

# Unidad 14 – Probabilidad

PÁGINA 234

**¿QUÉ NECESITAS SABER?**

**Calcular variaciones**  
Calcula las siguientes variaciones con o sin repetición:

a)  $V_{3,2}$                       b)  $V_{5,3}$                       c)  $VR_{2,4}$

**Calcular permutaciones**  
Calcula las siguientes permutaciones:

a)  $P_3$                               b)  $P_5$                               c)  $P_{10}$

Determina el número de palabras de 11 letras que se pueden hacer con las letras de la palabra «PERMUTACIÓN» sin repetir ninguna letra.

**Números combinatorios**  
Calcula los siguientes números combinatorios:

a)  $\binom{5}{3}$                               b)  $\binom{10}{9}$                               c)  $\binom{7}{3}$

## SOLUCIONES

---

### Calcular variaciones.

$$\text{a) } V_{3,2} = \frac{3!}{(3-2)!} = 6 \qquad \text{b) } V_{5,3} = \frac{5!}{(5-3)!} = 60 \qquad \text{c) } VR_{2,4} = 2^4 = 16$$

### Calcular permutaciones.

$$\text{a) } P_3 = 3! = 6 \qquad \text{b) } P_5 = 5! = 120 \qquad \text{c) } P_{10} = 10! = 3\,628\,800$$

$P_{11} = 11! = 39\,916\,800$  palabras diferentes.

### Números combinatorios.

$$\text{a) } \binom{5}{3} = \frac{5!}{3!(5-3)!} = 10 \qquad \text{b) } \binom{10}{9} = \binom{10}{1} = 10 \qquad \text{c) } \binom{7}{3} = \frac{7!}{3!(7-3)!} = 35$$

## ACTIVIDADES

1. Escribe dos ejemplos de experimentos deterministas y otros dos aleatorios.
2. Indica el espacio muestral de los siguientes experimentos:
 

a) Lanzar una moneda.	c) Lanzar un dado de ocho caras dos veces.
b) Lanzar una moneda y un dado de seis caras.	d) Coger una carta de la baraja española.
	e) Lanzar una moneda tres veces.

## SOLUCIONES

## 1.

Experimentos deterministas.

- a) Lanzar un objeto.
- b) Calentar agua a 100°.

Experimentos aleatorios.

- a) Sacar una moneda de una bolsa.
- b) Sacar una carta de la baraja.

## 2.

a)  $E = \{\text{cara, cruz}\}$

b)  $E = \{(\text{cara, 1}), (\text{cara, 2}), (\text{cara, 3}), (\text{cara, 4}), (\text{cara, 5}), (\text{cara, 6}), (\text{cruz, 1}), (\text{cruz, 2}), (\text{cruz, 3}), (\text{cruz, 4}), (\text{cruz, 5}), (\text{cruz, 6})\}$

c)  $E = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (1, 7), (1, 8), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (2, 7), (2, 8), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6), (3, 7), (3, 8), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6), (4, 7), (4, 8), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (5, 7), (5, 8), (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6), (6, 7), (6, 8), (7, 1), (7, 2), (7, 3), (7, 4), (7, 5), (7, 6), (7, 7), (7, 8), (8, 1), (8, 2), (8, 3), (8, 4), (8, 5), (8, 6), (8, 7), (8, 8)\}$

d)  $E = \{\text{as de oros, dos de oros, tres de oros, cuatro de oros, cinco de oros, seis de oros, siete de oros, sota de oros, caballo de oros, rey de oros, as de copas, dos de copas, tres de copas, cuatro de copas, cinco de copas, seis de copas, siete de copas, sota de copas, caballo de copas, rey de copas, as de espadas, dos de espadas, tres de espadas, cuatro de espadas, cinco de espadas, seis de espadas, siete de espadas, sota de espadas, caballo de espadas, rey de espadas, as de bastos, dos de bastos, tres de bastos, cuatro de bastos, cinco de bastos, seis de bastos, siete de bastos, sota de bastos, caballo de bastos, rey de bastos}\}$

d)  $E = \{(\text{cara, cara, cara}), (\text{cara, cara, cruz}), (\text{cara, cruz, cara}), (\text{cruz, cara, cara}), (\text{cruz, cruz, cruz}), (\text{cruz, cruz, cara}), (\text{cruz, cara, cruz}), (\text{cara, cruz, cruz})\}$

**ACTIVIDADES**

3. Determina el suceso seguro y los sucesos elementales de los siguientes experimentos:
- Lanzar una moneda dos veces.
  - Lanzar un dado de seis caras dos veces.
  - Lanzar un dado de seis caras dos veces y sumar sus puntuaciones.
  - Lanzar un dado de seis caras dos veces y multiplicar sus puntuaciones.
4. Indica dos sucesos compuestos para cada uno de los experimentos de la actividad anterior.

**SOLUCIONES**

3.

a) Suceso seguro =  $E = \{\emptyset, \text{cara}, \text{cruz}, (\text{cara}, \text{cara}), (\text{cara}, \text{cruz}), (\text{cruz}, \text{cara}), (\text{cruz}, \text{cruz})\}$

Sucesos elementales:  $\{\text{cara}\}, \{\text{cruz}\}$

b) Suceso seguro =  $E = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{5\}, \{6\}\}$

$(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6),$

$(2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6),$

$(3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6),$

$(4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6),$

$(5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6),$

$(6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6,6)\}$

Sucesos elementales:  $\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{5\}, \{6\}$

c) Suceso seguro =  $E = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{5\}, \{6\}, \{7\}, \{8\}, \{9\}, \{10\}, \{11\}, \{12\},$

$(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6),$

$(2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6),$

$(3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6),$

$(4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6),$

$(5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6),$

$(6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6,6)\}$

Sucesos elementales:  $\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{5\}, \{6\}, \{7\}, \{8\}, \{9\}, \{10\}, \{11\}, \{12\}$

d) Suceso seguro =  $E = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{5\}, \{6\}, \{7\}, \{8\}, \{9\}, \{10\}, \{11\},$

$\{12\}, \{15\}, \{18\}, \{20\}, \{24\}, \{25\}, \{30\}, \{36\},$

$(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6),$

$(2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6),$

$(3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6),$

$(4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6),$

$(5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6),$

$(6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6,6)\}$

Sucesos elementales:  $\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{5\}, \{6\}, \{7\}, \{8\}, \{9\}, \{10\}, \{11\},$

$\{12\}, \{15\}, \{18\}, \{20\}, \{24\}, \{25\}, \{30\}, \{36\}.$

4.

a) Sucesos compuestos:  $(\text{cruz}, \text{cara}), (\text{cruz}, \text{cruz}).$

b) Sucesos compuestos:  $(5, 4), (5, 5).$

c) Sucesos compuestos:  $(2, 2), (2, 3).$

d) Sucesos compuestos:  $(3, 3), (3, 4).$

## ACTIVIDADES

5. De entre 50 bolas numeradas se extrae una.

$A = \{\text{Sacar un número múltiplo de 3}\}$

$B = \{\text{Sacar un número múltiplo de 5}\}$

$C = \{\text{Sacar un número múltiplo de 4}\}$

Determina los elementos de los siguientes conjuntos:

a)  $A \cup B$

d)  $A \cap B$

g)  $\bar{A} \cap B$

b)  $A \cup C$

e)  $A \cap C$

h)  $B \cap \bar{C}$

c)  $B \cup C$

f)  $B \cap C$

i)  $C \cup \bar{C}$

## SOLUCIONES

5.

a)  $A \cup B = \{\text{Sacar un número múltiplo de 3 o múltiplo de 5}\}$

b)  $A \cup C = \{\text{Sacar un número múltiplo de 3 o múltiplo de 4}\}$

c)  $B \cup C = \{\text{Sacar un número múltiplo de 5 o múltiplo de 4}\}$

d)  $A \cap B = \{\text{Sacar un número múltiplo de 3 y múltiplo de 5}\} = \{\text{Sacar un número múltiplo de 15}\}$

e)  $A \cap C = \{\text{Sacar un número múltiplo de 3 y múltiplo de 4}\} = \{\text{Sacar un número múltiplo de 12}\}$

f)  $B \cap C = \{\text{Sacar un número múltiplo de 5 y múltiplo de 4}\} = \{\text{Sacar un número múltiplo de 20}\}$

g)  $\bar{A} \cap B = \{\text{Sacar un número que no sea múltiplo de 3 pero sí de 5}\}$

h)  $B \cap \bar{C} = \{\text{Sacar un número que sea múltiplo de 5 pero no de 4}\}$

i)  $C \cup \bar{C} = \{\emptyset\}$

## ACTIVIDADES

6. Lanza un dado 100 veces y anota la frecuencia absoluta de cada cara.

Cara	1	2	3	4	5	6
Frecuencia absoluta						

¿Cuál crees que será la probabilidad de que salga cada una de las caras?

## SOLUCIONES

6.

Cara	1	2	3	4	5	6
Frecuencia absoluta	20	23	17	16	16	8

Si la probabilidad es el valor al que tiende la frecuencia relativa, calculemos la frecuencia relativa de cada cara.

$$h(1) = 0'2 \quad h(2) = 0'23 \quad h(3) = 0'17$$

$$h(4) = 0'16 \quad h(5) = 0'16 \quad h(6) = 0'08$$

La probabilidad es aproximadamente 0'14, es decir, aproximadamente  $\frac{1}{6}$ .

## ACTIVIDADES

7. Si  $E$  es un espacio muestral y  $A$  y  $B$  dos sucesos incompatibles tales que  $P(A) = 0'3$  y  $P(B) = 0'25$ . Calcula:

a)  $P(\bar{A})$

c)  $P(A \cap B)$

e)  $P(B \cup \bar{B})$

b)  $P(A \cup B)$

d)  $P(\bar{B})$

f)  $P(A \cap \bar{A})$

## SOLUCIONES

7.

a)  $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0'3 = 0'7$

$$b) P(A \cup B) = P(A) + P(B) - \underbrace{P(A \cap B)}_0 = 0'3 + 0'25 = 0'55$$

porque A y B son incompatibles.

c)  $P(A \cap B) = P(\emptyset) = 0$

d)  $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0'25 = 0'75$

$$e) P(B \cup \bar{B}) = P(B) + P(\bar{B}) - \underbrace{P(B \cap \bar{B})}_0 = P(B) + 1 - P(B) = 1$$

$B \cap \bar{B} = \emptyset$

f)  $P(A \cap \bar{A}) = 0$  porque  $A \cap \bar{A} = \emptyset$

**ACTIVIDADES**

8. De la baraja de cartas española se extrae una carta al azar. Calcula la probabilidad de los siguientes sucesos:

- |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|
| a) Sacar un múltiplo de 4. | d) Sacar un as.            |
| b) Sacar un rey.           | e) Sacar el as de espadas. |
| c) Sacar una figura.       | f) Sacar bastos.           |

9. Si lanzamos dos monedas al aire, calcula la probabilidad de que ocurran los siguientes sucesos:

- |                                 |                                 |
|---------------------------------|---------------------------------|
| a) Obtener dos cruces.          | c) Obtener, al menos, una cruz. |
| b) Obtener una cruz y una cara. | d) No obtener ninguna cara.     |

**SOLUCIONES**

Regla de Laplace  $P(A) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}}$

**8.**

a)  $P(A) = P(4) = \frac{8}{40} = 0'2$

d)  $P(A) = \frac{4}{40} = 0'1$

b)  $P(A) = \frac{4}{40} = 0'1$

e)  $P(A) = \frac{1}{40} = 0'025$

c)  $P(A) = \frac{16}{40} = 0'4$

f)  $P(A) = \frac{10}{40} = 0'25$

**9.**

a)  $P(XX) = \frac{1}{3} = 0'33$

c)  $P(XC \cup XX) = P(XC) + P(XX) = \frac{2}{3} = 0'67$

b)  $P(XC) = \frac{1}{3} = 0'33$

d)  $P(\bar{C}) = 1 - P(C) = P(XX) = \frac{1}{3} = 0'33$

**ACTIVIDADES**

10. Lanzamos dos veces un dado de 4 caras y sumamos las puntuaciones obtenidas. Calcula la probabilidad de los sucesos elementales.
11. Lanzamos dos veces un dado de 4 caras y multiplicamos las puntuaciones obtenidas.
- Calcula la probabilidad de los sucesos elementales.
  - Calcula la probabilidad de obtener un número par.
  - Calcula la probabilidad de obtener un múltiplo de 3.
  - Calcula la probabilidad de obtener un número par múltiplo de 3.

