

	Nombre y apellidos		Curso: 4º ESO	Calificación sobre 10 p.:
	Asignatura: Matemáticas	FICHA DE REFUERZO	Fecha de entrega:	
UNIDAD 4. ECUACIONES				

Notas a tener en cuenta para resolver la ficha:

- En todos los ejercicios debe estar hecho obligatoriamente el desarrollo o procedimiento para llegar a la solución.
- Siempre que sea posible debes operar en forma de fracción y expresar el resultado como fracción irreducible.
- La presentación es importante, debes cuidarla.

Ejercicio 1

Resuelve las siguientes ecuaciones, factorizando previamente:

a) $x^3 - 7x - 6 = 0$

b) $2x^3 - 3x^2 - 9x + 10 = 0$

c) $x^4 - 5x^3 + 5x^2 + 5x - 6 = 0$

d) $3x^3 - 10x^2 + 9x - 2 = 0$

e) $x^5 - 16x = 0$

f) $x^3 - 3x^2 + 2x = 0$

g) $x^3 - x^2 + 4x - 4 = 0$

Ejercicio 2

Resuelve las ecuaciones siguientes:

a) $x^4 - x^2 - 12 = 0$

b) $x^4 - 8x^2 - 9 = 0$

Ejercicio 3

Resuelve:

a) $-\sqrt{2x-3} + 1 = x$

b) $\sqrt{2x-3} - \sqrt{x+7} = 4$

c) $2 + \sqrt{x} = x$

d) $2 - \sqrt{x} = x$

e) $\sqrt{3x+3} - 1 = \sqrt{8-2x}$

Ejercicio 4**Resuelve:**

a) $\frac{x}{x-1} + \frac{2x}{x+1} = 3$

b) $\frac{5}{x+2} + \frac{x}{x+3} = \frac{3}{2}$

c) $\frac{x+3}{x-1} - \frac{x^2+1}{x^2-1} = \frac{26}{35}$

Ejercicio 5**Resuelve las siguientes ecuaciones:**

a) $2^{3x} = 0,5^{3x+2}$

b) $3^{4-x^2} = \frac{1}{9}$

c) $\frac{4^{x-1}}{2^{x+2}} = 186$

d) $7^{x+2} = 5\,764\,801$

Ejercicio 6

Entre estas ecuaciones de primer grado, hay dos que no tienen solución, dos que tienen infinitas soluciones y dos que tienen solución única. Identifica cada caso y resuelve las que sean posible:

a) $\frac{x+1}{2} = x - \frac{2x+3}{4}$

b) $x + \frac{3-x}{3} - 1 = \frac{2}{3}x$

c) $\frac{(x+1)^2}{16} - \frac{1+x}{2} = \frac{(x-1)^2}{16} - \frac{2+x}{4}$

d) $0,2x + 0,6 - 0,25(x-1)^2 = 1,25x - (0,5x+2)^2$

e) $(5x-3)^2 - 5x(4x-5) = 5x(x-1)$

f) $\frac{2x+1}{7} - \frac{(x+1)(x-2)}{2} = \frac{x-2}{2} - \frac{(x-2)^2}{2}$

Ejercicio 7

Resuelve, tomando logaritmos, estas ecuaciones:

a) $\frac{1}{e^x} = 27$

b) $e^{x-9} = \sqrt{73}$

c) $2^x \cdot 3^x = 81$

d) $\frac{2^x}{3^{x+1}} = 1$

Ejercicio 8

Resuelve las ecuaciones:

a) $\log(x^2 + 1) - \log(x^2 - 1) = \log \frac{13}{12}$

b) $\ln(x - 3) + \ln(x + 1) = \ln 3 + \ln(x - 1)$

c) $2\ln(x - 3) = \ln x - \ln 4$

d) $\log(x + 3) - \log(x - 6) = 1$

Ejercicio 9**Resuelve:**

a) $3^x + 3^{x+2} = 30$

b) $5^{x+1} + 5^x + 5^{x-1} = \frac{31}{5}$

c) $2 \log x - \log(x+6) = 3 \log 2$

d) $4 \log_2(x^2 + 1) = \log_2 625$

Soluciones:**Ejercicio 1**

a)

	1	0	-7	-6
-1		-1	1	6
<hr/>				
	1	-1	-6	<u>0</u>
-2		-2	6	
<hr/>				
	1	-3	<u>0</u>	
3		3		
<hr/>				
	1	<u>0</u>		

 $x_1 = -1; x_2 = -2; x_3 = 3$

b)

	2	-3	-9	10
1		2	-1	-10
<hr/>				
	2	-1	-10	<u>0</u>
-2		-4	10	
<hr/>				
	2	-5	<u>0</u>	

