) $30a^2b - 15ab^2 + 5a^2b^2$

f) $20a^4b^2c + 36a^2b - 18a^3b^2$

Ejercicio 7

Extrae factor común en estos polinomios.

a) $\frac{x^2}{2} - \frac{x}{2}$ b) $x \cdot (xy^2 - y) + y^2 \cdot (4xy - 3y)$ c) $\frac{x^2 - 2x}{7} - \frac{x^2 - x}{5}$

Ejercicio 8

Desarrolla los siguientes cuadrados.

a) $(x + 7)^2$	e) $(x - 4)^2$
b) $(2x + 1)^2$	f) $(3a - b)^2$
c) $(6 + x)^2$	g) $(5 - a)^2$
d) $(3x^2 + 2y)^2$	h) $(2b^2 - 5b^3)^2$

Ejercicio 9

Dados los polinomios:

$$P(x) = 2x^5 - 3x^4 + 7x^3 - 2x^2 + 3x - 6 \quad R(x) = 3x^2 - x + 1$$

$$Q(x) = 3x^4 - 2x^3 + 5x^2 - 7x - 1 \quad S(x) = 2x + 3$$

calcula.

a) $[P(x) - Q(x)] \cdot S(x)$	c) $[P(x) + Q(x) + R(x)] \cdot S(x)$
b) $[R(x) - Q(x)] \cdot S(x)$	d) $[P(x) + Q(x) - R(x)] \cdot S(x)$

Ejercicio 10

Desarrolla.

a) $(3x + 2)^2$

d) $(7x^3 + 4x^2)^2$

g) $(x^4 + 3x^5) \cdot (x^4 - 3x^5)$

b) $(3x - 2)^2$

e) $(2x + 7) \cdot (2x - 7)$

h) $\left(2x - \frac{1}{2}\right)^2$

c) $(3x^2 - 2x)^2$

f) $(2x^2 + 3x) \cdot (2x^2 - 3x)$

a) $(x + 5)^2$

c) $(-y - 8)^2$

e) $(-x - y)^2$

b) $(2y - 7)^2$

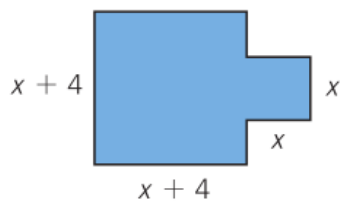
d) $(xy - 6x)^2$

f) $(x + 2xy)^2$

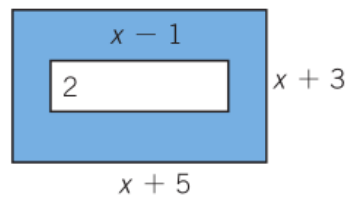
Ejercicio 11

Expresa el área de cada figura mediante un polinomio. Simplifica su expresión.

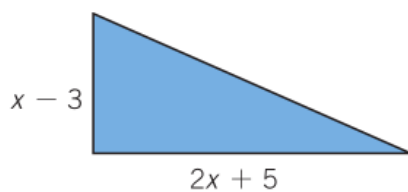
a)



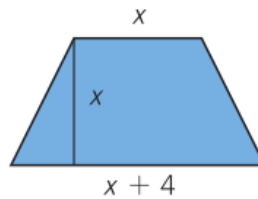
c)



b)



d)



Ejercicio 12

Determina el cociente y el resto, aplicando la regla de Ruffini.

a) $(x^3 - x^2 + x - 3) : (x - 1)$

b) $(x^4 - x^3 - x + 9) : (x - 2)$

c) $(x^4 + x^2 - 10) : (x - 5)$

d) $(x^5 - 2x^3 + x - 7) : (x + 3)$

e) $(x^7 + x^4 - 7x^2) : (x + 4)$

Ejercicio 13

Calcula las raíces de estos polinomios.

a) $P(x) = x^3 - 3x^2 + 2$

c) $R(x) = x^3 - 2x^2 - 5x - 6$

b) $Q(x) = x^2 - 2x + 1$

d) $S(x) = x^2 - 5x - 14$

Ejercicio 14

Descompón en factores estos polinomios.

