PÁGINA 26

ACTIVIDADES

1. Expresa como decimal las siguientes fracciones y clasifica los números decimales obtenidos:

a) $\frac{3}{5}$ b) $\frac{2}{3}$ c) $\frac{5}{6}$ d) $\frac{1}{7}$

2. Expresa como fracción los siguientes números decimales:

a) 0'05 b) $2'\widehat{74}$ c) $0'0\widehat{7}$ d) $2'3\widehat{53}$ e) $2'\widehat{9}$

SOLUCIONES

1. a) Número decimal exacto.

$$\frac{25}{4} = 0'6$$

b) Número decimal periódico puro.

$$\frac{2}{3} = 0'666... = 0'\widehat{6}$$

c) Número decimal periódico mixto.

$$\frac{5}{6} = 0'8\widehat{3}$$

d) Número decimal periódico puro.

$$\frac{1}{7} = 0'14285714$$

2. a)

$$0'05 = \frac{5}{100}$$

b)

$$2'\widehat{74} = \frac{274-2}{99} = \frac{272}{99}$$

c)

$$0'0\widehat{7} = \frac{7}{90}$$

d)

$$2'3\widehat{53} = \frac{2353-23}{990} = \frac{2330}{990} = \frac{233}{99}$$

e)

$$2'\widehat{9} = \frac{29-2}{9} = \frac{27}{9} = 3$$

PÁGINA 27

ACTIVIDADES

3. Encuentra dos números irracionales entre 0'3201 y 0'32001.

4. Indica cuáles de los siguientes números son racionales y cuáles irracionales:

a) $1'\widehat{2}$ b) $\frac{\sqrt{3}}{5}$ c) $0'12\widehat{34}$ d) $\sqrt{\frac{1}{4}}$

5. Representa en la recta real los siguientes números irracionales:

a) $\sqrt{5}$ b) $\sqrt{7}$ c) $\sqrt{10}$ d) π

SOLUCIONES

3. Número racional: 0'320111 Número Irracional: 0'32011101001000100001…

4. a) Racional

$$1'\widehat{2} = \frac{12-1}{9} = \frac{11}{9} \in \mathbb{Q}$$

b) Irracional

$$\frac{\sqrt{3}}{5} \notin \mathbb{Q}$$

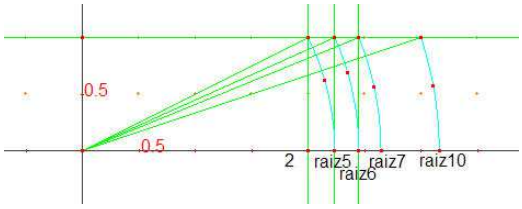
c) Racional

$$0'12\widehat{34} = \frac{1234-12}{9900} = \frac{1222}{9900} = \frac{611}{4950} \in \mathbb{Q}$$

d) Racional

$$\sqrt{\frac{1}{4}} = \pm\frac{1}{2} \in \mathbb{Q}$$

5.



PÁGINA 28

ACTIVIDADES

6. Representa gráficamente y expresa mediante intervalos y conjuntos:

a) los números reales menores que –3.

b) los números reales mayores o iguales que 2 y menores que 7.

c) los números reales mayores o iguales que –5.

d) los números reales menores que –5 y mayores que –10.

7. Representa gráficamente y expresa mediante intervalos:

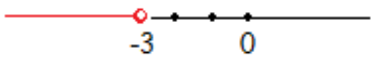
a) $\{x \in \mathbb{R} : -2 \le x < 5\}$ c) $\{x \in \mathbb{R} : x \le -1\}$ e) $\{x \in \mathbb{R} : x \ge -1\}$

b) $\{x \in \mathbb{R} : -2 < x \le 3\}$ d) $\{x \in \mathbb{R} : -3 < x < 0\}$ f) $\{x \in \mathbb{R} : 0 \le x \le 4\}$

SOLUCIONES

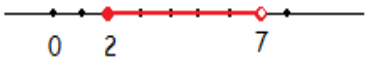
6. a) $(-\infty, -3)$

$\{x \in \mathbb{R} : x < -3\}$



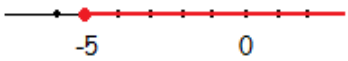
b) $[2, 7)$

$\{x \in \mathbb{R} : 2 \le x < 7\}$



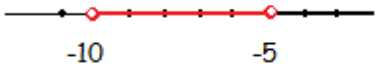
c) $[-5, +\infty)$

$\{x \in \mathbb{R} : x \ge -5\}$



d) $(-10, -5)$

$\{x \in \mathbb{R} : -10 < x < -5\}$



7. a) $[-2, 5)$

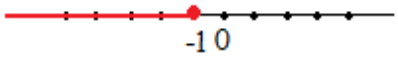
$\{x \in \mathbb{R} : -2 \le x < 5\}$

b) $(-2, 3]$

$\{x \in \mathbb{R} : -2 < x \le 3\}$

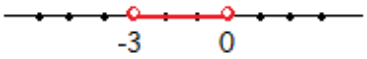
c) $(-\infty, -1]$

$\{x \in \mathbb{R} : x \le -1\}$



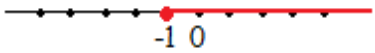
d) $(-3, 0)$

$\{x \in \mathbb{R} : -3 < x < 0\}$



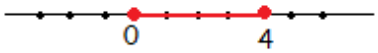
e) $[-1, +\infty)$

$\{x \in \mathbb{R} : x \ge -1\}$



f) $[0, 4]$

$\{x \in \mathbb{R} : 0 \le x \le 4\}$



PÁGINA 29

ACTIVIDADES

8. Simplifica y expresa el resultado como potencia de exponente positivo:

a) 2^{-5} b) $\frac{2^3 \cdot 2^5}{2^4}$ c) $\frac{3^2 \cdot 3^{-2}}{3^5}$ d) $\frac{1}{(2^3)^2}$ e) $\frac{(2 \cdot 3^2)^3 : 3^4}{2^5 : 3}$

9. Expresa como raíz las siguientes potencias:

a) $3^{\frac{4}{3}}$ b) $5^{\frac{1}{4}}$ c) $2^{\frac{1}{2}}$ d) $3^{\frac{2}{8}}$

10. Expresa en forma de potencia y da dos raíces equivalentes:

a) $\sqrt{2}$ b) $\sqrt[3]{3^4}$ c) $\sqrt[6]{32}$ d) $\sqrt[5]{2^3}$

SOLUCIONES

8.

a) $2^{-5} = \frac{1}{2^5}$ b) $\frac{2^3 \cdot 2^5}{2^4} = \frac{2^8}{2^4} = 2^4$ c) $\frac{3^2 \cdot 3^{-2}}{3^5} = \frac{1}{1^5}$ d) $\frac{1}{\left(2^3\right)^2} = \frac{1}{2^6}$ e) $\frac{\left(2 \cdot 3^2\right)^3 : 3^4}{2^5 : 3} = \frac{3}{2}$

9. a) $\sqrt[3]{3^4}$ b) $\sqrt[4]{5}$ c) $\sqrt{2}$ d) $\sqrt[4]{3}$

$3^{2/8} = 3^{1/4} = \sqrt[4]{3}$

10. a) $2^{\frac{1}{2}}$ b) $3^{\frac{4}{3}}$ c) $2^{\frac{5}{6}}$ d) $2^{\frac{3}{5}}$

$\sqrt[6]{32} = \sqrt[6]{2^5} = 2^{5/6}$

PÁGINA 30

ACTIVIDADES

11. Extrae todos los factores posibles:

a) $\sqrt{2^{23}}$ b) $\sqrt[3]{3^{14}}$ c) $\sqrt[6]{192}$ d) $\sqrt[5]{\dfrac{2^{17}\cdot 3^{23}}{5^{19}}}$