**SOLUCIONES**

**10.**

El espacio muestral de nuestro suceso es  $E = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ , pero los sucesos no son equiprobables, así que consideremos el suceso “lanzar dos veces un dado de cuatro caras”. Su espacio muestral es  $E = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4)\}$

y su sucesos elementales son equiprobables.

El número de sucesos coincide con el número de variaciones con repetición de cuatro elementos tomados de dos en dos:  $VR_{4,2} = 4^2 = 16$

Suceso	Casos favorables	Número de casos favorables	Probabilidad
{2}	(1, 1)	1	$\frac{1}{16}$
{3}	(1, 2), (2, 1)	2	$\frac{2}{16}$
{4}	(1, 3), (2, 2), (3,1)	3	$\frac{3}{16}$
{5}	(1, 4), (2,3), (3,2), (4,1)	4	$\frac{4}{16}$
{6}	(2, 4), (3, 3), (4,2)	3	$\frac{3}{16}$
{7}	(3, 4), (4, 3)	2	$\frac{2}{16}$
{8}	(4, 4)	1	$\frac{1}{16}$

**11.**

El espacio muestral de nuestro suceso es  $E = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 16\}$ , pero los sucesos no son equiprobables, así que consideremos el suceso “lanzar dos veces un dado de cuatro caras”. Su espacio muestral es  $E = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4)\}$

y su sucesos elementales son equiprobables.

El número de sucesos coincide con el número de variaciones con repetición de cuatro elementos tomados de dos en dos:  $VR_{4,2} = 4^2 = 16$



a)

Suceso	Casos favorables	Número de casos favorables	Probabilidad
{1}	(1, 1)	1	$\frac{1}{16}$
{2}	(1, 2), (2, 1)	2	$\frac{2}{16}$
{3}	(1, 3), (3, 1)	2	$\frac{2}{16}$
{4}	(1, 4), (2, 2), (4, 1)	3	$\frac{3}{16}$
{6}	(2, 3), (3, 2)	2	$\frac{2}{16}$
{8}	(2, 4), (4, 2)	2	$\frac{2}{16}$
{9}	(3, 3)	1	$\frac{1}{16}$
{12}	(3, 4), (4, 3)	2	$\frac{2}{16}$
{16}	(4, 4)	1	$\frac{1}{16}$

b)

$$P(\dot{2}) = P(2 \cup 4 \cup 6 \cup 8 \cup 12 \cup 16) = P(2) + P(4) + P(6) + P(8) + P(12) + P(16) =$$

$$= \frac{2}{16} + \frac{3}{16} + \frac{2}{16} + \frac{2}{16} + \frac{2}{16} + \frac{1}{16} = \frac{12}{16}$$

*Observación:* Todos los sucesos incluidos son incompatibles, por eso no es necesario añadir la diferencia de las intersecciones.

c)

$$P(\dot{3}) = P(3 \cup 6 \cup 9 \cup 12) = P(3) + P(6) + P(9) + P(12) =$$

$$= \frac{2}{16} + \frac{2}{16} + \frac{1}{16} + \frac{2}{16} = \frac{7}{16}$$

*Observación:* Todos los sucesos incluidos son incompatibles, por eso no es necesario añadir la diferencia de las intersecciones.

d)

$$P(\dot{2} \cap \dot{3}) = P(\dot{6}) = P(6 \cup 12) = P(6) + P(12) =$$

$$= \frac{2}{16} + \frac{2}{16} = \frac{4}{16}$$

*Observación:* Todos los sucesos incluidos son incompatibles, por eso no es necesario añadir la diferencia de las intersecciones.

**ACTIVIDADES**

12. Se lanza una moneda tres veces al aire. Calcula la probabilidad de los siguientes sucesos:

- |                       |                                 |
|-----------------------|---------------------------------|
| a) Obtener una cara.  | c) Obtener tres caras.          |
| b) Obtener dos caras. | d) Obtener, al menos, una cara. |

13. Se lanzan al aire dos dados. Calcula la probabilidad de los siguientes sucesos:

- |                                    |                             |
|------------------------------------|-----------------------------|
| a) Obtener un 5 y un 6.            | c) Obtener, al menos, un 5. |
| b) Obtener en el primer dado un 5. | d) Obtener un número par.   |

**SOLUCIONES**

**12.**

Llamaremos  $C$  a la posibilidad de obtener cara y  $X$  a la de obtener cruz. Ambas tienen la

misma probabilidad de ocurrir:  $P(C) = P(X) = \frac{1}{2}$ .

$$\begin{aligned} a) P(C) &= P(CXX) + P(XCX) + P(XXC) = \\ &= P(C) \cdot P(X) \cdot P(X) + P(X) \cdot P(C) \cdot P(X) + P(X) \cdot P(X) \cdot P(C) = \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{8} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) P(2C) &= P(CCX) + P(XCC) + P(CXC) = \\ &= P(C) \cdot P(C) \cdot P(X) + P(X) \cdot P(C) \cdot P(C) + P(C) \cdot P(X) \cdot P(C) = \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{8} \end{aligned}$$

$$c) P(3C) = P(CCC) = P(C) \cdot P(C) \cdot P(C) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

$$\begin{aligned} d) P(\text{al menos una cara}) &= 1 - P(\text{ninguna cara}) = 1 - P(\text{tres cruces}) = \\ 1 - P(XXX) &= P(X) \cdot P(X) \cdot P(X) = 1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{7}{8} \end{aligned}$$

**13.**

a) El suceso "obtener un cinco y un seis" puede darse sacando (5, 6) ó (6, 5).

$$P(\{(5, 6)\}) = P(\{(6, 5)\}) = P(5) \cdot P(6) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$$

$$P(A) = P(\{(5, 6)\}) + P(\{(6, 5)\}) = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$$

b) El suceso "obtener un cinco en el primer dado" puede darse sacando  $(5, x)$  con  $x \in [1, 6]$ .

$$P(\{(5, x)\}) = P(5) \cdot P(x) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$$

$$P(A) = \sum_{x=1}^6 P(\{(5, x)\}) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

c) El suceso "obtener al menos un cinco", es el complementario de "no obtener ningún cinco", entonces podemos sacar cualquier combinación  $(x, y)$ , siempre y cuando  $x, y \in [1, 6] / \{5\}$

$$P(\text{al menos un cinco}) = 1 - P(\text{ningún cinco})$$

Si contamos el número de casos que tenemos, coinciden con el número de variaciones con repetición de cinco elementos tomados de dos en dos, es decir,  $VR_{5,2} = 5^2 = 25$ . Por lo tanto,

$$\text{si } P(\{(x, y)\}) = P(x) \cdot P(y) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36},$$

la probabilidad de que no salga ningún cinco es  $25 \cdot \frac{1}{36} = \frac{25}{36}$ .

$$P(\text{al menos un cinco}) = 1 - P(\text{ningún cinco}) = 1 - \frac{25}{36} = \frac{11}{36}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } P(\text{obtener un número par en } (x, y)) &= P(x \text{ par}) \cdot P(y \text{ impar}) + P(x \text{ impar}) \cdot P(y \text{ par}) = \\ &= [P(2) + P(4) + P(6)] \cdot [P(1) + P(3) + P(5)] + [P(1) + P(3) + P(5)] \cdot [P(2) + P(4) + P(6)] = \\ &= \frac{3}{6} \cdot \frac{3}{6} + \frac{3}{6} \cdot \frac{3}{6} = \frac{9}{36} + \frac{9}{36} = \frac{18}{36} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

## ACTIVIDADES

14. De una urna que contiene 7 bolas blancas, 3 bolas negras y 8 bolas rojas, se extraen una a una tres bolas al azar. Calcula la probabilidad de los siguientes sucesos:

- Extraer, en este orden, una bola blanca, una roja y una verde.
- Extraer las tres bolas negras.
- Extraer, en este orden, dos bolas negras y una blanca.
- Extraer tres bolas rojas.

## SOLUCIONES

14.

a) Queremos que las extracciones se den en el orden siguiente:

$$1^{\text{a}} \text{ Blanca} \rightarrow B_1 \quad 2^{\text{a}} \text{ Roja} \rightarrow R_2 \quad 3^{\text{a}} \text{ Negra} \rightarrow N_3$$

Por lo tanto, tenemos que calcular

$$P(B_1 \cap R_2 \cap N_3) = P\left(\frac{N_3}{B_1 \cap R_2}\right) \cdot P\left(\frac{R_2}{B_1}\right) \cdot P(B_1)$$

$$P(B_1) = \frac{7}{18}, \quad P\left(\frac{R_2}{B_1}\right) = \frac{8}{17}, \quad P\left(\frac{N_3}{B_1 \cap R_2}\right) = \frac{3}{16}$$

$$P\left(\frac{N_3}{B_1 \cap R_2}\right) \cdot P\left(\frac{R_2}{B_1}\right) \cdot P(B_1) = \frac{3}{16} \cdot \frac{8}{17} \cdot \frac{7}{18} = \frac{7}{204}$$

$$\text{Solución: } \boxed{P(B_1 \cap R_2 \cap N_3) = \frac{7}{204}}$$

b) Queremos que las extracciones sean negras, por lo tanto tenemos que calcular

$$P(N_1 \cap N_2 \cap N_3) = P\left(\frac{N_3}{N_1 \cap N_2}\right) \cdot P\left(\frac{N_2}{N_1}\right) \cdot P(N_1)$$

$$P(N_1) = \frac{3}{18}, \quad P\left(\frac{N_2}{N_1}\right) = \frac{2}{17}, \quad P\left(\frac{N_3}{N_1 \cap N_2}\right) = \frac{1}{16}$$

$$P\left(\frac{N_3}{N_1 \cap N_2}\right) \cdot P\left(\frac{N_2}{N_1}\right) \cdot P(N_1) = \frac{1}{16} \cdot \frac{2}{17} \cdot \frac{3}{18} = \frac{1}{816}$$

$$\text{Solución: } \boxed{P(N_1 \cap N_2 \cap N_3) = \frac{1}{816}}$$

c) Queremos que las extracciones sean dos bolas negras y una blanca, por lo tanto tenemos que calcular:

$$P(N_1 \cap N_2 \cap B_3) = P\left(\frac{B_3}{N_1 \cap N_2}\right) \cdot P\left(\frac{N_2}{N_1}\right) \cdot P(N_1)$$

$$P(N_1) = \frac{3}{18}, \quad P\left(\frac{N_2}{N_1}\right) = \frac{2}{17}, \quad P\left(\frac{B_3}{N_1 \cap N_2}\right) = \frac{7}{16}$$

$$P\left(\frac{B_3}{N_1 \cap N_2}\right) \cdot P\left(\frac{N_2}{N_1}\right) \cdot P(N_1) = \frac{7}{16} \cdot \frac{2}{17} \cdot \frac{3}{18} = \frac{7}{816}$$

Solución:  $\boxed{P(N_1 \cap N_2 \cap B_3) = \frac{7}{816}}$

d) Queremos que las extracciones sean todas rojas, es decir:

$$P(R_1 \cap R_2 \cap R_3) = P\left(\frac{R_3}{R_1 \cap R_2}\right) \cdot P\left(\frac{R_2}{R_1}\right) \cdot P(R_1)$$

$$P(R_1) = \frac{8}{18}, \quad P\left(\frac{R_2}{R_1}\right) = \frac{7}{17}, \quad P\left(\frac{R_3}{R_1 \cap R_2}\right) = \frac{6}{16}$$

$$P\left(\frac{R_3}{R_1 \cap R_2}\right) \cdot P\left(\frac{R_2}{R_1}\right) \cdot P(R_1) = \frac{6}{16} \cdot \frac{7}{17} \cdot \frac{8}{18} = \frac{7}{102}$$

Solución:  $\boxed{P(R_1 \cap R_2 \cap R_3) = \frac{7}{102}}$

## ACTIVIDADES

15. De una urna con 10 bolas blancas, 7 bolas negras y 3 bolas rojas se extraen dos bolas. Calcula la probabilidad de los siguientes sucesos:

- Que las dos bolas sean blancas.
- Que una de las bolas sea blanca.
- Que ninguna bola sea blanca.
- Que la primera bola sea blanca, sabiendo que la otra es negra.