 $x_1 = 1; x_2 = -2; x_3 = \frac{5}{2}$

c)

	1	-5	5	5	-6
1		1	-4	1	6
<hr/>					
	1	-4	1	6	<u>0</u>
-1		-1	5	-6	
<hr/>					
	1	-5	6	<u>0</u>	
2		2	-6		
<hr/>					
	1	-3	<u>0</u>		
3		3			
<hr/>					
	1	<u>0</u>			

 $x_1 = 1; x_2 = -1; x_3 = 2; x_4 = 3$

$$d) \begin{array}{c|cccc} & 3 & -10 & 9 & -2 \\ 1 & & 3 & -7 & 2 \\ \hline & 3 & -7 & 2 & 0 \\ 2 & & 6 & -2 & \\ \hline & 3 & -1 & & 0 \end{array} \quad x_1 = 1; \quad x_2 = 2; \quad x_3 = \frac{1}{3}$$

$$e) x(x^4 - 16) = 0; \quad x(x^2 - 4)(x^2 + 4) = 0$$

$$x_1 = 0; \quad x_2 = 2; \quad x_3 = -2$$

$$f) x(x^2 - 3x + 2) = 0; \quad x(x - 1)(x - 2) = 0$$

$$x_1 = 0; \quad x_2 = 1; \quad x_3 = 2$$

$$g) \begin{array}{c|cccc} & 1 & -1 & 4 & -4 \\ 1 & & 1 & 0 & 4 \\ \hline & 1 & 0 & 4 & 0 \end{array} \quad x = 1$$

Ejercicio 2

$$a) x^2 = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 48}}{2} = \frac{1 \pm 7}{2} \begin{cases} 4 \rightarrow x = \pm 2 \\ -3 \rightarrow \text{(no vale)} \end{cases} \quad 2 \text{ y } -2$$

$$b) x^2 = \frac{8 \pm \sqrt{64 + 36}}{2} = \frac{8 \pm 10}{2} \begin{cases} 9 \rightarrow x = \pm 3 \\ -1 \rightarrow \text{(no vale)} \end{cases} \quad 3 \text{ y } -3$$

Ejercicio 3

$$a) 1 - x = \sqrt{2x - 3}$$

$$1 + x^2 - 2x = 2x - 3; \quad x^2 - 4x + 4 = 0; \quad x = 2 \text{ (no vale)}$$

No tiene solución.

$$b) 2x - 3 = 16 + x + 7 + 8\sqrt{x + 7}$$

$$x - 26 = 8\sqrt{x + 7}$$

$$x^2 + 676 - 52x = 64(x + 7)$$

$$x^2 + 676 - 52x = 64x + 448$$

$$x^2 - 116x + 228 = 0; \quad x = \frac{116 \pm 112}{2} \begin{cases} 114 \\ 2 \rightarrow \text{(no vale)} \end{cases}$$

$$x = 114$$

Ejercicio 4

a) $x(x+1) + 2x(x-1) = 3(x^2-1)$

$$x^2 + x + 2x^2 - 2x = 3x^2 - 3$$

$$x = 3$$

b) $10(x+3) + 2x(x+2) = 3(x^2+5x+6)$

$$10x + 30 + 2x^2 + 4x = 3x^2 + 15x + 18$$

$$0 = x^2 + x - 12$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+48}}{2} = \frac{-1 \pm 7}{2} = \begin{cases} 3 \\ -4 \end{cases}$$

$$x_1 = 3; \quad x_2 = -4$$

c) $35(x+3)(x+1) - 35(x^2+1) = 26(x^2-1)$

$$35(x^2+4x+3) - 35(x^2+1) = 26(x^2-1)$$

$$35x^2 + 140x + 105 - 35x^2 - 35 = 26x^2 - 26$$

$$26x^2 - 140x - 96 = 0$$

$$x = \frac{70 \pm \sqrt{70^2 - 4 \cdot 13 \cdot (-48)}}{26} = \frac{70 \pm 86}{26} = \begin{cases} 6 \\ -8/13 \end{cases}$$

$$x_1 = 6; \quad x_2 = \frac{-8}{13}$$

Ejercicio 5

a) $2^{3x} = 2^{-3x-2}; \quad 3x = -3x-2; \quad 6x = -2; \quad x = \frac{-1}{3}$

b) $3^{4-x^2} = 3^{-2}; \quad 4-x^2 = -2; \quad x^2 = 6; \quad x = \pm\sqrt{6}$

$$x_1 = \sqrt{6}; \quad x_2 = -\sqrt{6}$$

c) $\frac{2^{2x-2}}{2^{x+2}} = 186; \quad 2^{2x-2-x-2} = 186; \quad 2^{x-4} = 186$

$$\log 2^{x-4} = \log 186; \quad (x-4) \log 2 = \log 186$$

$$x = 4 + \frac{\log 186}{\log 2} = 11,54$$

d) $7^{x+2} = 7^8; \quad x = 6$

Ejercicio 6

a) $2x + 2 = 4x - 2x - 3; \quad 5 = 0$

No tiene solución.