12. Introduce los factores dentro de la raíz:

a) $2^3\sqrt{5}$ b) $3\sqrt{3}$ c) $5^2\sqrt[3]{5}$ d) $\dfrac{3}{4}\sqrt{2}$ e) $\dfrac{3^2}{5}\sqrt[3]{\dfrac{5}{3}}$

13. Ordena las siguientes raíces de mayor a menor:

$\sqrt{2}$ $\sqrt[3]{3}$ $\sqrt[4]{75}$ $\sqrt[6]{32}$

SOLUCIONES

11. a) $2^{11}\sqrt{2}$ b) $3^4\cdot\sqrt[3]{3^2}$ c) $2\cdot\sqrt[6]{3}$ d) $\dfrac{2^3\cdot 3^4}{5^3}\cdot\sqrt[5]{\dfrac{2^2\cdot 3^3}{5^4}}$

$3^{2/8}=3^{1/4}=\sqrt[4]{3}$

12. a) $\sqrt{5\cdot 2^6}$ b) $\sqrt{3^3}$ c) $\sqrt[3]{5^7}$

$3\cdot\sqrt{3}=\sqrt{3^2\cdot 3}=\sqrt{3^3}$ $5^2\cdot\sqrt[3]{5}=\sqrt[3]{5^6\cdot 5}=\sqrt[3]{5^7}$

$\sqrt[60]{5^{36}}=5^{36/60}=5^{3/5}=\sqrt[5]{5^3}$ $\sqrt[15]{64}=\sqrt[15]{2^6}=2^{6/15}=2^{2/5}=\sqrt[5]{2^2}$

13. $\sqrt{2}<\sqrt[3]{3}<\sqrt[6]{32}<\sqrt[12]{5^9}$

$\sqrt{2}=\sqrt[12]{2^6}=\sqrt[12]{64}$

$\sqrt[3]{3}=\sqrt[12]{3^4}=\sqrt[12]{81}$

$\sqrt[4]{75}=\sqrt[12]{75^3}=\sqrt[12]{421875}$

$\sqrt[6]{32}=\sqrt[12]{32^2}=\sqrt[12]{1024}$

$\sqrt[12]{64}<\sqrt[12]{81}<\sqrt[12]{1024}<\sqrt[12]{421875}$

$\sqrt{2}<\sqrt[3]{3}<\sqrt[6]{32}<\sqrt[4]{75}$

PÁGINA 31

ACTIVIDADES

14. Opera y simplifica:

a) $2\sqrt{5} - 3 \cdot \sqrt[6]{125}$ b) $3 \cdot \sqrt[3]{7^2} + 4 \cdot \sqrt[3]{49}$

15. Opera y simplifica:

a) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}$ b) $\sqrt{3^5} \cdot \sqrt{3}$ c) $\sqrt{8} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2^3}$ d) $\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{5^3}}$

16. Opera y simplifica:

a) $\sqrt{\dfrac{3}{\sqrt{3^3}}}$ b) $\sqrt{5 \cdot \sqrt{5^3}}$ c) $\dfrac{\sqrt{3 \cdot \sqrt{3}}}{\sqrt{3}}$ d) $\dfrac{\sqrt{4 \cdot \sqrt{2}}}{\sqrt{2^2}}$

SOLUCIONES

14. a) $-\sqrt{5}$

$$2 \cdot \sqrt{5} - 3 \cdot \sqrt[6]{125} = 2 \cdot \sqrt[6]{5^3} - 3 \cdot \sqrt[6]{5^3} = -\sqrt[6]{5^3} = -\sqrt{5}$$

b) $7 \cdot \sqrt[3]{7^2}$

$$3 \cdot \sqrt[3]{7^2} + 4 \cdot \sqrt[3]{49} = 3 \cdot \sqrt[3]{7^2} + 4 \cdot \sqrt[3]{7^2} = 7 \cdot \sqrt[3]{7^2}$$

15.

a) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 3$ b) $\sqrt{3^5} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{3^6} = 27$ c) $\sqrt{8} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2^3} = 8\sqrt{2^3}$ d) $\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{5^3}} = \dfrac{1}{5}$

16.

a) $\sqrt{\dfrac{3}{\sqrt{3}}} = \sqrt{1} = \pm 1$ b) $\sqrt{5\sqrt{5^3}} = \sqrt{5^2\sqrt{5}} = 5\sqrt[4]{5}$

c) $\dfrac{\sqrt{3\sqrt{3}}}{\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3} \cdot \sqrt[4]{3}}{\sqrt{3}} = \sqrt[4]{3}$ d) $\dfrac{\sqrt{4\sqrt{2}}}{\sqrt{2^2}} = \dfrac{2 \cdot \sqrt[4]{2}}{2} = \sqrt[4]{2}$

PÁGINA 32

ACTIVIDADES

17. Aproxima por defecto, por exceso y redondea los siguientes números reales hasta las milésimas y hasta las diezmilésimas:

a) 2'34556 b) $\sqrt{3}$ c) 1'39984 d) π

18. Calcula el error absoluto y el error relativo para el ejercicio anterior. En caso de no poder calcularlo exactamente, indica la cota del error cometida.

SOLUCIONES

17. a) A las milésimas: 2'345, 2'346, 2'346.
A las diezmilésimas: 2'3455, 2'3456, 2'3456

b) A las milésimas: 1'732 1'733, 1'732.
A las diezmilésimas: 1'7320, 1'7321, 1'7321.

c) A las milésimas: 1'399, 1'340, 1'340.
A las diezmilésimas: 1'3998, 1'3998, 1'3999.

d) A las milésimas: 3'141, 3'142, 3'142.
A las diezmilésimas: 3'1415, 3'1416, 3'1416.

18.

$$E_a = |V_r - V_a|$$
$$E_r = \left|\frac{E_a}{V_r}\right| = \frac{|V_r - V_a|}{|V_r|}$$

a) 2'34556:

$$E_a = |2'34556 - 2'3456| = 0'00004$$
$$E_r = 0'000017$$

b) 1'73205...:

$$E_a = |1'32050808 - 1'7321| = 0'00004919$$
$$E_r = 0'0000284$$
$$Cota = 0'000005$$

c) 1'39984:

$$E_a = |1'39984 - 1'3998| = 0'00084$$
$$E_r = 0'0006$$

d) π

$$E_a = |3'141592... - 3'1416| = 0'0000073464$$
$$E_r = 0'000002338$$
$$Cota = 0'000005$$

PÁGINA 33

ACTIVIDADES

19. Escribe en notación científica los siguientes números:

a) 3 450 000 000 000 c) 32 diezmilésimas e) 0'000000348

b) 24 millones d) 35 milésimas f) 23 billones

20. Los siguientes números están mal expresados en notación científica. Corrígelos:

a) $32'54 \cdot 10^6$ c) $-0'0089 \cdot 10^{-3}$ e) $0'00543 \cdot 10^9$

b) $3\,400 \cdot 10^5$ d) $3\,244 \cdot 10^{-7}$ f) $324'5 \cdot 10^{-7}$

SOLUCIONES

19. a) $3'45 \cdot 10^{12}$ b) $2'4 \cdot 10^7$ c) $3'2 \cdot 10^{-3}$ d) $3'5 \cdot 10^{-2}$ e) $3'48 \cdot 10^{-7}$ f) $2'3 \cdot 10^{13}$

20. a) $3'254 \cdot 10^7$ c) $-8'9 \cdot 10^{-6}$ e) $5'43 \cdot 10^6$

b) $3'4 \cdot 10^8$ d) $3'244 \cdot 10^{-4}$ f) $3'245 \cdot 10^{-5}$

ACTIVIDADES **FINALES**

→ EJERCICIOS

Los números racionales

□ **21.** Expresa las siguientes fracciones en forma decimal:

a) $\frac{1}{6}$ c) $\frac{2}{15}$ e) $\frac{5}{7}$

b) $\frac{9}{14}$ d) $\frac{15}{13}$ f) $\frac{9}{5}$

□ **22.** Expresa los siguientes números decimales en forma de fracción:

a) 3'56 d) 2'333333... g) 0'515151...

b) 2'9999... e) 0'344444... h) 0'454545...

c) 3'67999... f) 0'324545... i) 3'123232...