a) $P(x) = x^3 - 8$

d) $P(x) = x^5 + 3x^4 - 9x^3 - 23x^2 - 12x$

b) $P(x) = x^3 + 4x^2 + 4x$

e) $P(x) = x^3 - 3x^2 - 25x - 21$

c) $P(x) = x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 4x + 4$

f) $P(x) = x^5 - 9x^3$

Ejercicio 15

Simplifica estas fracciones algebraicas.

a) $\frac{2x-2}{2x-6}$

c) $\frac{x-1}{x^2-1}$

e) $\frac{x^3+3x^2-4}{x^2-5x+4}$

b) $\frac{x^2-1}{x^2-4x+3}$

d) $\frac{2x^3+4x^2+2x}{6x^3-6x}$

f) $\frac{x^2-1}{x^2-2x+1}$

Soluciones:

Ejercicio 1

$$a) P(0) = 3 \cdot 0 + 2 \cdot 0 - 3 \cdot 0 - 0 + 7 \cdot 0 - 2 = -2$$

$$b) P(1, 2) = -1 \cdot 2 - 1 \cdot 2 + 7 \cdot 1 \cdot 2 - 2 = 8$$

Ejercicio 2

$$P(2) = 2 \cdot 2^2 - a \cdot 2 + 1 = 8 - 2a + 1 = 5 \rightarrow 9 - 2a = 5 \\ \rightarrow 4 = 2a \rightarrow a = 2$$

Ejercicio 3

$$a) R(x) + S(x) = (x^4 - x + 1) + (x^2 + 1) = x^4 + x^2 - x + 2$$

$$R(x) - S(x) = (x^4 - x + 1) - (x^2 + 1) = x^4 - x^2 - x$$

$$R(x) \cdot S(x) = (x^4 - x + 1) \cdot (x^2 + 1) = x^6 + x^4 - x^3 + x^2 - x + 1$$

$$b) R(x) + S(x) = (x + 1) + (x^2 + x - 1) = x^2 + 2x$$

$$R(x) - S(x) = (x + 1) - (x^2 + x - 1) = -x^2 + 2$$

$$R(x) \cdot S(x) = (x + 1) \cdot (x^2 + x - 1) = x^3 + 2x^2 - 1$$

Ejercicio 4

$$a) x^2 - 3x + 2$$

$$b) \begin{array}{r} 2x^3 - 3x^2 - 5x - 5 \\ - 2x^3 + 4x^2 \\ \hline x^2 - 5x - 5 \\ - x^2 + 2x \\ \hline - 3x - 5 \\ 3x - 6 \\ \hline -11 \end{array} \quad \begin{array}{l} x - 2 \\ \hline 2x^2 + x - 3 \end{array}$$

$$c) \begin{array}{r} 2x^3 - 3x^2 + 4x - 3 \\ - 2x^3 - 2x^2 + 2x \\ \hline -5x^2 + 6x - 3 \\ 5x^2 + 5x - 5 \\ \hline 11x - 8 \end{array} \quad \begin{array}{l} x^2 + x - 1 \\ \hline 2x - 5 \end{array}$$

$$d) \begin{array}{r} x^4 + x^3 - x^2 + x + 1 \\ - x^4 + 5x \\ \hline x^3 - x^2 + 6x + 1 \\ - x^3 + 5 \\ \hline -x^2 + 6x + 6 \end{array} \quad \begin{array}{l} x^3 - 5 \\ \hline x + 1 \end{array}$$

Ejercicio 5

$$R(x) = P(x) - Q(x) \cdot C(x) = (x^5 + x^3 - x^2 + 5x - 3) - (x^3 + x - 1) \cdot x^2 = \\ = (x^5 + x^3 - x^2 + 5x - 3) - (x^5 + x^3 - x^2) = \\ = 5x - 3$$

Ejercicio 6

- a) $4x \cdot (2x - 1)$ d) $2b^2 \cdot (-6ab + 2 - 3b^2)$
b) $6x^2y^2 \cdot (3x - 2y)$ e) $2a \cdot (17a^3 - 7a^2b + 14b^3)$
c) $5ab \cdot (6a - 3b + ab)$ f) $2a^2b \cdot (10a^2bc + 18 - 9ab)$