16. En una clase hay 12 niños y 16 niñas, de los cuales 7 niños y 12 niñas son morenos. Calcula la probabilidad de escoger un niño moreno al azar.

## SOLUCIONES

15.

a) Queremos que las dos bolas que saquemos sean blancas:

$$P(B_1 \cap B_2) = P(B_1) \cdot P\left(\frac{B_2}{B_1}\right) = \frac{10}{20} \cdot \frac{9}{19} = \frac{9}{38}$$

Solución:  $P(B_1 \cap B_2) = \frac{9}{38}$

b) Queremos que sólo una de las dos bolas que saquemos sea blanca:

$$P(B_1 \cap \overline{B_2}) = P(B_1) \cdot P\left(\frac{\overline{B_2}}{B_1}\right) + P(\overline{B_1}) \cdot P\left(\frac{B_2}{\overline{B_1}}\right) = \frac{10}{20} \cdot \frac{10}{19} + \frac{10}{20} \cdot \frac{10}{19} = \frac{10}{19}$$

Solución:  $P(B_1 \cap \overline{B_2}) = \frac{10}{19}$

c) El suceso "ninguna bola blanca", es el complementario del suceso "las dos bolas blancas".

Por lo tanto,  $P(\overline{B_1} \cap \overline{B_2}) = 1 - P(B_1 \cap B_2) = 1 - \frac{9}{38} = \frac{29}{38}$

Solución:  $P(\overline{B_1} \cap \overline{B_2}) = \frac{29}{38}$

d) Queremos que la primera bola sea blanca y la segunda negra:

$$P(B_1 \cap N_2) = P(N_2) \cdot P\left(\frac{B_1}{N_2}\right) = \frac{7}{19} \cdot \frac{10}{20} = \frac{7}{38}$$

Solución:  $P(B_1 \cap N_2) = \frac{7}{38}$

**16.**

Queremos que el alumno elegido sea niño, y moreno, entonces:

$$P(\text{Niño} \cap \text{Moreno}) = P(\text{Niño}) \cdot P(\text{Moreno} / \text{Niño}) = \frac{12}{28} \cdot \frac{7}{12} = \frac{1}{4}$$

Solución:  $P(\text{Niño} \cap \text{Moreno}) = \frac{1}{4}$

## ACTIVIDADES FINALES

### → EJERCICIOS

#### Experimentos deterministas y aleatorios

- 17. De los siguientes experimentos indica los que son deterministas y los que son aleatorios:
- Pesar una manzana.
  - Lanzar al aire una moneda.
  - Medir la longitud de una cuerda.
  - Extraer una prenda de una maleta sin mirar.
  - Medir la temperatura de un líquido.
  - La presión de un gas contenido en un recipiente.
  - Elegir un libro de una estantería con los ojos cerrados.
- 18. Determina el espacio muestral de los siguientes experimentos aleatorios:
- Lanzar una moneda y un dado de ocho caras.
  - Lanzar dos dados de seis caras al aire.
  - Lanzar dos monedas y un dado de cuatro caras.
  - Extraer dos bolas de una urna con cinco bolas numeradas del 0 al 4.
- 19. Escribe dos ejemplos de experimentos aleatorios y otros dos de experimentos deterministas.
- 20. De una urna que contiene 6 bolas rojas, 2 bolas blancas y 1 bola negra se extrae una bola al azar. Determina el espacio muestral.
- 21. Determina el espacio muestral de los siguientes experimentos aleatorios:
- Lanzar dos dados de seis caras al aire y sumar las puntuaciones obtenidas.
  - Lanzar dos dados de seis caras al aire y multiplicar las puntuaciones obtenidas.
  - Extraer dos bolas de una urna que contiene 10 bolas numeradas del 0 al 9.
  - Extraer dos bolas de una urna que contiene 3 bolas blancas, 4 bolas negras y 5 bolas rojas.
  - Extraer tres bolas de una urna que contiene 5 bolas blancas y 7 bolas negras.

#### Sucesos

- 22. En una clase hay 25 alumnos, 11 varones y 14 mujeres. De ellos hay 12 morenos, 11 castaños y 2 rubios. Si elegimos un alumno al azar, indica ejemplos de sucesos:
- Imposibles
  - Seguros
  - Elementales
  - Compuestos

- 23. Una urna contiene 10 bolas numeradas del 0 al 9. Si se extrae una bola al azar, indica:
- 3 sucesos elementales
  - 2 sucesos compuestos
  - 1 suceso seguro
  - 1 suceso imposible

#### Operaciones con sucesos

- 24. De una urna con 20 bolas numeradas del 1 al 20 se extrae una bola. Sean los sucesos:
- $$A = \{2, 4, 6, 8, 10\}, B = \{6, 12, 18\}, C = \{1, 3, 4, 6, 8\}$$
- Calcula:
- $A \cup B$
  - $A \cup C$
  - $B \cup C$
  - $A \cap B$
  - $A \cap C$
  - $B \cap C$
  - $\bar{A}$
  - $\bar{B} \cap C$
  - $\bar{C} \cup C$
- 25. Sea el espacio muestral  $E$  y sus subconjuntos siguientes:
- $$E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$
- $$A = \{2, 4, 5, 7, 8\}, B = \{3, 5, 7, 9\}, C = \{1, 2, 3, 4\}$$
- Calcula:
- $A \cap (B \cup C)$
  - $(A \cap B) \cup (A \cap C)$
  - $\overline{A \cup B}$
  - $\bar{A} \cap \bar{B}$
  - $A \cup (B \cap C)$
  - $(A \cup B) \cap (A \cup C)$
  - $\overline{A \cap B}$
  - $\bar{A} \cup \bar{B}$

- 26. A la vista de los resultados obtenidos en el ejercicio anterior, ¿podrías enunciar algunas propiedades entre uniones, intersecciones y el complementario?

#### Frecuencia de un suceso.

##### Ley de los grandes números

- 27. Se lanza una moneda al aire 1 000 veces y se anotan los resultados, que se resumen en la siguiente tabla:

Cara	Cruz	Total
223	777	1 000

¿Crees que la moneda está trucada?

- 28. Dos amigos están jugando con una moneda a ver quien acierta si sale cara o cruz. Después de seis lanzamientos, en todas las tiradas ha salido cara. ¿Crees que la probabilidad de que salga cruz en el siguiente resultado es mayor? Razona tu respuesta.
- 29. Un jugador de baloncesto ha encestado en una temporada 2 318 tiros de dos puntos de un total de 3 127 intentos. ¿Cuál será la probabilidad de que este jugador enceste una canasta de dos puntos?



## SOLUCIONES

---

### Experimentos deterministas y aleatorios.

17.

- a) Experimento aleatorio.
- b) Experimento determinista.
- c) Experimento aleatorio.
- d) Experimento aleatorio.
- e) Experimento aleatorio.
- f) Experimento aleatorio.
- g) Experimento aleatorio.

18.

- a)  $E = \{(cara, 1), (cara, 2), (cara, 3), (cara, 4), (cara, 5), (cara, 6), (cara, 7), (cara, 8), (cruz, 1), (cruz, 2), (cruz, 3), (cruz, 4), (cruz, 5), (cruz, 6), (cruz, 7), (cruz, 8)\}$ .
- b)  $E = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6), (7, 1), (7, 2), (7, 3), (7, 4), (7, 5), (7, 6), (8, 1), (8, 2), (8, 3), (8, 4), (8, 5), (8, 6)\}$ .
- c)  $E = \{(cara, cara, 1), (cara, cara, 2), (cara, cara, 3), (cara, cara, 4), (cruz, cruz, 1), (cruz, cruz, 2), (cruz, cruz, 3), (cruz, cruz, 4)\}$ .
- d)  $E = \{(0, 0), (0, 1), (0, 2), (0, 3), (0, 4), (1, 0), (1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 0), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 0), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (4, 0), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4)\}$ .

19.

Experimentos aleatorios

- a) Elegir un número y anotar su resultado al dividirlo entre tres.
- b) Sacar unos calcetines del cajón al azar.

Experimentos deterministas

- a) Pesar  $1 \text{ dm}^3$  de agua.
- b) Medir el lado de un cuadrado de  $2 \text{ cm}^2$  de área.

20.

$E = \{R, B, N\}$

21.

- a)  $E = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$

- b)  $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 15, 16, 20, 24, 25, 30, 36\}$
- c)  $E = \{(0, 0), (0, 1), (0, 2), (0, 3), (0, 4), (0, 5), (0, 6), (0, 7), (0, 8), (0, 9),$   
 $(1, 0), (1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (1, 7), (1, 8), (1, 9),$   
 $(2, 0), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (2, 7), (2, 8), (2, 9),$   
 $(3, 0), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6), (3, 7), (3, 8), (3, 9),$   
 $(4, 0), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6), (4, 7), (4, 8), (4, 9)\}$ .
- d)  $E = \{(B, B), (B, R), (B, N), (R, R), (R, B), (R, N), (N, N), (N, R), (N, B)\}$
- e)  $E = \{(B, B, B), (B, B, N), (B, N, B), (N, B, B), (B, N, N), (N, B, N), (N, N, B), (N, N, N)\}$

### Sucesos.

#### 22.

- a) El único suceso imposible es el conjunto vacío:  $\emptyset$ .
- b) El suceso seguro es el formado por todos los sucesos.  
 $E = \{\emptyset, \{\text{varón}\}, \{\text{mujer}\}, \{\text{moreno}\}, \{\text{castaño}\}, \{\text{rubio}\},$   
 $(\text{varón, moreno}), (\text{varón, castaño}), (\text{varón, rubio}),$   
 $(\text{mujer, morena}), (\text{mujer, castaña}), (\text{mujer, rubia})\}$
- c) Los sucesos elementales son:  $\{\text{varón}\}, \{\text{mujer}\}, \{\text{moreno}\}, \{\text{castaño}\}, \{\text{rubio}\}$ .
- d) Los sucesos compuestos son:  $(\text{varón, moreno}), (\text{varón, castaño}), (\text{varón, rubio}), (\text{mujer, morena}), (\text{mujer, castaña}), (\text{mujer, rubia})$ .