□ **23.** Encuentra tres ejemplos de fracciones cuya expresión decimal sea un número decimal periódico puro.

□ **24.** Encuentra tres ejemplos de fracciones cuya expresión decimal sea un número decimal periódico mixto.

□ **25.** Encuentra tres ejemplos de fracciones cuya expresión decimal sea un número decimal exacto.

◪ **26.** Realiza las siguientes operaciones. Si no puedes realizarlas directamente, pasa primero los números decimales a fracción y luego efectúa las operaciones, pasando el resultado de nuevo a número decimal:

a) $3'4\overset{\frown}{1} + 2'37\overset{\frown}{8}$

b) $5'2\overset{\frown}{8} + 5'67\overset{\frown}{3}$

c) $5'2\overset{\frown}{3} \cdot (-5'\overset{\frown}{3}) - 4'\overset{\frown}{27}$

Los números reales

□ **27.** Clasifica los siguientes números según sean racionales o irracionales:

a) $\sqrt{8}$ c) $-5'323222...$ e) $\sqrt{121}$

b) $\sqrt{\frac{49}{25}}$ d) $\sqrt{\frac{1}{17}}$ f) $3 - 5\sqrt{3}$

□ **28.** Escribe dos números racionales comprendidos entre 3'211 y 3'21101.

◪ **29.** Escribe dos números irracionales comprendidos entre 1'2222... y 1'212121...

◪ **30.** Representa de forma exacta en la recta real:

a) $\sqrt{6}$ b) $\sqrt{15}$ c) $\sqrt{17}$

□ **31.** Indica si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones. Justifica la respuesta:

a) Hay números racionales que tienen una expresión decimal infinita.

b) Los números enteros son aquellos que tienen una expresión decimal exacta.

c) Un número irracional se puede expresar como una fracción.

d) Hay fracciones que tienen una expresión decimal infinita no periódica.

e) Existen números irracionales que no son números reales.

f) Existen números enteros que no son racionales.

Topología de la recta real

□ **32.** Representa gráficamente y escribe el intervalo y el conjunto de todos los números reales que verifiquen:

a) Ser mayores que –3 y menores que 3.

b) Ser menores que –5 y mayores que –14.

c) Ser mayores o iguales que –4.

d) Ser menores que 7.

e) Ser menores que 8 y mayores o iguales que –3.

f) Ser mayores o iguales que –4 y menores o iguales que 5.

g) Ser menores o iguales que –4.

h) Ser mayores o iguales que –5 y menores que –3.

□ **33.** Representa gráficamente y escribe los intervalos que representan los siguientes conjuntos:

a) $\{x \in \mathbb{R} : -6 \le x \le 3\}$

b) $\{x \in \mathbb{R} : -2 < x \le 1\}$

c) $\{x \in \mathbb{R} : -3 \le x < -2\}$

□ **34.** Representa gráficamente y escribe los intervalos que representan los siguientes conjuntos:

a) $\{x \in \mathbb{R} : x < -5\}$

b) $\{x \in \mathbb{R} : x \ge -3\}$

c) $\{x \in \mathbb{R} : x \le 6\}$

d) $\{x \in \mathbb{R} : x > 9\}$

e) $\{x \in \mathbb{R} : 0 < x < 5\}$

□ **35.** Indica tres números que pertenezcan a cada uno de los intervalos del ejercicio anterior.

Los números racionales.

21. a) $0'1\widehat{6}$ b) $0'\widehat{6428571}$ c) $0'1\widehat{3}$ d) $1'\widehat{153846}$ e) $0'\widehat{714285}$ f) 1’8

22. a) $\frac{89}{25}$

$$3'56 = \frac{356}{100} = \frac{89}{25}$$

b)3

$$2'\widehat{9} = \frac{29-2}{9} = \frac{27}{9} = 3$$

c) $\frac{92}{25}$

$$3'67\widehat{9} = \frac{3679-367}{900} = \frac{3312}{900} = \frac{92}{25}$$

d) $\frac{7}{3}$

$$2'\widehat{3} = \frac{23-2}{9} = \frac{21}{9} = \frac{7}{3}$$

e) $\frac{31}{90}$

$$0'3\widehat{4} = \frac{34-3}{90} = \frac{31}{90}$$

f) $\frac{357}{1.100}$

$$0'32\widehat{45} = \frac{3245-32}{9900} = \frac{3213}{9900} = \frac{357}{1100}$$

g) $\frac{17}{33}$

$$0'\widehat{51} = \frac{51}{99} = \frac{17}{33}$$

h) $\frac{5}{11}$

$$0'\widehat{45} = \frac{45}{99} = \frac{5}{11}$$

i) $\frac{1\,546}{495}$

$$3'1\widehat{23} = \frac{3123-31}{990} = \frac{3092}{990} = \frac{1546}{495}$$

23. $\frac{1}{3}; \frac{1}{9}; \frac{1}{11}$

24. $\frac{1}{6}; \frac{1}{15}; \frac{1}{18}$

25. $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{5}$

26. a) $5'78\widehat{9}$

$$3'4\widehat{1}+2'37\widehat{8}=3'41\widehat{1}+2'37\widehat{8}=5'78\widehat{9}$$

b) $10'96\widehat{2}$

$$5'\widehat{28}+5'67\widehat{3}=\frac{4760}{900}+\frac{5160}{900}=\frac{9866}{900}=10'96\widehat{2}$$

c) $23'63\widehat{83}$

$$5'2\widehat{3}\cdot\left(-5'\widehat{3}\right)-4'\widehat{27}=\frac{22608}{810}-\frac{423}{99}=\frac{210618}{8910}=23'63\widehat{83}$$

Los números reales.

27. Irracionales: $\sqrt{8}$; $\frac{1}{\sqrt{17}}$; $3-5\cdot\sqrt{3}$ Racionales: $\sqrt{\frac{49}{25}}$; $-5'323\widehat{2}$; $\sqrt{121}$

28. 3’211009, 3’211008

29. 1’213030030003..., 1’213133133313333...

30. Tenemos que construir las hipotenusas de los triángulos de medidas siguientes:

a) $\sqrt{6}=\sqrt{2^2+(\sqrt{2})^2}$; $\sqrt{2}=\sqrt{1^2+1^2}$ b) $\sqrt{15}=\sqrt{3^2+2^2}$ c) $\sqrt{17}=\sqrt{4^2+1^2}$

31. a) V: Todos los decimales periódicos son infinitos y son números racionales.

b) F: El conjunto de números enteros es el formado por los números naturales y los naturales cambiados de signo, NUNCA son decimales.

$$\mathbb{Z}=\{...-3,-2,-1,0,2,3...\}$$

c) F: Sólo podemos expresar como fracción los números racionales.

d) F: Los decimales inexactos no periódicos los asociamos con números irracionales, no racionales.

e) F: El conjunto de números reales es el formado por todos los números racionales y TODOS los irracionales.

$$\mathbb{R}=\mathbb{Q}\cup\mathbb{Q}^c$$

f) F: El conjunto de los números racionales se define como:

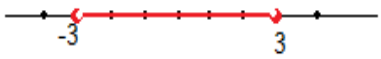
$$\mathbb{Q}=\left\{a/b : a\in\mathbb{Z}, b\in\mathbb{Z}^*\right\}$$

por lo tanto,

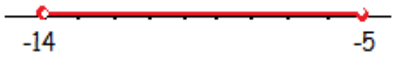
$$\mathbb{Z}\subset\mathbb{Q}$$

Topología de la recta real.