b) $3x + 3 - x - 3 = 2x; \quad 0 = 0$

Infinitas soluciones.

c) $\frac{x^2 + 1 + 2x}{16} - \frac{8 + 8x}{16} = \frac{x^2 + 1 - 2x}{16} - \frac{8 + 4x}{16}$

$$2x - 8 - 8x = -2x - 8 - 4x; \quad 0 = 0$$

Infinitas soluciones.

d) $0,2x + 0,6 - 0,25(x^2 + 1 - 2x) = 1,25x - (0,25x^2 + 4 + 2x)$

$$0,2x + 0,6 - 0,25x^2 - 0,25 + 0,5x = 1,25x - 0,25x^2 - 4 - 2x$$

$$1,45x = -4,35$$

$$x = -3$$

e) $25x^2 + 9 - 30x - 20x^2 + 25x = 5x^2 - 5x; \quad 9 = 0$

No tiene solución.

f) $4x + 2 - 7(x^2 - x - 2) = 7x - 14 - 7(x^2 + 4 - 4x)$

$$4x + 2 - 7x^2 + 7x + 14 = 7x - 14 - 7x^2 - 28 + 28x$$

$$58 = 24x$$

$$x = \frac{29}{12}$$

Ejercicio 7

a) $\frac{1}{e^x} = 27 \rightarrow \frac{1}{27} = e^x \rightarrow \ln \frac{1}{27} = \ln e^x$

$$x = \ln \frac{1}{27} = \ln 1 - \ln 27 = 0 - \ln 27 \rightarrow x \approx -3,296$$

b) $e^{x-9} = \sqrt{73} \rightarrow \ln e^{x-9} = \ln \sqrt{73}$

$$x - 9 = \frac{1}{2} \ln 73 \rightarrow x = 9 + \frac{\ln 73}{2} \rightarrow x \approx 11,145$$

c) $6^x = 81; \quad x \log 6 = \log 81$

$$x = \frac{\log 81}{\log 6} \approx 2,453$$

d) $\frac{2^x}{3^x \cdot 3} = 1; \quad \left(\frac{2}{3}\right)^x = 3; \quad x \log \frac{2}{3} = \log 3$

$$x = \frac{\log 3}{\log 2 - \log 3} \approx -2,710$$

Ejercicio 8

$$a) \log \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} = \log \frac{13}{12}$$

$$12x^2 + 12 = 13x^2 - 13; \quad 25 = x^2$$

$$x_1 = -5; \quad x_2 = 5$$

$$b) \ln(x^2 - 2x - 3) = \ln(3x - 3)$$

$$x^2 - 2x - 3 = 3x - 3; \quad x^2 - 5x = 0$$

$$x = 5 \quad (x = 0 \text{ no vale})$$

$$c) \ln(x - 3)^2 = \ln \frac{x}{4}$$

$$x^2 + 9 - 6x = \frac{x}{4}$$

$$4x^2 + 36 - 24x = x; \quad 4x^2 - 25x + 36 = 0$$

$$x = \frac{25 \pm 7}{8} = \begin{cases} 4 \\ 9/4 \end{cases} \quad (\text{no vale})$$

$$x = 4$$

$$d) \log \frac{x+3}{x-6} = 1$$

$$x + 3 = 10x - 60; \quad 63 = 9x$$

$$x = 7$$

Ejercicio 9

$$a) 3^x + 3^x \cdot 9 = 30$$

$$3^x(10) = 30; \quad 3^x = 3; \quad x = 1$$

$$b) 5 \cdot 5^x + 5^x + \frac{5^x}{5} = \frac{31}{5}$$

$$5^x \cdot \frac{31}{5} = \frac{31}{5}; \quad x = 0$$

$$c) \log \frac{x^2}{x+6} = \log 8$$

$$x^2 = 8x + 48; \quad x^2 - 8x - 48 = 0; \quad x = \frac{8 \pm 16}{2} = \begin{cases} 12 \\ -4 \end{cases} \quad (\text{no vale})$$

$$x = 12$$

$$d) \log_2(x^2 + 1)^4 = \log_2 5^4; \quad x^2 + 1 = 5; \quad x^2 = 4; \quad x = \pm 2$$

$$x_1 = 2; \quad x_2 = -2$$