#### 23.

- a)  $\{0\}, \{2\}, \{3\}$ .
- b)  $\{1, 3, 5, 7, 9\}, \{2, 4, 6, 8\}$
- c)  $E$
- d)  $\emptyset$

### Operaciones con sucesos.

#### 24.

$$A = \{2, 4, 6, 8, 10\} \quad B = \{6, 12, 18\} \quad C = \{1, 3, 4, 6, 8\}$$

- a)  $A \cup B = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 18\}$
- b)  $A \cup C = \{1, 2, 3, 4, 6, 8\}$
- c)  $B \cup C = \{1, 3, 4, 6, 8, 12, 18\}$
- d)  $A \cap B = \{6\}$
- e)  $A \cap C = \{4, 8\}$
- f)  $B \cap C = \{6\}$
- g)  $\bar{A} = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}$
- h)  $\bar{B} \cap C = \{1, 3, 4, 8\}$
- i)  $\bar{C} \cup C = E$

25.

$$A = \{2, 4, 5, 7, 8\} \quad B = \{3, 5, 7, 9\} \quad C = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

$$a) A \cap (B \cup C) = \{2, 4, 5, 7\}$$

$$b) (A \cap B) \cup (A \cap C) = \{2, 4, 5, 7\}$$

$$c) \overline{A \cup B} = \{1, 6, 10\}$$

$$d) \overline{A} \cap \overline{B} = \{1, 6, 10\}$$

$$e) A \cup (B \cap C) = \{2, 3, 4, 5, 7, 8\}$$

$$f) (A \cup B) \cap (A \cup C) = \{2, 3, 4, 5, 7, 8\}$$

$$g) \overline{A \cap B} = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 10\}$$

$$h) \overline{A} \cup \overline{B} = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 10\}$$

26.

Se pueden asegurar las dos propiedades siguientes.

$$a) \overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$$

$$b) \overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$$

**Frecuencia de un suceso. Ley de los grandes números.**

27.

Normalmente, el número de veces que sale cara tiene que ser aproximadamente el mismo que la probabilidad de que salga cruz, por lo tanto, es probable, que esté trucada, puesto que el número de cruces casi triplica al de caras.

28.

La probabilidad de cruces no varía a lo largo del experimento, si no que hay que estudiarla una vez terminado el mismo y habiendo lanzado la moneda una cantidad de veces lo suficientemente grande para que las frecuencias puedan estabilizarse.

29.

La probabilidad es el número al que tiende la frecuencia relativa después de realizar el experimento un número de veces considerablemente grande. Por lo tanto, en este caso, la probabilidad de acertar la canasta de dos puntos la conseguimos calculando la frecuencia relativa después de 3127 lanzamientos:

$$h_i = \frac{2318}{3127} = 0'74$$

La probabilidad de encestar un tiro de dos puntos es 0'74.

**Probabilidad de un suceso**

- 30. Si  $A$  es un suceso y  $P(A) = 0,3$  su probabilidad, calcula la probabilidad del suceso contrario.
- 31. Si  $A$  y  $B$  son dos sucesos incompatibles, y tal que  $P(A) = 0,5$  y  $P(B) = 0,1$ , calcula la probabilidad de  $A \cup B$ .
- 32. Un experimento consta de tres sucesos elementales,  $A$ ,  $B$  y  $C$ . Razona si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:
  - a) El suceso  $A$  y el suceso  $C$  son incompatibles.
  - b) El suceso  $A$  y el suceso  $B$  son compatibles.
  - c) La probabilidad de  $A$  es  $1/3$ .
  - d)  $P(A) + P(B) + P(C) = 1$
  - e)  $P(A \cup C) = P(A) + P(C)$
  - f)  $P(A \cap B) = 0$
- 33. Un experimento consta de dos sucesos elementales,  $A$  y  $B$ . Si la probabilidad de  $A$  es  $0,3$ , ¿cuál será la probabilidad de que ocurra  $B$ ?
- 34. Si  $A$  y  $B$  son dos sucesos con  $P(A) = 0,7$ ,  $P(B) = 0,6$  y  $P(A \cap B) = 0,5$ , calcula:
 

a) $P(\bar{A})$	c) $P(A \cup B)$	e) $P(\bar{A} \cap \bar{B})$
b) $P(\bar{B})$	d) $P(\overline{A \cup B})$	f) $P(\bar{A} \cup \bar{B})$

**La ley de Laplace**

- 35. En una clase hay 12 chicos y 16 chicas. Si elegimos un alumno al azar, calcula la probabilidad de que sea chico.
- 36. En una piscina hay 20 bañistas, 8 de ellos llevan el bañador azul, 10 el bañador rojo y 2 el bañador negro. Si elegimos al azar un bañista, calcula la probabilidad de los siguientes sucesos:
  - a) Que su bañador sea de color negro.
  - b) Que su bañador sea de color azul.
  - c) Que su bañador no sea rojo.
  - d) Que su bañador sea negro o rojo.
  - e) Que su bañador no sea negro.
- 37. Una urna contiene 3 bolas blancas, 5 bolas negras, 2 bolas azules y 4 bolas rojas. Si se extrae una bola al azar, calcula la probabilidad de los siguientes sucesos:
  - a) Sacar una bola blanca.
  - b) Sacar una bola roja.
  - c) Sacar una bola negra.
  - d) Sacar una bola azul.

- 38. Se lanza un dado de seis caras al aire. Calcula la probabilidad de los siguientes sucesos:
  - a) Sacar un número par.
  - b) Sacar un número impar.
  - c) Sacar un número menor que 4.
  - d) Sacar un número menor o igual que 4.
  - e) Sacar un 2.
  - f) Sacar un 2 ó un 5.
  - g) Sacar un número múltiplo de 3.
  - h) Sacar un número primo.
- 39. En una estantería hay una enciclopedia con 12 volúmenes de donde se escoge uno al azar. Calcula la probabilidad de los siguientes sucesos:
  - a) Extraer el volumen número 12.
  - b) Extraer un volumen de número par.
  - c) Extraer un volumen de número múltiplo de 3.
- 40. Se toman las letras de la palabra «RUBIO», se recortan y se introducen en una bolsa. A continuación, se sacan las 5 letras de forma consecutiva. Calcula la probabilidad de que la secuencia forme de nuevo la palabra «RUBIO».
- 41. Si lanzamos dos veces un dado de seis caras, calcula la probabilidad de los siguientes sucesos:
  - a) Que en la primera tirada salga un 6 y en la segunda aparezca un número par.
  - b) Que en la primera tirada salga un número primo y en la segunda un 2 ó un 5.
  - c) Que las puntuaciones obtenidas en las dos tiradas sumen 8.
  - d) Que el producto de las puntuaciones obtenidas en cada tirada sea 12.
  - e) Que el resultado de la primera tirada sea par y el de la segunda sea impar.
- 42. Elegimos al azar una ficha de un juego de dominó. Calcula la probabilidad de los siguientes sucesos:
  - a) Que la ficha sea la blanca doble.
  - b) Que la ficha sea un 6.
  - c) Que la ficha no sea blanca.
  - d) Que la suma de la puntuación sea 10.
  - e) Que el producto de la puntuación sea 12.
  - f) Que la suma de la puntuación sea par.
- 43. Se lanzan dos dados de seis caras y se suman sus puntuaciones. Calcula la probabilidad de los siguientes sucesos:
  - a) Obtener como resultado 5.
  - b) Obtener como resultado un 4 ó un 6.
  - c) Obtener como resultado un número mayor que 10.
  - d) Obtener como resultado un múltiplo de 3.
  - e) Obtener como resultado un múltiplo de 5.
  - f) Obtener como resultado un número par.



## SOLUCIONES

---

### Probabilidad de un suceso.

30.

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0'3 = 0'7$$

Solución:  $P(\bar{A}) = 0'7$

31.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - \underbrace{P(A \cap B)}_0 = 0'5 + 0'1 = 0'6$$

porque A y B son incompatibles.

Solución:  $P(A \cup B) = 0'6$

32.

a) Verdadera. Todos los sucesos elementales son incompatibles porque su intersección es el conjunto vacío.

b) Falsa. Los sucesos elementales son incompatibles.

c) Falsa. La probabilidad nunca toma valores mayores que 1.

d) Verdadera.

$$E = \{A\} \cup \{B\} \cup \{C\} \Rightarrow P(\{A\}) + P(\{B\}) + P(\{C\}) = 1$$

$P(E) = 1$

e) Verdadera.

$$P(A \cup C) = P(A) + P(C) - \underbrace{P(A \cap C)}_0 = P(A) + P(C)$$

porque son sucesos incompatibles

f) Verdadera. A y B son sucesos incompatibles.

33.

$$P(B) = 1 - P(\bar{B}) = 1 - P(A) = 1 - 0'3 = 0'7$$

Solución:  $P(B) = 0'7$

34.

$$a) P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0'7 = 0'3$$

Solución:  $P(\bar{A}) = 0'3$

$$b) P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0'6 = 0'4$$

Solución:  $P(\bar{B}) = 0'4$

$$c) P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0'7 + 0'6 - 0'5 = 0'8$$

$$\text{Solución: } \boxed{P(A \cup B) = 0'8}$$

$$d) P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0'8 = 0'2$$

$$\text{Solución: } \boxed{P(\overline{A \cup B}) = 0'2}$$

$$d) P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 0'2$$

$$\text{Solución: } \boxed{P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 0'2}$$

$$e) P(\overline{A} \cup \overline{B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B) = 1 - 0'5 = 0'5$$

$$\text{Solución: } \boxed{P(\overline{A} \cup \overline{B}) = 0'5}$$

### La ley de Laplace.

35.

$$\text{Regla de Laplace } \boxed{P(A) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}}}$$

$$P(\text{Chico}) = \frac{12}{28} = \frac{3}{7}$$

$$\text{Solución: } \boxed{\text{La probabilidad de que sea chico es } \frac{3}{7}.$$

36.

LLamaremos N al suceso "bañador negro", A al suceso "bañador azul" y R al suceso "bañador rojo".

$$a) P(N) = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$$

$$\text{Solución: } \boxed{\text{La probabilidad de que su bañador sea de color negro es } \frac{1}{10}.$$

$$b) P(A) = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$$

$$\text{Solución: } \boxed{\text{La probabilidad de que su bañador sea de color azul es } \frac{2}{5}.$$

$$c) P(\overline{R}) = 1 - P(R) = 1 - \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$$

$$\text{Solución: } \boxed{\text{La probabilidad de que su bañador no sea de color rojo es } \frac{1}{2}.$$

$$d) P(N \cup R) = P(N) + P(R) - \underbrace{P(N \cap R)}_0 = \frac{2}{20} + \frac{10}{20} = \frac{3}{5}$$

porque son  
sucesos incompatibles

Solución: La probabilidad de que su bañador sea de color negro o rojo es  $\frac{3}{5}$ .

$$e) P(\bar{N}) = 1 - P(N) = 1 - \frac{2}{20} = \frac{9}{10}$$

Solución: La probabilidad de que su bañador no sea de color negro es  $\frac{9}{10}$ .