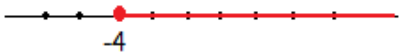
32. a) $(-3, 3) = \{x \in \mathbb{R} : -3 < x < 3\}$



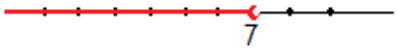
b) $(-14, -5) = \{x \in \mathbb{R} : -14 < x < -5\}$



c) $[-4, +\infty) = \{x \in \mathbb{R} : x \geq -4\}$



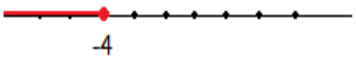
d) $(-\infty, 7) = \{x \in \mathbb{R} : x < 7\}$



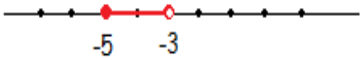
e) $[-3, 8) = \{x \in \mathbb{R} : -3 \leq x < 8\}$

f) $[-3, 5] = \{x \in \mathbb{R} : -4 \leq x \leq 5\}$

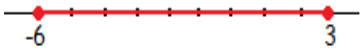
g) $(-\infty, -4] = \{x \in \mathbb{R} : x \leq -4\}$



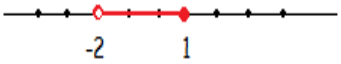
h) $[-5, -3) = \{x \in \mathbb{R} : -5 \leq x \leq -3\}$



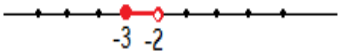
33. a) $[-6, 3]$



b) $(-2, 1]$

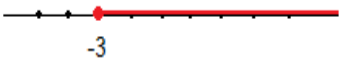


c) $[-3, -2)$

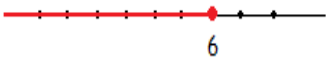


34. a) $(-\infty, -5)$

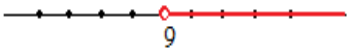
b) $[-3, +\infty)$



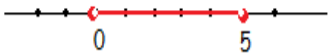
c) $(-\infty, 6]$



d) $(9, +\infty)$



e) $(0, 5)$



35. a) –6, –7, –8 b) –2, –1, 0 c) 5, 4, 3 d) 10, 11, 12 e) 1, 2, 3

□ **36.** Dado el intervalo (–5, 1), indica:

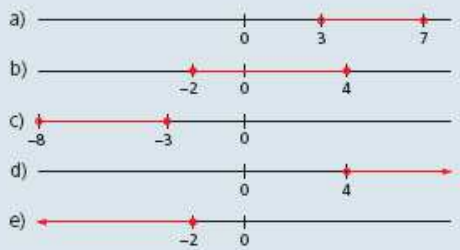
a) Todos los números enteros que pertenezcan al intervalo dado.

b) ¿Cuántos números racionales hay en dicho intervalo?

c) ¿Cuántos números irracionales hay en dicho intervalo?

d) ¿Y números reales?

□ **37.** Escribe los conjuntos y los intervalos que representan los siguientes gráficos:



□ **38.** Escribe el conjunto que representan los siguientes intervalos y represéntalos gráficamente:

a) $[-2, 4]$ c) $(2, 5]$ e) $(-7, -2)$

b) $[3, 6)$ d) $(-\infty, 3]$ f) $[-2, +\infty)$

Las raíces: propiedades y operaciones

◪ **39.** Ordena las siguientes raíces de mayor a menor:

$$\sqrt{2};\ \sqrt[4]{5^3};\ \sqrt[4]{8};\ \sqrt[6]{7}$$

□ **40.** Encuentra dos raíces equivalentes a:

a) $\sqrt[3]{5}$ b) $\sqrt[4]{2^3}$ c) $\sqrt[3]{25}$ d) $\sqrt{10}$

□ **41.** Simplifica las siguientes raíces:

a) $\sqrt[4]{64}$ b) $\sqrt[3]{3^{12}}$ c) $\sqrt[30]{2^{18}}$ d) $\sqrt[6]{125}$

□ **42.** Introduce los factores dentro de la raíz:

a) $5\sqrt{2}$ b) $3\sqrt[3]{6}$ c) $\frac{2}{5}\sqrt{5}$ d) $\frac{4}{3}\sqrt[4]{\frac{3}{2}}$

◪ **43.** Extrae todos los factores que sea posible:

a) $\sqrt[4]{2^8 \cdot 3^{19}}$ c) $\sqrt[7]{3^{16} \cdot 5^{25} \cdot 8^4}$

b) $\sqrt[5]{2^{12} \cdot 3^7}$ d) $\sqrt[4]{\frac{2^5 \cdot 3^7}{5^{11}}}$

□ **44.** Expresa como potencia:

a) $\sqrt{2}$ c) $\sqrt[7]{9}$ e) $\left(\sqrt{5^3}\right)^2$

b) $\sqrt[5]{3^2}$ d) $\left(\sqrt{3}\right)^4$ f) $\frac{1}{\sqrt{5}}$

□ **45.** Expresa como una sola raíz:

a) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{5}$ c) $\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{2}$

b) $\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{5}$ d) $\sqrt[3]{2^2} \cdot \sqrt[5]{2^3}$

◪ **46.** Expresa como una sola raíz:

a) $\frac{\sqrt[3]{3^2}}{\sqrt{3}}$ c) $\frac{\sqrt[4]{2^3}}{\sqrt[8]{2^5}}$

b) $\frac{\sqrt{2^3}}{\sqrt[4]{2}}$ d) $\frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{2}}{\sqrt[6]{2^5}}$

◪ **47.** Expresa como una sola raíz:

a) $\sqrt{\sqrt{2}}$ c) $\sqrt[4]{\sqrt[3]{2^5}}$

b) $\sqrt{\sqrt[3]{2}}$ d) $\sqrt[5]{\sqrt[3]{3}}$

◪ **48.** Expresa como una sola raíz:

a) $\sqrt{2 \cdot \sqrt{2}}$ c) $\sqrt{\frac{3}{\sqrt{3}}}$

b) $\sqrt{3 \cdot \sqrt[3]{3}}$ d) $\sqrt[3]{\frac{3}{\sqrt{3}}}$

■ **49.** Expresa como una sola raíz:

a) $\sqrt[3]{\frac{\sqrt{3}}{\sqrt[3]{3}}}$ c) $\sqrt{3\sqrt{3\sqrt{3}}}$

b) $\sqrt{\sqrt{2\sqrt{2}}}$ d) $\sqrt[3]{3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt[3]{3}}}$

■ **50.** Expresa como una sola raíz:

a) $\sqrt[4]{2^3} \cdot \sqrt{5}$ d) $\sqrt{\sqrt[3]{3}} \cdot \sqrt[3]{3^4}$

b) $\sqrt[8]{3} \cdot \sqrt[4]{3^5}$ e) $\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}}$

c) $\sqrt[3]{2^4} \cdot \sqrt{3^5} \cdot \sqrt[6]{3}$ f) $\frac{\sqrt{3\sqrt[3]{3}}}{\left(\sqrt{3}\right)^2}$

■ **51.** Opera y extrae factores:

a) $\sqrt[4]{3^{10}\sqrt{3^3}}$ e) $\frac{1}{2}\sqrt[3]{\frac{18}{5}}$

b) $\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{2^4} \cdot \sqrt{\sqrt[3]{2^5}}$ f) $7\sqrt{24} - 8\sqrt{54} + \sqrt{216}$

c) $\sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{a^5}$ g) $\sqrt{96} - \sqrt{150} + \sqrt{486}$

d) $a^2 \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{a}}$ h) $\left(x\sqrt[3]{x^3} \cdot \sqrt[4]{x}\right)^2$