Ejercicio 7

- a) $\frac{x}{2} \cdot (x - 1)$
b) $y[x \cdot (xy - 1) + y^2(4x - 3)]$
c) $x\left(\frac{x-2}{7} - \frac{x-1}{5}\right)$

Ejercicio 8

- a) $x^2 + 14x + 49$ e) $x^2 - 8x + 16$
b) $4x^2 + 4x + 1$ f) $9a^2 - 6ab + b^2$
c) $36 + 12x + x^2$ g) $25 - 10a + a^2$
d) $9x^4 + 12x^2y + 4y^2$ h) $4b^4 - 20b^5 + 25b^6$

Ejercicio 9

- a) $[(2x^5 - 3x^4 + 7x^3 - 2x^2 + 3x - 6) - (3x^4 - 2x^3 + 5x^2 - 7x - 1)] \cdot (2x + 3) =$
 $= (2x^5 - 6x^4 + 9x^3 - 7x^2 + 10x - 5) \cdot (2x + 3) =$
 $= 4x^6 - 6x^5 + 13x^3 - x^2 + 20x - 15$
b) $[(3x^2 - x + 1) - (3x^4 - 2x^3 + 5x^2 - 7x - 1)] \cdot (2x + 3) =$
 $= (-3x^4 + 2x^3 - 2x^2 + 6x + 2) \cdot (2x + 3) =$
 $= -6x^5 - 5x^4 + 2x^3 + 6x^2 + 22x + 6$
c) $[(2x^5 - 3x^4 + 7x^3 - 2x^2 + 3x - 6) + (3x^4 - 2x^3 + 5x^2 - 7x - 1) +$
 $+ (3x^2 - x + 1)] \cdot (2x + 3) = (2x^5 + 5x^3 + 6x^2 - 5x - 6) \cdot (2x + 3) =$
 $= 4x^6 + 6x^5 + 10x^4 + 27x^3 + 8x^2 - 27x - 18$
d) $[(2x^5 - 3x^4 + 7x^3 - 2x^2 + 3x - 6) + (3x^4 - 2x^3 + 5x^2 - 7x - 1) -$
 $- (3x^2 - x + 1)] \cdot (2x + 3) = (2x^5 + 5x^3 - 3x - 8) \cdot (2x + 3) =$
 $= 4x^6 + 6x^5 + 10x^4 + 15x^3 - 6x^2 - 25x - 24$

Ejercicio 10

- a) $9x^2 + 12x + 4$ e) $4x^2 - 49$
b) $9x^2 - 12x + 4$ f) $4x^4 - 9x^2$
c) $9x^4 - 12x^3 + 4x^2$ g) $x^8 - 9x^{10}$
d) $49x^6 + 56x^5 + 16x^4$ h) $4x^2 - 2x + \frac{1}{4}$
a) $x^2 + 10x + 25$ d) $x^2y^2 - 12x^2y + 36x^2$
b) $4y^2 - 28y + 49$ e) $x^2 + 2xy + y^2$
c) $y^2 + 16y + 64$ f) $x^2 + 4x^2y + 4x^2y^2$

Ejercicio 11

- a) $(x + 4)^2 + x^2 = 2x^2 + 8x + 16$
b) $\frac{(x-3) \cdot (2x+5)}{2} = x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{15}{2}$
c) $(x + 5) \cdot (x + 3) - 2(x - 1) = x^2 + 8x + 15 - 2x + 2 = x^2 + 6x + 17$
d) $\frac{x + (x + 4)}{2} \cdot x = x^2 + 2x$

Ejercicio 12

$$\begin{array}{r|rrrr} a) & 1 & -1 & 1 & -3 \\ & 1 & & 1 & 0 \\ \hline & 1 & 0 & 1 & -2 \end{array} \rightarrow C(x) = x^2 + 1; R(x) = -2$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} b) & 1 & -1 & 0 & -1 & 9 \\ & 2 & & 2 & 2 & 4 \\ \hline & 1 & 1 & 2 & 3 & 15 \end{array} \rightarrow C(x) = x^3 + x^2 + 2x + 3; R(x) = 15$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} c) & 1 & 0 & 1 & 0 & -10 \\ & 5 & & 5 & 25 & 130 \\ \hline & 1 & 5 & 26 & 130 & 640 \end{array}$$