**37.**

Llamaremos  $B$  al suceso "bola blanca",  $N$  al suceso "bola negra" y  $A$  al suceso "bola azul", y  $R$  al suceso "bola roja".

$$a) P(B) = \frac{3}{14}$$

Solución: La probabilidad de sacar una bola blanca es  $\frac{3}{14}$ .

$$b) P(R) = \frac{4}{14} = \frac{2}{7}$$

Solución: La probabilidad de sacar una bola roja es  $\frac{2}{7}$ .

$$c) P(N) = \frac{5}{14}$$

Solución: La probabilidad de sacar una bola negra es  $\frac{5}{14}$ .

$$d) P(A) = \frac{2}{14} = \frac{1}{7}$$

Solución: La probabilidad de sacar una bola azul es  $\frac{1}{7}$ .

**38.**

$$a) P(\text{Par}) = P(2) + P(4) + P(6) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Solución: La probabilidad de sacar un número par es  $\frac{1}{2}$ .

$$b)P(\text{Impar}) = P(1) + P(3) + P(5) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Solución: La probabilidad de sacar un número impar es  $\frac{1}{2}$ .

$$c)P(x < 4) = P(1) + P(2) + P(3) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Solución: La probabilidad de sacar un número menor que cuatro es  $\frac{1}{2}$ .

$$d)P(x \leq 4) = P(1) + P(2) + P(3) + P(4) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

Solución: La probabilidad de sacar un número menor o igual que cuatro es  $\frac{2}{3}$ .

$$e)P(2) = \frac{1}{6}$$

Solución: La probabilidad de sacar dos es  $\frac{1}{6}$ .

$$f)P(2 \cup 5) = P(2) + P(5) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Solución: La probabilidad de sacar un dos o un cinco es  $\frac{1}{3}$ .

$$g)P(\dot{3}) = P(3) + P(6) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Solución: La probabilidad de sacar un múltiplo de tres es  $\frac{1}{3}$ .

$$h)P(\text{Primo}) = P(1) + P(2) + P(3) + P(5) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

Solución: La probabilidad de sacar un número primo es  $\frac{2}{3}$ .

**39.**

$$a)P(12) = \frac{1}{12}$$

Solución: La probabilidad de sacar el volumen número doce es  $\frac{1}{12}$ .



$$b) P(\text{Par}) = P(2) + P(4) + P(6) + P(8) + P(10) + P(12) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

Solución: La probabilidad de sacar un volumen par es  $\frac{1}{2}$ .

$$c) P(\dot{3}) = P(3) + P(6) + P(9) + P(12) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

Solución: La probabilidad de sacar un volumen múltiplo de tres es  $\frac{1}{3}$ .

**40.**

Queremos que las extracciones se den en el orden siguiente:

$$1^a R \rightarrow R_1 \quad 2^a U \rightarrow U_2 \quad 3^a B \rightarrow B_3 \quad 4^a I \rightarrow I_4 \quad 5^a O \rightarrow O_5$$

Por lo tanto, tenemos que calcular

$$P(R_1 \cap U_2 \cap B_3 \cap I_4 \cap O_5) =$$

$$P(R_1) \cdot P\left(\frac{U_2}{R_1}\right) \cdot P\left(\frac{B_3}{R_1 \cap U_2}\right) \cdot P\left(\frac{I_4}{R_1 \cap U_2 \cap B_3}\right) \cdot P\left(\frac{O_5}{R_1 \cap U_2 \cap B_3 \cap I_4}\right)$$

$$P(R_1) = \frac{1}{5} \quad P\left(\frac{U_2}{R_1}\right) = \frac{1}{4} \quad P\left(\frac{B_3}{R_1 \cap U_2}\right) = \frac{1}{3}$$

$$P\left(\frac{I_4}{R_1 \cap U_2 \cap B_3}\right) = \frac{1}{2} \quad P\left(\frac{O_5}{R_1 \cap U_2 \cap B_3 \cap I_4}\right) = 1$$

$$P(R_1 \cap U_2 \cap B_3 \cap I_4 \cap O_5) = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{120}$$

Solución: La probabilidad de que las letras salgan en el mismo orden es  $\frac{1}{120}$ .

**41.**

$$a) P((6, \text{Par})) = P(6) \cdot P(\text{par}) = P(6) \cdot [P(2) + P(4) + P(6)] = \frac{1}{6} \cdot \frac{3}{6} = \frac{1}{12}$$

Solución: La probabilidad de sacar 6 en la primera tirada y un par en la segunda es  $\frac{1}{12}$ .

$$b) P((\text{primo}, 2 \cup 5)) = P(\text{primo}) \cdot P(2 \cup 5) = [P(1) + P(2) + P(3) + P(5)] \cdot \left[ P(2) + P(5) - \underbrace{P(2 \cap 5)}_0 \right] =$$

$$= \frac{4}{6} \cdot \frac{2}{6} = \frac{8}{36}$$

Solución:

La probabilidad de sacar un primo en la primera tirada y un dos o un cinco en la segunda es  $\frac{2}{9}$ .

c) Sea la tirada obtenida  $(x, y)$ , queremos saber  $P(x + y = 8)$

El espacio muestral de nuestro suceso es  $E = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ , pero los sucesos no son equiprobables, así que consideremos el suceso "lanzar dos veces un dado de seis caras". Su espacio muestral es  $E = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6),$

$(2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6),$   
 $(3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6),$   
 $(4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6),$   
 $(5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6),$   
 $(6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)\}$

y sus sucesos elementales son equiprobables.

El número de sucesos coincide con el número de variaciones con repetición de seis elementos tomados de dos en dos:  $VR_{6,2} = 6^2 = 36$

Suceso	Casos favorables	Número de casos favorables	Probabilidad
{2}	(1, 1)	1	$\frac{1}{36}$
{3}	(1, 2), (2, 1)	2	$\frac{2}{36}$
{4}	(1, 3), (2, 2), (3, 1)	3	$\frac{3}{36}$
{5}	(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)	4	$\frac{4}{36}$
{6}	(1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1)	5	$\frac{5}{36}$
{7}	(1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1)	6	$\frac{6}{36}$
{8}	(2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2)	5	$\frac{5}{36}$
{9}	(3, 6), (4, 5), (5, 4), (6, 3)	4	$\frac{4}{36}$
{10}	(4, 6), (5, 5), (6, 4)	3	$\frac{3}{36}$
{11}	(5, 6), (6, 5)	2	$\frac{2}{36}$
{12}	(6, 6)	1	$\frac{1}{36}$

Solución: La probabilidad de que entre las dos tiradas sumen 8 es  $\frac{5}{36}$ .

d) Sea la tirada obtenida  $(x, y)$ , queremos saber  $P(x \cdot y = 12)$

El espacio muestral de nuestro suceso es

$E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 15, 16, 18, 20, 24, 25, 30, 36\}$ , pero los sucesos no son equiprobables, así que consideremos el suceso "lanzar dos veces un dado de seis caras". Su

espacio muestral es  $E = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6),$   
 $(2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6),$   
 $(3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6),$   
 $(4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6),$   
 $(5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6),$   
 $(6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)\}$

y sus sucesos elementales son equiprobables.

El número de sucesos coincide con el número de variaciones con repetición de seis elementos tomados de dos en dos:  $VR_{6,2} = 6^2 = 36$

Suceso	Casos favorables	Número de casos favorables	Probabilidad
{1}	(1, 1)	1	$\frac{1}{36}$
{2}	(1, 2), (2, 1)	2	$\frac{2}{36}$
{3}	(1, 3), (3, 1)	2	$\frac{2}{36}$
{4}	(1, 4), (2, 2), (4, 1)	3	$\frac{3}{36}$
{5}	(1, 5), (5, 1)	2	$\frac{2}{36}$
{6}	(1, 6), (2, 3), (3, 2), (6, 1)	4	$\frac{4}{36}$
{8}	(2, 4), (4, 2)	2	$\frac{2}{36}$
{9}	(3, 3)	1	$\frac{1}{36}$
{10}	(2, 5), (5, 2)	2	$\frac{2}{36}$
{12}	(2, 6), (3, 4), (4, 3), (6, 2)	4	$\frac{4}{36}$
{15}	(3, 5), (5, 3)	2	$\frac{2}{36}$
{16}	(4, 4)	1	$\frac{1}{36}$
{18}	(3, 6), (6, 3)	2	$\frac{2}{36}$
{20}	(4, 5), (5, 4)	2	$\frac{2}{36}$
{24}	(4, 6), (6, 4)	2	$\frac{2}{36}$
{25}	(5, 5)	1	$\frac{1}{36}$
{30}	(5, 6), (6, 5)	2	$\frac{2}{36}$
{36}	(6, 6)	1	$\frac{1}{36}$

Solución:  $\boxed{\text{La probabilidad de que el producto de las dos tiradas sea 12 es } \frac{1}{18}.}$

$$e) P((\text{Par}, \text{Impar})) = P(\text{Par}) \cdot P(\text{Impar}) = [P(2) + P(4) + P(6)] \cdot [P(1) + P(3) + P(5)] = \frac{3}{6} \cdot \frac{3}{6} = \frac{1}{4}$$

Solución:  $\boxed{\text{La probabilidad de sacar par en la primera tirada y un impar en la segunda es } \frac{1}{4}.}$

#### 42.

a) El número de piezas de un dominó son 28, y sólo una de ellas es doble blanca. Aplicando la ley de Laplace tenemos:

$$P(\text{doble blanca}) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \frac{1}{28}$$

Solución:  $\boxed{P(\text{doble blanca}) = \frac{1}{28}}$

b) Si queremos que salga un seis, tenemos las siguientes posibilidades: (blanco,6), (1,6), (2,6), (3,6), (4,6), (5,6), (6,6). Es decir,

$$P(\text{sacar seis}) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \frac{7}{28}$$

Solución:  $\boxed{P(\text{sacar seis}) = \frac{1}{4}}$

c) Sólo existen siete fichas blancas: (blanco, blanco), (blanco, 1), (blanco, 2), (blanco, 3), (blanco, 4), (blanco, 5), (blanco, 6).

$$P(\text{sacar blanco}) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \frac{7}{28}$$

Solución:  $\boxed{P(\text{sacar blanco}) = \frac{1}{4}}$

d) Las fichas que suman diez son dos: (4,6) y (5,5).

$$P(\text{sumar diez}) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \frac{2}{28}$$

Solución:  $\boxed{P(\text{sumar diez}) = \frac{1}{14}}$

e) Las fichas cuyo producto es 12 son 2: (2, 6) y (3, 4).

$$P(\text{producto sea doce}) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \frac{2}{28}$$

Solución:  $P(\text{producto sea doce}) = \frac{1}{14}$

f) Las fichas cuya puntuación suma un número par son: (blanca, 2), (blanca, 4), (blanca, 6), (1, 1), (1, 3), (1, 5), (2, 2), (2, 4), (2, 6), (3, 3), (3, 5), (4, 4), (4, 6), (5, 5), (6, 6)

$$P(\text{suma par}) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \frac{15}{28}$$

Solución:  $P(\text{suma par}) = \frac{15}{28}$

### 43.

a) El espacio muestral de nuestro suceso es  $E = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ , pero los sucesos no son equiprobables, así que consideremos el suceso "lanzar dos veces un dado de seis caras". Su espacio muestral es  $E = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6),$

(2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6),  
 (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6),  
 (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6),  
 (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6),  
 (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)\}

y su sucesos elementales son equiprobables.