→

SOLUCIONES

36. a) –4, –3, –2, –1, 0 b) Infinitos c) Infinitos d) Infinitos

37. a) $(3,7)=\{x\in\mathbb{R}:3<x<7\}$

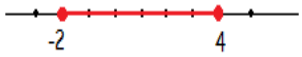
b) $[-2,-4]=\{x\in\mathbb{R}:-2\le x\le 4\}$

c) $(-8,-3]=\{x\in\mathbb{R}:-8<x\le -3\}$

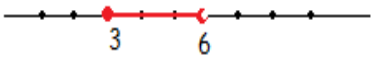
d) $(4,+\infty)=\{x\in\mathbb{R}:x>4\}$

e) $(-\infty,-2]=\{x\in\mathbb{R}:x\le -2\}$

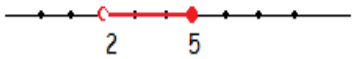
38. a) $\{x\in\mathbb{R}:-2\le x\le 4\}$



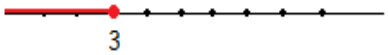
b) $\{x\in\mathbb{R}:3\le x<6\}$



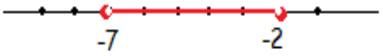
c) $\{x\in\mathbb{R}:2<x\le 5\}$



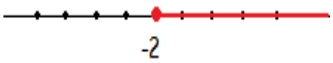
d) $\{x\in\mathbb{R}:x\le 3\}$



e) $\{x\in\mathbb{R}:-7<x<-2\}$



f) $\{x\in\mathbb{R}:-2\le x\}$



Las raíces: propiedades y operaciones.

39. $\sqrt[6]{7} < \sqrt{2} < \sqrt[4]{8} < \sqrt[4]{5^3}$

$\sqrt{2} = \sqrt[12]{2^6} = \sqrt[12]{64}$

$\sqrt[4]{5^3} = \sqrt[12]{5^9} = \sqrt[12]{1953125}$

$\sqrt[4]{8} = \sqrt[12]{8^3} = \sqrt[12]{512}$

$\sqrt[6]{7} = \sqrt[12]{7^2} = \sqrt[12]{49}$

$\sqrt[12]{49} < \sqrt[12]{64} < \sqrt[12]{512} < \sqrt[12]{1953125}$

$\sqrt[6]{7} < \sqrt{2} < \sqrt[4]{8} < \sqrt[4]{5^3}$

40. a) $\sqrt[6]{5^2} = \sqrt[9]{5^3}$ b) $\sqrt[8]{2^6} = \sqrt[12]{2^9}$ c) $\sqrt[6]{25^2} = \sqrt[9]{25^3}$ d) $\sqrt[4]{10^2} = \sqrt[6]{10^3}$

41. a) $\sqrt{2^3}$ b) 3^4 c) $\sqrt[5]{2^3}$ d) $\sqrt{5}$

$\sqrt[4]{64} = \sqrt[4]{2^6} = \sqrt{2^3}$ $\sqrt[3]{3^{12}} = 3^{\frac{12}{3}} = 3^4$ $\sqrt[30]{2^{18}} = 2^{18/30} = 2^{3/5} = \sqrt[5]{2^3}$ $\sqrt[6]{125} = 5^{3/6} = 5^{1/2} = \sqrt{5}$

42. a) $\sqrt{50}$ b) $\sqrt[3]{162}$

$5 \cdot \sqrt{2} = \sqrt{5^2 \cdot 2} = \sqrt{50}$ $3 \cdot \sqrt[3]{6} = \sqrt[3]{3^3 \cdot 6} = \sqrt[3]{162}$

c) $\sqrt{\frac{4}{5}}$ d) $\sqrt[4]{\frac{128}{27}}$

$\frac{2}{5} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{\left(\frac{2}{5}\right)^2 \cdot 5} = \sqrt{\frac{4}{5}}$ $\frac{4}{3} \cdot \sqrt[4]{\frac{3}{2}} = \sqrt[4]{\left(\frac{4}{3}\right)^4 \cdot \frac{3}{2}} = \sqrt[4]{\frac{128}{27}}$

43. a) $2^2 \cdot 3^4 \cdot \sqrt[4]{3^3}$ b) $2^2 \cdot 3 \cdot \sqrt[5]{2^2 \cdot 3^2}$ c) $3^2 \cdot 5^3 \cdot 2 \cdot \sqrt[7]{3^2 \cdot 5^4 \cdot 2^5}$ d) $\frac{2 \cdot 3}{5^2} \cdot \sqrt[4]{\frac{2 \cdot 3^3}{5^3}}$

44.

a) $\sqrt{2} = 2^{1/2}$ c) $\sqrt[7]{9} = 3^{2/7}$ e) $\left(\sqrt{5^3}\right)^2 = 5^{6/2} = 5^3$

b) $\sqrt[5]{3^2} = 3^{2/5}$ d) $\left(\sqrt{3}\right)^4 = 3^{4/2} = 3^2$ f) $\frac{1}{\sqrt{5}} = 5^{-1/2}$

45.

a) $\sqrt{3}\cdot\sqrt{5}=\sqrt{15}$ c) $\sqrt{2}\cdot\sqrt[3]{2}=\sqrt[6]{2^3\cdot 2^2}=\sqrt[6]{2^5}$

b) $\sqrt[3]{4}\cdot\sqrt[3]{5}=\cdot\sqrt[3]{20}$ d) $\sqrt[3]{2^2}\cdot\sqrt[5]{2^3}=\sqrt[15]{2^{10}\cdot 2^9}=\sqrt[15]{2^{19}}=2\sqrt[15]{2^4}$

46.

a) $\dfrac{\sqrt[3]{3^2}}{\sqrt{3}}=\sqrt[6]{3}$ c) $\dfrac{\sqrt[4]{2^3}}{\sqrt[8]{2^5}}=\sqrt[8]{\dfrac{2^6}{2^5}}=\sqrt[8]{2}$

b) $\dfrac{\sqrt{2^3}}{\sqrt[4]{2}}=\sqrt[4]{\dfrac{2^6}{2}}=\sqrt[4]{2^5}$ d) $\dfrac{\sqrt{2}\cdot\sqrt[3]{2}}{\sqrt[6]{2^5}}=\dfrac{\sqrt[6]{2^5}}{\sqrt[6]{2^5}}=1$

47.

a) $\sqrt{\sqrt{2}}=\sqrt[4]{2}$ c) $\sqrt[4]{\sqrt[3]{2^5}}=\sqrt[12]{2^5}$

b) $\sqrt{\sqrt[3]{2}}=\sqrt[6]{2}$ d) $\sqrt[5]{\sqrt[3]{3}}=\sqrt[15]{3}$

48.

a) $\sqrt{2\sqrt{2}}=\sqrt[4]{2^3}$ c) $\sqrt{\dfrac{3}{\sqrt{3}}}=\sqrt[4]{3}$

b) $\sqrt{3\sqrt[3]{3}}=\sqrt[6]{3^4}$ d) $\sqrt[3]{\dfrac{3}{\sqrt{3}}}=\sqrt[6]{3}$

49.

a) $\sqrt[3]{\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt[3]{3}}}=\dfrac{\sqrt[6]{3}}{\sqrt[9]{3}}=\sqrt[18]{3}$ c) $\sqrt{3\sqrt{3\sqrt{3}}}=\sqrt[8]{3^7}$

b) $\sqrt{\sqrt{2\sqrt{2}}}=\sqrt[8]{2^3}$ d) $\sqrt[3]{3\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt[3]{3}}}=\dfrac{\sqrt[3]{3}\cdot\sqrt[6]{3}}{\sqrt[9]{3}}=\sqrt[18]{3^7}$