$$C(x) = x^3 + 5x^2 + 26x + 130; R(x) = 640$$

$$\begin{array}{r|rrrrrr} d) & 1 & 0 & -2 & 0 & 1 & -7 \\ & -3 & & -3 & 9 & -21 & 63 \\ \hline & 1 & -3 & 7 & -21 & 64 & -199 \end{array}$$

$$C(x) = x^4 - 3x^3 + 7x^2 - 21x + 64; R(x) = -199$$

$$\begin{array}{r|rrrrrrrr} e) & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & -7 & 0 & 0 \\ & -4 & & -4 & 16 & -64 & 252 & -1008 & 4060 \\ \hline & 1 & -4 & 16 & -63 & 252 & -1015 & 4060 & -16240 \end{array}$$

$$C(x) = x^6 - 4x^5 + 16x^4 - 63x^3 + 252x^2 - 1015x + 4060$$

$$R(x) = -16240$$

Ejercicio 13

$$\begin{array}{r|rrrr} a) & 1 & -3 & 0 & 2 \\ & 1 & & 1 & -2 \\ \hline & 1 & -2 & -2 & 0 \end{array} \rightarrow 1 \text{ es raíz, } 1 + \sqrt{3} \text{ y } 1 - \sqrt{3} \text{ son también raíces.}$$

$$\begin{array}{r|rrr} b) & 1 & -2 & 1 \\ & 1 & & 1 \\ \hline & 1 & -1 & 0 \end{array} \longrightarrow 1 \text{ es raíz doble.}$$

c) No tiene raíces racionales, al probar con los divisores del término independiente el resto nunca da cero.

$$\begin{array}{r|rrr} d) & 1 & -5 & -14 \\ & -2 & & -2 \\ \hline & 1 & -7 & 0 \end{array} \rightarrow -2 \text{ es raíz}$$

$$\begin{array}{r|rrr} & 1 & -5 & -14 \\ & 7 & & 7 \\ \hline & 1 & 2 & 0 \end{array} \rightarrow 7 \text{ es raíz}$$

$$\left. \begin{array}{l} \rightarrow -2 \text{ es raíz} \\ \rightarrow 7 \text{ es raíz} \end{array} \right\} \rightarrow \text{Son las dos raíces del polinomio.}$$

Ejercicio 14

a) $P(x) = x^3 - 8 = (x^2 + 2x + 4) \cdot (x - 2)$

b) $P(x) = x \cdot (x^2 + 4x + 4) = x \cdot (x + 2)^2$

c) $P(x) = (x + 1)^2 \cdot (x - 2)^2$

d) $P(x) = x \cdot (x^4 + 3x^3 - 9x^2 - 23x + 4) = x \cdot (x + 1)^2 \cdot (x - 3) \cdot (x + 4)$

e) $P(x) = (x + 1) \cdot (x + 3) \cdot (x - 7)$

f) $P(x) = x^3 \cdot (x^2 - 9) = x^3 \cdot (x + 3) \cdot (x - 3)$

Ejercicio 15

a) $\frac{2x - 2}{2x - 6} = \frac{2 \cdot (x - 1)}{2 \cdot (x - 3)} = \frac{x - 1}{x - 3}$

b) $\frac{x^2 - 1}{x^2 - 4x + 3} = \frac{(x + 1) \cdot (x - 1)}{(x - 1) \cdot (x - 3)} = \frac{x + 1}{x - 3}$

c) $\frac{x - 1}{x^2 - 1} = \frac{x - 1}{(x + 1) \cdot (x - 1)} = \frac{1}{x + 1}$

d) $\frac{2x^3 + 4x^2 + 2x}{6x^3 - 6x} = \frac{2x \cdot (x + 1)^2}{6x \cdot (x + 1) \cdot (x - 1)} = \frac{x + 1}{3 \cdot (x - 1)}$

e) $\frac{x^3 + 3x^2 - 4}{x^2 - 5x + 4} = \frac{(x - 1) \cdot (x + 2)^2}{(x - 4) \cdot (x - 1)} = \frac{(x + 2)^2}{x - 4}$

f) $\frac{x^2 - 1}{x^2 - 2x + 1} = \frac{(x - 1) \cdot (x + 1)}{(x - 1)^2} = \frac{x + 1}{x - 1}$