El número de sucesos coincide con el número de variaciones con repetición de seis elementos tomados de dos en dos:  $VR_{6,2} = 6^2 = 36$

Suceso	Casos favorables	Número de casos favorables	Probabilidad
{2}	(1, 1)	1	$\frac{1}{36}$
{3}	(1, 2), (2, 1)	2	$\frac{2}{36}$
{4}	(1, 3), (2, 2), (3, 1)	3	$\frac{3}{36}$
{5}	(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)	4	$\frac{4}{36}$
{6}	(1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1)	5	$\frac{5}{36}$
{7}	(1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1)	6	$\frac{6}{36}$
{8}	(2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2)	5	$\frac{5}{36}$
{9}	(3, 6), (4, 5), (5, 4), (6, 3)	4	$\frac{4}{36}$
{10}	(4, 6), (5, 5), (6, 4)	3	$\frac{3}{36}$
{11}	(5, 6), (6, 5)	2	$\frac{2}{36}$
{12}	(6, 6)	1	$\frac{1}{36}$

Solución: La probabilidad de que entre las dos tiradas sumen 5 es  $\frac{4}{36}$ .

b)

$$P(4 \cup 6) = P(4) + P(6) - \underbrace{P(4 \cap 6)}_0 = \frac{3}{36} + \frac{5}{36} = \frac{8}{36}$$

Solución: La probabilidad de que entre las dos tiradas sumen 4 o 6 es  $\frac{2}{9}$ .

c)

$$P(x > 10) = P(11) + P(12) = \frac{2}{36} + \frac{1}{36} = \frac{3}{36}$$

Solución: La probabilidad de que obtener un número mayor que 10 es  $\frac{1}{12}$ .

d)

$$P(\dot{3}) = P(3) + P(6) + P(9) + P(12) = \frac{2}{36} + \frac{5}{36} + \frac{4}{36} + \frac{1}{36} = \frac{12}{36}$$

Solución: La probabilidad de obtener un múltiplo de tres es  $\frac{1}{3}$ .

e)

$$P(\dot{5}) = P(5) + P(10) = \frac{4}{36} + \frac{3}{36} = \frac{7}{36}$$

Solución: La probabilidad de obtener un múltiplo de cinco es  $\frac{7}{36}$ .

f)

$$P(\dot{2}) = P(2) + P(4) + P(6) + P(8) + P(10) + P(12) = \frac{1}{36} + \frac{3}{36} + \frac{5}{36} + \frac{5}{36} + \frac{3}{36} + \frac{1}{36} = \frac{18}{36}$$

Solución: La probabilidad de obtener un número par es  $\frac{1}{2}$ .

## ACTIVIDADES FINALES

- 44. En una clase con 30 alumnos, la probabilidad de elegir al azar a un chico es 0'6. ¿Cuántos chicos hay en la clase?
- 45. Lanzamos al aire dos dados de seis caras y multiplicamos las puntuaciones obtenidas. Calcula la probabilidad de los siguientes sucesos:
- Obtener 6 como resultado.
  - Obtener 20 como resultado.
  - Obtener como resultado un número par.
  - Obtener 8 como resultado.
  - Obtener como resultado un múltiplo de 5.
  - Obtener como resultado un número menor que 4.
- 46. Introducimos en una bolsa todas las letras de la palabra «MENTOL» y sacamos 4 letras al azar. Calcula la probabilidad de que las letras «ME» sean elegidas.
- 47. Ana y Alberto van al cine junto a 3 amigos más. Se sientan al azar en 5 asientos consecutivos. ¿Cuál es la probabilidad de que Ana y Alberto se sienten juntos?

### Composición de sucesos independientes

- 48. Sean  $A$  y  $B$  dos sucesos independientes tal que  $P(A) = 0'3$  y  $P(B) = 0'4$ . Calcula:
- $P(A \cap B)$
  - $P(A \cup B)$
  - $P(\bar{A} \cap \bar{B})$
  - $P(\bar{A} \cup \bar{B})$
- Nota:  $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$

- 49. De una urna que contiene 10 bolas numeradas del 0 al 9 se extrae una bola y, a continuación, se lanza una moneda al aire. Calcula la probabilidad de los siguientes sucesos:
- Sacar un 3 de la urna y obtener cara.
  - Sacar un 0 de la urna y obtener cruz.
  - Sacar un múltiplo de 3 de la urna y obtener cara.
  - Sacar un número par de la urna.
- 50. Lanzamos un dado de seis caras 3 veces. Calcula la probabilidad de los siguientes sucesos:
- Obtener un 1, un 3 y un 5.
  - Obtener un 2, un 3 y un número par.
  - Obtener un único 2.
- 51. Se lanza dos veces un dado de seis caras. Calcula la probabilidad de los siguientes sucesos:
- Obtener un 2 y un 1.
  - Obtener un 5.
  - Obtener dos 5.
  - No obtener ningún 5.
  - Obtener, al menos, un 5.

- 52. Lanzamos dos dados de seis caras al aire. Calcula la probabilidad de los siguientes sucesos:
- Que la suma de las puntuaciones sume 7.
  - Que el producto de las puntuaciones sea 24.
  - Obtener un 1.
  - No obtener ningún 1.
  - Obtener, al menos, un 1.
- 53. Una moneda está trucada, de forma que la probabilidad de salir cara es el doble de la probabilidad de salir cruz. Si lanzamos esta moneda tres veces, calcula la probabilidad de los siguientes sucesos:
- Que salgan 3 caras.
  - Que salgan 2 caras.
  - Que no salga ninguna cara.
  - Que salga, al menos, una cara.
- 54. De una urna que contiene 3 bolas blancas, 5 bolas verdes, 3 bolas azules y 1 bola roja, se extrae una bola, que se vuelve a introducir en la urna y se saca otra bola. Calcula la probabilidad de los siguientes sucesos:
- Que las dos bolas sean azules.
  - Que la primera bola sea blanca y la segunda roja.
  - Que una de las bolas sea roja.
  - Que una de las bolas sea verde.
  - Que las dos bolas sean verdes.
  - Que ninguna de las bolas sea verde.
  - Que alguna bola sea verde.

### Probabilidad de sucesos dependientes

- 55. En una clase de 25 alumnos hay 11 chicos y 14 chicas. Si se eligen dos alumnos al azar, calcula la probabilidad de los siguientes sucesos:
- Que el primero sea chico y el segundo chica.
  - Que los dos sean chicos.
  - Que los dos sean chicas.
  - Que uno de ellos sea chico.
  - Que al menos uno de ellos sea chica.
- 56. En una clase hay 27 alumnos, 12 chicos y 15 chicas. De los chicos, hay 7 que llevan chándal y de las chicas 3. Se elige un alumno al azar. Calcula la probabilidad de los siguientes sucesos:
- Que vista con chándal.
  - Que sea chico y no lleve chándal.
  - Que sea chica y lleve chándal.
  - Que sea chica y no lleve chándal.
  - Que sea chico y lleve chándal.

## SOLUCIONES

---

44. Por la regla de Laplace sabemos que la probabilidad de elegir un chico la calculamos dividiendo los casos favorables entre los posibles, entonces:

$$P(\text{chico}) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \frac{x}{30} = 0'6 \Rightarrow x = 18$$

Solución: En la clase hay 18 chicos.

45.

El espacio muestral de nuestro suceso es

$E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 15, 16, 18, 20, 24, 25, 30, 36\}$ , pero los sucesos no son equiprobables, así que consideremos el suceso "lanzar dos veces un dado de seis caras". Su espacio muestral es  $E = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6),$

$(2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6),$   
 $(3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6),$   
 $(4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6),$   
 $(5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6),$   
 $(6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)\}$

y sus sucesos elementales son equiprobables.

El número de sucesos coincide con el número de variaciones con repetición de seis elementos tomados de dos en dos:  $VR_{6,2} = 6^2 = 36$

Suceso	Casos favorables	Número de casos favorables	Probabilidad
{1}	(1, 1)	1	$\frac{1}{36}$
{2}	(1, 2), (2, 1)	2	$\frac{2}{36}$
{3}	(1, 3), (3, 1)	2	$\frac{2}{36}$
{4}	(1, 4), (2, 2), (4, 1)	3	$\frac{3}{36}$
{5}	(1, 5), (5, 1)	2	$\frac{2}{36}$
{6}	(1, 6), (2, 3), (3, 2), (6, 1)	4	$\frac{4}{36}$
{8}	(2, 4), (4, 2)	2	$\frac{2}{36}$
{9}	(3, 3)	1	$\frac{1}{36}$
{10}	(2, 5), (5, 2)	2	$\frac{3}{36}$
{12}	(2, 6), (3, 4), (4, 3), (6, 2)	4	$\frac{2}{36}$
{15}	(3, 5), (5, 3)	2	$\frac{2}{36}$
{16}	(4, 4)	1	$\frac{1}{36}$
{18}	(3, 6), (6, 3)	2	$\frac{2}{36}$



{20}	(4, 5), (5, 4)	2	$\frac{2}{36}$
{24}	(4, 6), (6, 4)	2	$\frac{2}{36}$
{25}	(5, 5)	1	$\frac{1}{36}$
{30}	(5, 6), (6, 5)	2	$\frac{2}{36}$
{36}	(6, 6)	1	$\frac{1}{36}$

a)

Solución: La probabilidad de obtener seis es  $\frac{1}{9}$ .

b)

Solución: La probabilidad de obtener 20 es  $\frac{1}{18}$ .

c)

$$P(\dot{2}) =$$

$$P(2) + P(4) + P(6) + P(8) + P(10) + P(12) + P(16) + P(18) + P(20) + P(24) + P(30) + P(36) =$$

$$\frac{2}{36} + \frac{3}{36} + \frac{4}{36} + \frac{2}{36} + \frac{3}{36} + \frac{2}{36} + \frac{1}{36} + \frac{2}{36} + \frac{2}{36} + \frac{2}{36} + \frac{2}{36} + \frac{1}{36} = \frac{26}{36}$$

Solución: La probabilidad de obtener un número par es  $\frac{13}{18}$ .

d)

Solución: La probabilidad de obtener ocho es  $\frac{1}{18}$ .

e)

$$P(\dot{5}) = P(5) + P(10) + P(15) + P(20) + P(25) + P(30) = \frac{2}{36} + \frac{3}{36} + \frac{2}{36} + \frac{2}{36} + \frac{1}{36} + \frac{2}{36} = \frac{12}{36}$$

Solución: La probabilidad de obtener un múltiplo de cinco es  $\frac{1}{3}$ .

f)

$$P(x < 4) = P(1) + P(2) + P(3) = \frac{1}{36} + \frac{2}{36} + \frac{2}{36} = \frac{3}{36}$$

Solución: La probabilidad de obtener un número menor que cuatro es  $\frac{1}{12}$ .

46.

Las extracciones puede darse en el orden siguiente:

caso a)  $1^a M \rightarrow M_1$        $2^a E \rightarrow E_2$

caso b)  $1^a \overline{M} \cap \overline{E} \rightarrow \overline{M}_1 \cap \overline{E}_1$        $2^a M \rightarrow M_2$        $3^a E \rightarrow E_3$

caso c)  $1^a \overline{M} \cap \overline{E} \rightarrow \overline{M}_1 \cap \overline{E}_1$        $2^a \overline{M} \cap \overline{E} \rightarrow \overline{M}_2 \cap \overline{E}_2$

$3^a M \rightarrow M_3$        $4^a E \rightarrow E_4$

caso d)  $1^a \overline{M} \cap \overline{E} \rightarrow \overline{M}_1 \cap \overline{E}_1$        $2^a \overline{M} \cap \overline{E} \rightarrow \overline{M}_2 \cap \overline{E}_2$

$3^a \overline{M} \cap \overline{E} \rightarrow \overline{M}_3 \cap \overline{E}_3$        $4^a M \rightarrow M_4$        $5^a E \rightarrow E_5$

caso e)  $1^a \overline{M} \cap \overline{E} \rightarrow \overline{M}_1 \cap \overline{E}_1$        $2^a \overline{M} \cap \overline{E} \rightarrow \overline{M}_2 \cap \overline{E}_2$

$3^a \overline{M} \cap \overline{E} \rightarrow \overline{M}_3 \cap \overline{E}_3$        $4^a \overline{M} \cap \overline{E} \rightarrow \overline{M}_4 \cap \overline{E}_4$

$5^a M \rightarrow M_5$        $6^a E \rightarrow E_6$

Por lo tanto, tenemos que calcular

$$P(M_n \cap E_{n+1}) = P(\text{caso a}) + P(\text{caso b}) + P(\text{caso c}) + P(\text{caso d}) + P(\text{caso e}) =$$

$$= \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{5} + \frac{4}{6} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{4} + \frac{4}{6} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} + \frac{4}{6} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{4}{6} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{6}$$

Solución: La probabilidad de que salgan ME es  $\frac{1}{6}$ .