50. a) $\sqrt[4]{2^3 \cdot 5^2}$

$$\sqrt[4]{2^3} \cdot \sqrt{5} = \sqrt[4]{2^3} \cdot \sqrt[4]{5^2} = \sqrt[4]{2^3 \cdot 5^2}$$

b) $\sqrt[8]{3^{11}}$

$$\sqrt[8]{3} \cdot \sqrt[4]{3^5} = \sqrt[8]{3} \cdot \sqrt[8]{3^{10}} = \sqrt[8]{3^{11}}$$

c) $\sqrt[12]{2^{16} \cdot 3^{17}}$

$$\sqrt[3]{2^4} \cdot \sqrt[4]{3^5} \cdot \sqrt[6]{3} = \sqrt[12]{2^{16} \cdot 3^{15} \cdot 3^2} = \sqrt[12]{2^{16} \cdot 3^{17}}$$

d) $\sqrt{3^3}$

$$\sqrt{\sqrt[3]{3}} \cdot \sqrt[3]{3^4} = \sqrt[6]{3} \cdot \sqrt[3]{3^4} = \sqrt[6]{3} \cdot \sqrt[6]{3^8} = \sqrt[6]{3^9} = \sqrt{3^3}$$

e) $\sqrt[16]{2^{15}}$

$$\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}}} = \sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[8]{2} \cdot \sqrt[16]{2} = \sqrt[16]{2^8 \cdot 2^4 \cdot 2^2 \cdot 2} = \sqrt[16]{2^{15}}$$

f) $\sqrt[12]{3}$

$$\frac{\sqrt{3\sqrt[3]{3\sqrt{3}}}}{\left(\sqrt[3]{3}\right)^2} = \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt[6]{3} \cdot \sqrt[12]{3}}{\sqrt[3]{3^2}} = \frac{\sqrt[12]{3^6} \cdot \sqrt[12]{3^2} \cdot \sqrt[12]{3}}{\sqrt[12]{3^8}} = \sqrt[12]{3}$$

51. a) $3^2 \cdot \sqrt[8]{3^7}$

$$\sqrt[4]{3^{10}\sqrt{3^3}} = \sqrt[4]{3^{10}} \cdot \sqrt[8]{3^3} = \sqrt[8]{3^{20} \cdot 3^3} = \sqrt[8]{3^{23}} = 3^2 \cdot \sqrt[8]{3^7}$$

b) $2^2 \cdot \sqrt[3]{2^2}$

$$\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{2^4} \cdot \sqrt{\sqrt[3]{2^5}} = \sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{2^4} \cdot \sqrt[6]{2^5} = \sqrt[6]{2^3} \cdot \sqrt[6]{2^8} \cdot \sqrt[6]{2^5} = \sqrt[6]{2^{16}} = 2^2 \cdot \sqrt[6]{2^4} = 2^2 \cdot \sqrt[3]{2^2}$$

c) $a^2 \cdot \sqrt[6]{a}$

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{a^5} = \sqrt[6]{a^3} \cdot \sqrt[6]{a^{10}} = \sqrt[6]{a^{13}} = a^2 \cdot \sqrt[6]{a}$$

d) $a \cdot \sqrt[3]{a^2}$

$$a^2 \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{a}} = a^2 \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{a}} = a^2 \cdot \frac{\sqrt[3]{a^2}}{\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{a^2}} = a^2 \cdot \frac{\sqrt[3]{a^2}}{a} = a \cdot \sqrt[3]{a^2}$$

e) $\sqrt[3]{\frac{3^2}{2^2 \cdot 5}}$

$$\frac{1}{2} \cdot \sqrt[3]{\frac{18}{5}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt[3]{18} \cdot \sqrt[3]{5^2}}{\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{5^2}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt[3]{18 \cdot 5^2}}{5} = \sqrt[3]{\frac{3^2}{2^2 \cdot 5}}$$

f) $-4 \cdot \sqrt{6}$

$$\sqrt{96} - \sqrt{150} + \sqrt{486} = 7 \cdot \sqrt{2^5 \cdot 3} - 8 \cdot \sqrt{2 \cdot 3 \cdot 5^2} + \sqrt{2 \cdot 3^5} = 4 \cdot \sqrt{6} - 5 \cdot \sqrt{6} + 9 \cdot \sqrt{6} = 8 \cdot \sqrt{6}$$

g) $8 \cdot \sqrt{6}$

$$7 \cdot \sqrt{24} - 8 \cdot \sqrt{54} + \sqrt{216} = 7 \cdot \sqrt{2^3 \cdot 3} - 8 \cdot \sqrt{2 \cdot 3^3} + \sqrt{2^3 \cdot 3^3} = 14 \cdot \sqrt{2 \cdot 3} - 24 \cdot \sqrt{2 \cdot 3} + 6 \cdot \sqrt{2 \cdot 3} = -4 \cdot \sqrt{6}$$

h) $x^3 \cdot \sqrt[4]{x}$

$$\left(x\sqrt[8]{x^3} \cdot \sqrt[4]{x}\right)^2 = x^2 \sqrt[8]{x^6} \cdot \sqrt[4]{x^2} = x^2 \sqrt[8]{x^6} \cdot \sqrt[8]{x^4} = x^2 \sqrt[8]{x^{10}} = x^3 \sqrt[8]{x^2} = x^3 \sqrt[4]{x}$$

ACTIVIDADES **FINALES**

Aproximaciones. Error absoluto y relativo

□ **52.** Redondea, trunca y aproxima por exceso a las centésimas los siguientes números:

a) 3'465343243 d) 2'89635433
b) 0'05564543 e) 3'18490986
c) $\sqrt{7}$ f) 3'565656...

□ **53.** Redondea, trunca y aproxima por exceso a las diezmilésimas los números del ejercicio anterior.

□ **54.** Calcula el error absoluto y el error relativo para las aproximaciones del ejercicio anterior.

□ **55.** Completa la siguiente tabla en tu cuaderno:

Cota del error absoluto			
Orden	Trunca-miento	Redondeo	Aprox. por exceso
Milésimas			
Diezmilésimas			
Cienmilésimas			
Millonésimas			
Diezmillonésimas			

Notación científica

□ **56.** Expresa con todas las cifras los siguientes números:

a) $2 \cdot 10^4$ c) $2 \cdot 10^6$ e) $3 \cdot 10^{-8}$
b) $-2'34 \cdot 10^5$ d) $3'2 \cdot 10^{-3}$ f) $4 \cdot 10^{-6}$

□ **57.** Expresa en notación científica los siguientes números:

a) 32 000 000 d) 45 600 000 000
b) 0'000000345 e) 0'0000567
c) –0'000000004529 f) –897 600 000 000 000

□ **58.** Los siguientes números no están expresados correctamente en notación científica, corrígelos:

a) $34'5 \cdot 10^4$ d) $2\,340 \cdot 10^7$
b) $234'4 \cdot 10^{-6}$ e) $0'0004353 \cdot 10^{-21}$
c) $0'0004387 \cdot 10^{23}$ f) $2\,300 \cdot 10^{-12}$

◪ **59.** Realiza las siguientes operaciones haciendo uso de la calculadora:

a) $9 \cdot 10^8 \cdot 3'7 \cdot 10^{12}$ c) $3'5 \cdot 10^{-35} \cdot 2'1 \cdot 10^{30}$
b) $7'3 \cdot 10^{-31} \cdot 8'9 \cdot 10^{38}$ d) $9'23 \cdot 10^{-12} \cdot 5'1 \cdot 10^{-7}$

◪ **60.** Realiza las siguientes operaciones haciendo uso de la calculadora:

a) $2'34 \cdot 10^7 - 3'2 \cdot 10^8$ b) $1'98 \cdot 10^{-5} + 1'32 \cdot 10^{-6}$

