Un jugador de baloncesto lanza el balón desde una altura de 2,50 m con una elevación de 37° y encesta en la canasta situada a 6,25 m de distancia y 3,05 m de altura. Calcula la velocidad con que lanzó el balón.

El balón sigue una trayectoria correspondiente a un tiro oblicuo. Si situamos el origen en el pie de la vertical del punto de lanzamiento, las ecuaciones del movimiento son:

$$x = v_0 \cdot cos\,\alpha \cdot t = v_0 \cdot 0{,}8 \cdot t \quad ; \quad v_x = v_0 \cdot 0{,}8$$

$$y = H + v_0 \cdot sen\,\alpha \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 = 2{,}5 + v_0 \cdot 0{,}6 \cdot t - 4{,}9 \cdot t^2 \quad ; \quad v_y = v_0 \cdot 0{,}6 - 9{,}8 \cdot t$$

Cuando el balón entra en la canasta, la coordenada x de su posición vale 6,25 m y la coordenada y vale 3,05 m; sustituyendo estos valores en las respectivas ecuaciones, tenemos:

$$6{,}25 = v_0 \cdot 0{,}8 \cdot t \quad ; \quad 3{,}05 = 2{,}5 + v_0 \cdot 0{,}6 \cdot t - 4{,}9 \cdot t^2$$

Si despejamos t en la primera ecuación y lo sustituimos en la segunda, se obtiene:

$$t = \frac{6{,}25}{v_0 \cdot 0{,}8} \rightarrow 3{,}05 = 2{,}5 + v_0 \cdot 0{,}6 \cdot \frac{6{,}25}{v_0 \cdot 0{,}8} - 4{,}9 \cdot \left(\frac{6{,}25}{v_0 \cdot 0{,}8}\right)^2$$

Desarrollando esta expresión y despejando la velocidad del lanzamiento, resulta:

$$0{,}55 = \frac{0{,}6 \cdot 6{,}25}{0{,}8} - \frac{4{,}9 \cdot 6{,}25^2}{v_0^2 \cdot 0{,}64} \rightarrow 0{,}55 = 4{,}69 - \frac{299{,}07}{v_0^2} \rightarrow v_0 = 8{,}5 \text{ m/s}$$

El jugador lanza el balón con una velocidad de 8,5 m/s.

Una pelota que desliza por un tejado, de 45° de inclinación, lleva una velocidad de 12 m/s cuando llega al borde, que se encuentra a una altura de 18 m. Calcula: a) La distancia a la que cae del edificio. b) Su velocidad en ese instante.

Cuando abandona el tejado, la pelota sigue una trayectoria parabólica correspondiete a un tiro oblicuo hacia abajo. Situando el origen de coordenadas en el pie de la vertical del punto en que abandona el tejado y el semieje Y positivo hacia arriba, las ecuaciones de su movimiento son:

$$x = v_0 \cdot cos\ \alpha \cdot t = 12 \cdot 0{,}7 \cdot t = 8{,}4 \cdot t \quad ; \quad v_x = 8{,}4 \text{ m/s}$$

$$y = H + v_0 \cdot sen\ \alpha \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2 = 18 - 8{,}4 \cdot t - 4{,}9 \cdot t^2 \quad ; \quad v_y = -8{,}4 - 9{,}8 \cdot t$$

a) Cuando la pelota llega al suelo, $y = 0$; luego:

$$y = 0 \ \rightarrow 4{,}9 \cdot t^2 + 8{,}4 \cdot t - 18 = 0$$

Al resolver esta ecuación de segundo grado, tenemos:

$$t = \frac{-8{,}4 \pm \sqrt{8{,}4^2 - 4 \cdot 4{,}9 \cdot (-18)}}{2 \cdot 4{,}9} = \frac{-8{,}4 \pm 20{,}57}{9{,}8} \left\langle \begin{array}{l} t_1 = +1{,}24 \\ t_2 = -2{,}96 \end{array} \right.$$

La solución correcta es la positiva, pues un tiempo negativo no tiene sentido físico; luego, la pelota tarda en caer del tejado a la calle 1,24 s, y cae a una distancia:

$$x = 8{,}4 \cdot 1{,}24 = 10{,}42 \text{ m}$$

b) Cuando la pelota llega al suelo, las componentes de su velocidad son:

$$v_x = 8{,}4 \text{ m/s} \quad ; \quad v_y = -8{,}4 - 9{,}8 \cdot 1{,}24 = -20{,}55 \text{ m/s}$$

y, por tanto, su módulo es:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{8{,}4^2 + (-20{,}55)^2} = \sqrt{70{,}56 + 422{,}3} = 22{,}2 \text{ m/s}$$

Calcula la velocidad con que se ha lanzado un balón para que choque a 3 m de altura con una pared situada a 9 m, si sale con una elevación de 30°. El balón ¿está ascendiendo o descendiendo cuando choca con la pared?

El balón es lanzado siguiendo un tiro oblicuo hacia arriba. Las ecuaciones de su movimiento son:

$$x = v_0 \cdot cos\,30° \cdot t = v_0 \cdot 0{,}866 \cdot t \quad ; \quad v_x = v_0 \cdot 0{,}866$$

$$y = v_0 \cdot sen\,30° \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 = v_0 \cdot 0{,}5 \cdot t - 4{,}9 \cdot t^2 \quad ; \quad v_y = v_0 \cdot 0{,}5 - 9{,}8 \cdot t$$

Cuando el balón choca con la pared, su posición viene dada por las coordenadas x = 9 m e y = 3 m. Sustituyendo estos valores en las correspondientes ecuaciones, tenemos:

$$9 = v_0 \cdot 0{,}866 \cdot t \quad ; \quad 3 = v_0 \cdot 0{,}5 \cdot t - 4{,}9 \cdot t^2$$

De la primera ecuación:

$$v_0 \cdot t = \frac{9}{0{,}866} = 10{,}39$$

Y sustituyendo en la segunda:

$$3 = 10{,}39 \cdot 0{,}5 - 4{,}9 \cdot t^2$$

De donde obtenemos el tiempo que tarda el balón en llegar a la pared:

$$t = 0{,}67 \text{ s}$$

La velocidad inicial vale:

$$v_0 = \frac{10{,}39}{0{,}67} = 15{,}51 \text{ m/s}$$

Cuando el balón llega a la pared, la componente vertical de la velocidad vale:

$$v_y = 15{,}51 \cdot 0{,}5 - 9{,}8 \cdot 0{,}67 = 1{,}19 \text{ m/s}$$

Como la componente vertical de la velocidad es positiva, el balón todavía está subiendo.