47.

Llamemos A al suceso "Ana y Alberto sentados juntos". Existen dos posibilidades, posición a) ANA-ALBERTO.

posición b) ALBERTO-ANA.

$$P(A) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \frac{P(a) + P(b)}{V_{5,3}} = \frac{2}{60}$$

Solución: La probabilidad de que se sienten juntos es  $\frac{1}{30}$

### Composición de sucesos independientes.

48.

a)  $P(A \cap B) = 0$  porque los sucesos son incompatibles.

b)  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - \underbrace{P(A \cap B)}_0 = 0'3 + 0'4 = 0'7$   
porque A y B son incompatibles.

c)  $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 0'3$

d)  $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B) = 1$

49.

$$a) P(3 \cap C) = P(3) \cdot P(C) = \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{20}$$

\* Esa igualdad es cierta porque ambos sucesos son independientes.

$$b) P(0 \cap X) = P(0) \cdot P(X) = \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{20}$$

$$c) P(\dot{3} \cap C) = P(\dot{3}) \cdot P(C) = [P(3) + P(6) + P(9)] \cdot P(C) = \frac{3}{10} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{20}$$

$$d) P(\dot{2}) = P(2) + P(4) + P(6) + P(8) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

50.

a) Las extracciones puede darse en el orden siguiente:

$$\text{caso a) } 1^a \ 1 \rightarrow 1_1 \quad 2^a \ 3 \rightarrow 3_2 \quad 3^a \ 5 \rightarrow 5_3$$

$$\text{caso b) } 1^a \ 1 \rightarrow 1_1 \quad 2^a \ 5 \rightarrow 5_2 \quad 3^a \ 3 \rightarrow 3_3$$

$$\text{caso c) } 1^a \ 3 \rightarrow 3_1 \quad 2^a \ 1 \rightarrow 1_2 \quad 3^a \ 5 \rightarrow 5_3$$

$$\text{caso d) } 1^a \ 3 \rightarrow 3_1 \quad 2^a \ 5 \rightarrow 5_2 \quad 3^a \ 1 \rightarrow 1_3$$

$$\text{caso e) } 1^a \ 5 \rightarrow 5_1 \quad 2^a \ 1 \rightarrow 1_2 \quad 3^a \ 3 \rightarrow 3_3$$

$$\text{caso f) } 1^a \ 5 \rightarrow 5_1 \quad 2^a \ 3 \rightarrow 3_2 \quad 3^a \ 1 \rightarrow 1_3$$

Por lo tanto, tenemos que calcular

$$P(1 \cap 2 \cap 3) = P(\text{caso a}) + P(\text{caso b}) + P(\text{caso c}) + P(\text{caso d}) + P(\text{caso e}) + P(\text{caso f}) = \\ = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$$

Solución: La probabilidad de que salgan un 1, un 3 y un 5 es  $\frac{1}{36}$ .

b) Las extracciones puede darse en el orden siguiente:

$$\text{caso a) } 1^a \ 2 \rightarrow 2_1 \quad 2^a \ 3 \rightarrow 3_2 \quad 3^a \ \text{par} \rightarrow \text{par}_3$$

$$\text{caso b) } 1^a \ 2 \rightarrow 2_1 \quad 2^a \ \text{par} \rightarrow \text{par}_3 \quad 3^a \ 3 \rightarrow 3_3$$

$$\text{caso c) } 1^a \ 3 \rightarrow 3_1 \quad 2^a \ 2 \rightarrow 2_2 \quad 3^a \ \text{par} \rightarrow \text{par}_3$$

$$\text{caso d) } 1^a \ 3 \rightarrow 3_1 \quad 2^a \ \text{par} \rightarrow \text{par}_3 \quad 3^a \ 2 \rightarrow 2_3$$

$$\text{caso e) } 1^a \ \text{par} \rightarrow \text{par}_3 \quad 2^a \ 2 \rightarrow 2_2 \quad 3^a \ 3 \rightarrow 3_3$$

$$\text{caso f) } 1^a \ \text{par} \rightarrow \text{par}_3 \quad 2^a \ 3 \rightarrow 3_2 \quad 3^a \ 2 \rightarrow 2_3$$

Por lo tanto, tenemos que calcular

$$P(2 \cap 3 \cap \dot{2}) = P(\text{caso a}) + P(\text{caso b}) + P(\text{caso c}) + P(\text{caso d}) + P(\text{caso e}) + P(\text{caso f}) = \\ = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{3}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{3}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{3}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{3}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{12}$$

Solución: La probabilidad de que salgan un 2, un 3 y un par es  $\frac{1}{12}$ .

c) Las extracciones puede darse en el orden siguiente:

$$\text{caso a) } 1^a \ 2 \rightarrow 2_1 \quad 2^a \ 2^c \rightarrow 2^c_2 \quad 3^a \ 2^c \rightarrow 2^c_3$$

$$\text{caso b) } 1^a \ 2^c \rightarrow 2^c_1 \quad 2^a \ 2 \rightarrow 2_3 \quad 3^a \ 2^c \rightarrow 2^c_3$$

$$\text{caso c) } 1^a \ 2^c \rightarrow 2^c_1 \quad 2^a \ 2^c \rightarrow 2^c_2 \quad 3^a \ 2 \rightarrow 2_3$$

Por lo tanto, tenemos que calcular

$$\begin{aligned} P(2 \cap 2^c \cap 2^c) &= P(\text{caso a}) + P(\text{caso b}) + P(\text{caso c}) = \\ &= \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{4}{6} + \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} + \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{3}{6} = \frac{25}{24} \end{aligned}$$

Solución: La probabilidad de que salga un único dos es  $\frac{25}{24}$ .

### 51.

a) Las extracciones puede darse en el orden siguiente:

$$\text{caso a) } 1^a \ 1 \rightarrow 1_1 \quad 2^a \ 2 \rightarrow 2_2$$

$$\text{caso b) } 1^a \ 2 \rightarrow 2_1 \quad 2^a \ 1 \rightarrow 1_2$$

Por lo tanto, tenemos que calcular

$$\begin{aligned} P(1 \cap 2) &= P(\text{caso a}) + P(\text{caso b}) = \\ &= \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{18} \end{aligned}$$

Solución: La probabilidad de que salgan un 1 y un 2 es  $\frac{1}{18}$ .

b) Las extracciones puede darse en el orden siguiente:

$$\text{caso a) } 1^a \ 5 \rightarrow 5_1 \quad 2^a \ \text{cualquier número distinto de } 5 \rightarrow \bar{5}_2$$

$$\text{caso b) } 1^a \ \text{cualquier número distinto de } 5 \rightarrow \bar{5}_2 \quad 2^a \ 5 \rightarrow 5_2$$

Por lo tanto, tenemos que calcular

$$\begin{aligned} P(5) &= P(\text{caso a}) + P(\text{caso b}) = \\ &= \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} + \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{5}{18} \end{aligned}$$

Solución: La probabilidad de que salga un 5 es  $\frac{5}{18}$ .

$$\text{c) } P(5) = P(5_1) \cdot P\left(\frac{5_2}{5_1}\right) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$$

Solución: La probabilidad de que salgan dos 5 es  $\frac{1}{36}$ .

$$d) P(\bar{5}) = P(\bar{5}_1) \cdot P\left(\frac{\bar{5}_2}{\bar{5}_1}\right) = \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{36}$$

Solución: La probabilidad de que no salga ningún 5 es  $\frac{25}{36}$ .

$$e) P(\text{al menos un } 5) = 1 - P(\bar{5}) = 1 - \frac{25}{36} = \frac{11}{36}$$

Solución: La probabilidad de que salga al menos un 5 es  $\frac{11}{36}$ .

**52.**

a) El espacio muestral de nuestro suceso es  $E = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$ , pero los sucesos no son equiprobables, así que consideremos el suceso "lanzar dos veces un dado de seis caras". Su espacio muestral

$E = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6),$   
 $(3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6),$   
 $(5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)\}$

y sus sucesos elementales son equiprobables.

El número de sucesos coincide con el número de variaciones con repetición de seis elementos tomados de dos en dos:  $VR_{6,2} = 6^2 = 36$

Suceso	Casos favorables	Número de casos favorables	Probabilidad
{2}	(1, 1)	1	$\frac{1}{36}$
{3}	(1, 2), (2, 1)	2	$\frac{2}{36}$
{4}	(1, 3), (2, 2), (3, 1)	3	$\frac{3}{36}$
{5}	(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)	4	$\frac{4}{36}$
{6}	(1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1)	5	$\frac{5}{36}$
{7}	(1, 6), (2, 5), (5, 2), (3, 4), (4, 3), (6, 1)	6	$\frac{6}{36}$
{8}	(2, 6), (3, 5), (5, 3), (6, 2)	4	$\frac{4}{36}$
{9}	(3, 6), (4, 5), (5, 4), (6, 3)	4	$\frac{4}{36}$
{10}	(4, 6), (5, 5), (6, 4)	3	$\frac{3}{36}$
{11}	(5, 6), (6, 5)	2	$\frac{2}{36}$
{12}	(6, 6)	1	$\frac{1}{36}$

Solución: La probabilidad de que sumen 7 es  $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$ .

b) El espacio muestral de nuestro suceso es

$E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 15, 16, 18, 20, 24, 25, 30, 36\}$ , pero los sucesos no son equiprobables, así que consideremos el suceso "lanzar dos veces un dado de seis caras". Su espacio muestral es  $E = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6),$

$(2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6),$   
 $(3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6),$   
 $(4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6),$   
 $(5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6),$   
 $(6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)\}$

y sus sucesos elementales son equiprobables.