◪ **61.** Realiza las siguientes operaciones haciendo uso de la calculadora:

a) $1'35 \cdot 10^{-3} - 1'2 \cdot 10^{-4}$ b) $2 \cdot 10^{12} + 3'89 \cdot 10^{11}$

◪ **62.** Realiza las siguientes divisiones usando la calculadora:

a) $6 \cdot 10^{10} : 3 \cdot 10^{15}$ c) $-2'5 \cdot 10^3 : 5 \cdot 10^{-4}$
b) $-1'44 \cdot 10^{-8} : 3'6 \cdot 10^3$ d) $2'7 \cdot 10^{-7} : 3 \cdot 10^{-9}$

◪ **63.** Realiza las siguientes operaciones haciendo uso de la calculadora:

a) $2'1 \cdot 10^7 - 2'4 \cdot 10^{-10} \cdot (-1'5 \cdot 10^{17})$
b) $(1'3 \cdot 10^{17})^3 + 1'8 \cdot 10^{50}$
c) $\dfrac{-1'3 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^{-5} \cdot 2 \cdot 10^9}{2 \cdot 10^{15}}$

→ PROBLEMAS

□ **64.** La masa del Sol es, aproximadamente, 330 000 veces la masa de la Tierra. Si la masa de la Tierra es $6 \cdot 10^{24}$ kg, calcula la masa del Sol.

◪ **65.** La Tierra tiene una masa aproximada de $6 \cdot 10^{24}$ kg. Sabiendo que la densidad media es $5'5 \cdot 10^3$ kg/m³, calcula el volumen de la Tierra.

Nota: $\text{densidad} = \dfrac{\text{masa}}{\text{volumen}}$

SOLUCIONES

Aproximaciones. Error absoluto y relativo.

52.

a) 3’47; 3’46; 3’47
b) 0’06; 0’05; 0’06
c) 2’65; 2’64; 2’65
d) 2’90; 2’89; 2’90
e) 3’18; 3’18; 3’19
f) 3’57; 3’56; 3’57

53.

a) 3’4653; 3’4653; 3’4654
b) 0’0556; 0’0556; 0’0557
c) 2’6458; 2’6457; 2’6458
d) 2’8964; 2’8963; 2’8964
e) 3’1849; 3’1849; 3’1850
f) 3’5657; 3’5656; 3’5657

54.

$$E_a = |V_r - V_a|$$
$$E_r = \left|\frac{E_a}{V_r}\right| = \frac{|V_r - V_a|}{|V_r|}$$

a) 3'465343243:

$$E_a = |3'465343243 - 3'4653| = 0'000043243$$
$$E_r = 0'000012478$$

b) 0'05564543:

$$E_a = |0'05564543 - 0'0556| = 0'00004543$$
$$E_r = 0'000816419$$

c) √7:

$$E_a = |2'645751311... - 2'6458| = 0'00004868...$$
$$E_r = 0'000018402...$$
$$\cot a = 0'00005$$

d) 2'89635433

$$E_a = |2'89635433 - 2'8964| = 0'00035433$$
$$E_r = 0'000122336$$

e)3'18490986

$$E_a = |3'18490986 - 3'1849| = 0'00000986$$
$$E_r = 0'0000030958$$

f)3'565656...

$$E_a = |3'565656 - 3'5657| = 0'000043435$$
$$E_r = 0'0000121815$$
$$\cot a : 0'00005$$

55.

Orden	Truncamiento	Redondeo	Aprox. por exceso.
Milésimas	0’001	0’0005	0’001
Diezmilésimas	0’0001	0’00005	0’0001
Cienmilésimas	0’00001	0’000005	0’00001
Millonésimas	0’000001	0’0000005	0’000001
Diezmillonésimas	0’0000001	0’00000005	0’00000001

Notación científica.

56. a) 20 000 c) 2 000 000 e) 0’00000003
b) –234 000 d) 0’0032 f) 0’000004

57. a) $3'2 \cdot 10^{7}$ c) $-4'529 \cdot 10^{-9}$ e) $5'67 \cdot 10^{-5}$
b) $3'45 \cdot 10^{-7}$ d) $4'56 \cdot 10^{10}$ f) $-8'976 \cdot 10^{14}$

58. a) $3'45 \cdot 10^{5}$ c) $4'387 \cdot 10^{19}$ e) $4'353 \cdot 10^{-25}$
b) $2'344 \cdot 10^{-4}$ d) $2'34 \cdot 10^{10}$ f) $2'3 \cdot 10^{-9}$

59.
a) $3'33 \cdot 10^{21}$
b) $6'497 \cdot 10^{8}$
c) $7'35 \cdot 10^{-5}$
d) $4'7073 \cdot 10^{-18}$

60.
a) $-2'966 \cdot 10^{8}$
b) $2'112 \cdot 10^{-5}$

61.
a) $1'23 \cdot 10^{-3}$
b) $2'389 \cdot 10^{12}$

62.
a) $2 \cdot 10^{-5}$
b) $-4 \cdot 10^{-12}$
c) $-5 \cdot 10^{6}$
d) 90

63.

a) $5'7 \cdot 10^{7}$

$$2'1 \cdot 10^{7} - 2'4 \cdot 10^{-10} \cdot \left(-1'5 \cdot 10^{17}\right) = 2'1 \cdot 10^{7} + 3'6 \cdot 10^{7} = 5'7 \cdot 10^{7}$$

b) $2'377 \cdot 10^{51}$

$$\left(1'3 \cdot 10^{17}\right)^{3} + 1'8 \cdot 10^{50} = 2'197 \cdot 10^{51} + 0'18 \cdot 10^{51} = 2'377 \cdot 10^{51}$$

c) $-2'9935 \cdot 10^{-11}$

$$\frac{-1'3 \cdot 10^{2} + 3 \cdot 10^{-5} \cdot 2 \cdot 10^{9}}{2 \cdot 10^{15}} = \frac{-1'3 \cdot 10^{2} + 6 \cdot 10^{4}}{2 \cdot 10^{15}} = \frac{-0'013 \cdot 10^{4} + 6 \cdot 10^{4}}{2 \cdot 10^{15}} = \frac{5'987 \cdot 10^{4}}{2 \cdot 10^{15}} = 2'9935 \cdot 10^{-11}$$

64.

$1'98 \cdot 10^{30}$ kg

$$330000 = 33 \cdot 10^{4}$$
$$6 \cdot 10^{24} \cdot \left(33 \cdot 10^{4}\right) = 198 \cdot 10^{28} = 1'98 \cdot 10^{30}$$

65.

$1'09 \cdot 10^{21}$ m^3

$$d = \frac{m}{v} \rightarrow v = \frac{m}{d}$$
$$v = \frac{6 \cdot 10^{24}}{5'5 \cdot 10^{3}} = 1'09 \cdot 10^{27} m^{3}$$

66. Si la distancia de la Tierra al Sol es, aproximadamente, $1'4 \cdot 10^8$ km y la distancia de la Tierra a la Luna es $4 \cdot 10^5$ km, calcula la distancia de la Luna al Sol en el momento que muestra la figura.

67. La masa de un electrón es $9 \cdot 10^{-31}$ kg. Las masas de un protón y de un neutrón son aproximadamente $1'67 \cdot 10^{-27}$ kg. Determina la masa de un átomo de azufre sabiendo que tiene 16 electrones, 16 protones y 16 neutrones.

68. La velocidad de la luz es $3 \cdot 10^8$ m/s. Calcula el tiempo que tardará en recorrer 15 km.

Nota: hay que pasar los kilómetros a metros.

69. La masa del electrón es $9 \cdot 10^{-31}$ kg. Si en un tubo de aceleración alcanza una velocidad de $2 \cdot 10^8$ m/s, ¿qué energía cinética tendrá el electrón dentro de dicho tubo?

Nota: la fórmula de la energía cinética es $E_c = \frac{1}{2}mv^2$.

70. La velocidad del sonido en el agua es $1'6 \cdot 10^3$ m/s. Si un submarinista tarda 0'2 s en detectar un sonido que se produce en la superficie, ¿a qué profundidad se encuentra el submarinista?

AUTOEVALUACIÓN

1. Pasa a fracción los siguientes números decimales:

a) $0'008\overset{\frown}{7}$ b) $3'\overset{\frown}{2325}$

2. Encuentra dos números entre 1'2301 y 1'230101.

3. Indica el intervalo, representa gráficamente y expresa con desigualdades los conjuntos siguientes:

a) Los números reales menores o iguales que –3.

b) Los números reales mayores que –2 y menores o iguales que –1.

c) Los números reales mayores o iguales que 2 y menores o iguales que 5.

4. Simplifica las siguientes raíces:

a) $\sqrt[18]{2^6}$ b) $\sqrt[30]{2^{12}}$

5. Extrae factores de las siguientes raíces:

a) $\sqrt{3^5}$ b) $\sqrt[4]{2^9}$ c) $\sqrt[4]{5^{19}}$

6. Introduce los factores en la raíz:

a) $3\sqrt{2}$ b) $2^2 \cdot \sqrt[3]{2}$ c) $\frac{2}{3}\sqrt{2}$

7. Expresa como una sola raíz:

a) $\sqrt{3} \cdot \sqrt[5]{3^2}$ b) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt[6]{5}}$ c) $\sqrt{2\sqrt{2}}$ d) $\left(\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt{3}\right)^5$

8. Completa la siguiente tabla:

Orden	Milésimas	Millonésimas
Número	3'4195	1'32855435
Aproximación por exceso		
Truncamiento		
Redondeo		
Cota error redondeo		
Cota error truncamiento		

9. Calcula utilizando la calculadora:

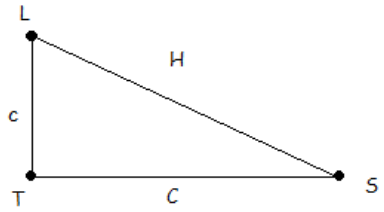
a) $3'5 \cdot 10^{12} + 8'5 \cdot 10^{13}$ b) $\frac{2'7 \cdot 10^{17}}{3 \cdot 10^{18}}$

10. Calcula utilizando la calculadora:

$$\frac{3'2 \cdot 10^5 + 2 \cdot 10^4 \cdot 2'3 \cdot 10^2}{3'8 \cdot 10^{-7}}$$

66. 140.000.571 km

Dada la posición del dibujo, el problema se reduce a aplicar el teorema de Pitágoras al triángulo



siguiente:

donde C = $1'4.10^8$ km y c = 4.10^5 km, de forma que nos queda calcular la hipotenusa.

$$H^2 = C^2 + c^2$$
$$H^2 = \left(1'4 \cdot 10^8\right)^2 + \left(4 \cdot 10^5\right)^2 = \left(1400 \cdot 10^5\right)^2 + \left(4 \cdot 10^5\right)^2 = 1960016 \cdot 10^{10}$$
$$H = \sqrt{1960016 \cdot 10^{10}} = 140000571'4 km$$

67. $5'34544 \cdot 10^{-26}$ kg

El átomo de azufre tiene

- 16 electrones:

$$16 \cdot 9 \cdot 10^{-31} = 144 \cdot 10^{-31} = 0'0144 \cdot 10^{-27} kg$$

- 16 protones y 16 neutrones:

$$32 \cdot 1'67 \cdot 10^{-27} = 53'44 \cdot 10^{-27} kg$$

Entonces, la masa total del átomo de azufre es:

$$53'44 \cdot 10^{-27} + 0'0144 \cdot 10^{-27} = 53'4544 \cdot 10^{-27} = 5'34544 \cdot 10^{-26} kg$$

68. $5 \cdot 10^{-5}$ s

$$v = \frac{e}{t} \rightarrow t = \frac{e}{v}$$
$$e = 15 km \equiv 15 \cdot 10^3 m$$
$$t = \frac{15 \cdot 10^3}{3 \cdot 10^8} = 5 \cdot 10^{-5} s$$

69. $1'8 \cdot 10^6$ J (julios)

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2$$

$$E_c = \frac{1}{2} 9 \cdot 10^{-31} \cdot \left(2 \cdot 10^8\right)^2 = 18 \cdot 10^{-15} = 1'8 \cdot 10^{-14} J$$

70. 320 m

$$v = \frac{e}{t} \rightarrow e = v \cdot t$$

$$e = 1'6 \cdot 10^3 \cdot 0'2 = 0'32 \cdot 10^3 = 3'2 \cdot 10^2 = 320 m$$

AUTOEVALUACIÓN

1.

a) $0'008\widehat{7} = \frac{87-8}{9000} = \frac{79}{9000}$

b) $3'\widehat{2325} = \frac{32325-3}{9999} = \frac{32322}{9999}$

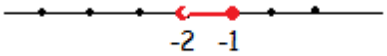
2. 1'2301001, 1'23002

3. a) (∞, -3]

$\{x \in \mathbb{R} : x \leq -3\}$

b) (-2, -1]

$\{x \in \mathbb{R} : -2 < x \leq -1\}$



c) [2, 5]

$\{x \in \mathbb{R} : 2 \leq x \leq 5\}$

4.

a) $\sqrt[18]{2^6} = \sqrt[3]{2}$ b) $\sqrt[30]{2^{12}} = \sqrt[5]{2^2}$

5.

a) $\sqrt{3^5} = 9\sqrt{3}$ b) $\sqrt[4]{2^9} = 4\sqrt[4]{2}$ c) $\sqrt[4]{5^{19}} = 625\sqrt[4]{5^3}$

6.

a) $3\sqrt{2} = \sqrt{3^2 \cdot 2}$ b) $2^2\sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{2^7}$ c) $\frac{2}{3}\sqrt{2} = \sqrt{\frac{2^3}{3^2}}$

7.

a) $\sqrt{3} \cdot \sqrt[5]{3^2} = \sqrt[10]{3^9}$ c) $\sqrt{2\sqrt{2}} = \sqrt[4]{2^3}$

b) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt[6]{5}} = \sqrt[6]{5^2}$ d) $\left(\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt{3}\right)^5 = \left(\sqrt[6]{3^5}\right)^5 = 3^4\sqrt[6]{3}$

8.

Orden	Milésimas	Millonésimas
Número	3'4195	1'32855435
Aproximación por exceso	3'420	1'328555
Truncamiento	3'419	1'328554
Redondeo	3'420	1'328554
Cota error redondeo	0'0005	0'0000005
Cota error truncamiento	0'001	0'000001

9. a)

$$3'5 \cdot 10^{12} + 8'5 \cdot 10^{13} = 0'35 \cdot 10^{13} + 8'5 \cdot 10^{13} = 8'85 \cdot 10^{13}$$

b)

$$\frac{2'7 \cdot 10^{17}}{3 \cdot 10^{18}} = 0'9 \cdot 10^{-1} = 9 \cdot 10^{-2}$$

10.

$$\frac{3'2 \cdot 10^5 + 2 \cdot 10^4 \cdot 2'3 \cdot 10^2}{3'8 \cdot 10^{-7}} = \frac{0'32 \cdot 10^6 + 4'6 \cdot 10^6}{3'8 \cdot 10^{-7}} = \frac{4'92 \cdot 10^6}{3'8 \cdot 10^{-7}} = 1'29 \cdot 10^{13}$$