El número de sucesos coincide con el número de variaciones con repetición de seis elementos tomados de dos en dos:  $VR_{6,2} = 6^2 = 36$

Suceso	Casos favorables	Número de casos favorables	Probabilidad
{1}	(1, 1)	1	$\frac{1}{36}$
{2}	(1, 2), (2, 1)	2	$\frac{2}{36}$
{3}	(1, 3), (3, 1)	2	$\frac{2}{36}$
{4}	(1, 4), (2, 2), (4, 1)	3	$\frac{3}{36}$
{5}	(1, 5), (5, 1)	2	$\frac{2}{36}$
{6}	(1, 6), (2, 3), (3, 2), (6, 1)	4	$\frac{4}{36}$
{8}	(2, 4), (4, 2)	2	$\frac{2}{36}$
{9}	(3, 3)	1	$\frac{1}{36}$
{10}	(2, 5), (5, 2)	2	$\frac{2}{36}$
{12}	(2, 6), (3, 4), (4, 3), (6, 2)	4	$\frac{4}{36}$
{15}	(3, 5), (5, 3)	2	$\frac{2}{36}$
{16}	(4, 4)	1	$\frac{1}{36}$
{18}	(3, 6), (6, 3)	2	$\frac{2}{36}$
{20}	(4, 5), (5, 4)	2	$\frac{2}{36}$
{24}	(4, 6), (6, 4)	2	$\frac{2}{36}$
{25}	(5, 5)	1	$\frac{1}{36}$
{30}	(5, 6), (6, 5)	2	$\frac{2}{36}$
{36}	(6, 6)	1	$\frac{1}{36}$

Solución: La probabilidad de que el producto sea 24 es  $\frac{1}{18}$ .

c) Las extracciones puede ser las siguientes:

caso a) obtener 1 en el primer dado pero no en el segundo.

caso b) obtener 1 en el segundo dado pero no en el primero.

$$P(1) = P(\text{caso a}) + P(\text{caso b}) = \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} + \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{5}{18}$$

Solución: La probabilidad de que salga un 1 es  $\frac{5}{18}$ .

$$d) P(\bar{1}) = \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{36}$$

Solución: La probabilidad de que no salga ningún 1 es  $\frac{25}{36}$ .

$$e) P(\text{al menos un 1}) = 1 - P(\bar{1}) = 1 - \frac{25}{36} = \frac{11}{36}$$

Solución: La probabilidad de que salga al menos un 1 es  $\frac{11}{36}$ .

### 53.

Si la probabilidad de cara es el doble que la de cruz, entonces:

$$P(X) = \frac{1}{3} \text{ y } P(C) = \frac{2}{3}$$

$$a) P(3 \text{ caras}) = P(C_1) \cdot P\left(\frac{C_2}{C_1}\right) \cdot P\left(\frac{C_3}{C_1 \cap C_2}\right) = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{27}$$

Solución: La probabilidad de que salgan tres caras es  $\frac{8}{27}$ .

b) Los casos posibles son:

$$\text{caso a) } 1^{\text{a}} C \rightarrow C_1 \quad 2^{\text{a}} C \rightarrow C_2 \quad 3^{\text{a}} X \rightarrow X_3$$

$$\text{caso b) } 1^{\text{a}} C \rightarrow C_1 \quad 2^{\text{a}} X \rightarrow X_2 \quad 3^{\text{a}} C \rightarrow C_3$$

$$\text{caso c) } 1^{\text{a}} X \rightarrow X_1 \quad 2^{\text{a}} C \rightarrow C_2 \quad 3^{\text{a}} C \rightarrow C_3$$

$$P(2 \text{ caras}) = P(\text{caso 1}) + P(\text{caso 2}) + P(\text{caso 3}) = 3 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{4}{9}$$

Solución: La probabilidad de que salgan dos caras es  $\frac{4}{9}$ .

$$\text{c) } P(\bar{C}) = P(3X) = P(X_1) \cdot P\left(\frac{X_2}{X_1}\right) \cdot P\left(\frac{X_3}{X_1 \cap X_2}\right) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{27}$$

Solución: La probabilidad de que no salga ninguna cara es  $\frac{1}{27}$ .

$$\text{d) } P(\text{al menos una } C) = 1 - P(\bar{C}) = 1 - \frac{1}{27} = \frac{26}{27}$$

Solución: La probabilidad de que salga al menos una cara es  $\frac{26}{27}$ .

**54.**

$$\text{a) } P(2A) = P(A_1) \cdot P\left(\frac{A_2}{A_1}\right) = \frac{3}{12} \cdot \frac{3}{12} = \frac{1}{16}$$

Solución: La probabilidad de que salgan dos bolas azules es  $\frac{1}{16}$ .

$$\text{b) } P(B_1 \cap R_2) = P(B_1) \cdot P\left(\frac{R_2}{B_1}\right) = P(B_1) \cdot P(R_2) = \frac{3}{12} \cdot \frac{1}{12} = \frac{1}{48}$$

Solución: La probabilidad de que la primera bola sea blanca y la segunda roja es  $\frac{1}{48}$ .

$$\text{c) } P(R) = P(R_1) \cdot P\left(\frac{\bar{R}_2}{R_1}\right) + P(R_1) \cdot P\left(\frac{R_2}{R_1}\right) = P(R_1) \cdot P(\bar{R}_2) + P(R_1) \cdot P(R_2) = \frac{1}{12} \cdot \frac{11}{12} + \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{12} = \frac{1}{12}$$

Solución: La probabilidad de que alguna bola sea roja es  $\frac{1}{12}$ .



$$d) P(V) = P(V_1) \cdot P\left(\frac{\bar{V}_2}{V_1}\right) + P(V_1) \cdot P\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = P(V_1) \cdot P(\bar{V}_2) + P(V_1) \cdot P(V_2) = \frac{5}{12} \cdot \frac{7}{12} + \frac{5}{12} \cdot \frac{5}{12} = \frac{5}{12}$$

Solución: La probabilidad de que alguna bola sea verde es  $\frac{5}{12}$ .

$$e) P(2V) = P(V_1) \cdot P\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = P(V_1) \cdot P(V_2) = \frac{5}{12} \cdot \frac{5}{12} = \frac{25}{144}$$

Solución: La probabilidad de que las dos bolas sean verdes es  $\frac{25}{144}$ .

$$f) P(\bar{V}) = P(\bar{V}_1) \cdot P\left(\frac{\bar{V}_2}{\bar{V}_1}\right) = P(\bar{V}_1) \cdot P(\bar{V}_2) = \frac{7}{12} \cdot \frac{7}{12} = \frac{49}{144}$$

Solución: La probabilidad de que ninguna bola sea verde es  $\frac{49}{144}$ .

$$g) P(\text{al menos una bola verde}) = 1 - P(\bar{V}) = 1 - \frac{49}{144} = \frac{95}{144}$$

Solución: La probabilidad de que ninguna bola sea verde es  $\frac{95}{144}$ .

### Probabilidad de sucesos dependientes.

55.

Llamaremos  $A$  al suceso "salir chica" y  $O$  al suceso "salir chico".

$$a) P(O_1 \cap A_2) = P(O_1) \cdot P\left(\frac{A_2}{O_1}\right) = \frac{11}{25} \cdot \frac{14}{24} = \frac{77}{300} = 0'2567$$

Solución: La probabilidad de que el primero sea chico y la segunda sea chica es 0'2567.

$$b) P(O_1 \cap O_2) = P(O_1) \cdot P\left(\frac{O_2}{O_1}\right) = \frac{11}{25} \cdot \frac{10}{24} = \frac{11}{60} = 0'1833$$

Solución: La probabilidad de que los dos sean chicos es 0'1833.

$$c) P(A_1 \cap A_2) = P(A_1) \cdot P\left(\frac{A_2}{A_1}\right) = \frac{14}{25} \cdot \frac{13}{24} = \frac{91}{60} = 0'3033$$

Solución: La probabilidad de que las dos sean chicas es 0'3033.

$$d) P(O) = P(O_1) \cdot P\left(\frac{A_2}{O_1}\right) + P(A_1) \cdot P\left(\frac{O_2}{A_1}\right) = \frac{11}{25} \cdot \frac{14}{24} + \frac{14}{25} \cdot \frac{11}{24} = \frac{77}{150} = 0'5133$$

Solución: La probabilidad de que haya al menos un chico es 0'5133.

$$e) P(\text{al menos una chica}) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - P(O_1 \cap O_2) = 1 - \frac{11}{60} = \frac{49}{60} = 0'8167$$

Solución: La probabilidad de que al menos haya una chica es 0'8167.

**56.**

Llamaremos  $A$  al suceso "salir chica",  $O$  al suceso "salir chico" y  $Ch$  al suceso "llevar chandal"

$$a) P(Ch) = P(O) \cdot P(Ch/O) + P(A) \cdot P(Ch/A) = \frac{12}{27} \cdot \frac{7}{12} + \frac{15}{27} \cdot \frac{3}{15} = \frac{10}{27}$$

Solución: La probabilidad de que lleve chandal es  $\frac{10}{27}$ .

$$b) P(O \cap \bar{Ch}) = P(O) \cdot P(\bar{Ch}/O) = \frac{12}{27} \cdot \frac{5}{12} = \frac{5}{27}$$

Solución: La probabilidad de elegir a un chico sin chandal es  $\frac{5}{27}$ .

$$c) P(A \cap Ch) = P(A) \cdot P(Ch/A) = \frac{15}{27} \cdot \frac{3}{15} = \frac{1}{9}$$

Solución: La probabilidad de elegir a una chica con chandal es  $\frac{1}{9}$ .

$$d) P(A \cap \bar{Ch}) = P(A) \cdot P(\bar{Ch}/A) = \frac{15}{27} \cdot \frac{12}{15} = \frac{4}{9}$$

Solución: La probabilidad de elegir a una chica sin chandal es  $\frac{4}{9}$ .

$$e) P(O \cap Ch) = P(O) \cdot P(Ch/O) = \frac{12}{27} \cdot \frac{7}{12} = \frac{7}{27}$$

Solución: La probabilidad de elegir a un chico con chandal es  $\frac{7}{27}$ .

- 57. Una urna contiene 10 bolas numeradas del 0 al 9. Si extraemos tres bolas de manera consecutiva, calcula la probabilidad de los siguientes sucesos:

  - a) Obtener el 1, luego el 2 y finalmente el 4.
  - b) Obtener el 0, el 9 y un número par.
  - c) Obtener el 1.
  - d) Que no aparezca el 3.
- 58. Antonio está barajando un mazo de cartas de la baraja española y se le caen tres cartas al suelo. ¿Cuál será la probabilidad de que las tres cartas sean una figura?
- 59. De una bolsa que contiene 5 bolas negras y 3 bolas blancas se extraen dos bolas de manera consecutiva. Calcula la probabilidad de que las dos bolas sean del mismo color.
- 60. De una urna que contiene 2 bolas blancas, 3 bolas negras, 4 bolas verdes y 5 bolas rojas se extraen dos bolas al azar. Calcula la probabilidad de que ocurran los siguientes sucesos:

  - a) Que la primera bola sea blanca y la segunda verde.
  - b) Que las dos bolas sean negras.
  - c) Que una de las bolas sea roja.
  - d) Que ninguna bola sea roja.
  - e) Que, al menos, una bola sea roja.
- 61. Tres amigos escriben en papeles separados su profesión y su nombre y los introducen en dos bolsas distintas. Si emparejan, al azar, un nombre con una profesión, calcula la probabilidad de los siguientes sucesos:

  - a) Que los nombres y las profesiones coincidan.
  - b) Que ninguno de los nombres coincida con su profesión.
- 62. En una clase hay 30 alumnos, 14 chicos y 16 chicas. A 10 de los chicos les gusta el fútbol y a 4 de las chicas también. Si se elige un alumno al azar, calcula la probabilidad de los siguientes sucesos:

  - a) Que sea chico y le guste el fútbol.
  - b) Que sea chica y no le guste el fútbol.
  - c) Que sea chico y no le guste el fútbol.
  - d) Que sea chica y le guste el fútbol.
- 63. En un circo hay 10 tigres, 4 machos y 6 hembras. De los machos 1 es blanco y de las hembras 2 son blancas. Si se cogen al azar dos tigres, calcula la probabilidad de los siguientes sucesos:

  - a) Que los dos sean machos, uno de ellos blanco.
  - b) Que uno de ellos sea hembra.
  - c) Que las dos sean hembras blancas.
  - d) Que sean una hembra blanca y un macho.
  - e) Que los dos sean blancos.
- 64. Tenemos dos urnas, una con 3 bolas blancas y 4 negras, y la otra con 1 bola blanca y 5 negras. Calcula la probabilidad de extraer una bola negra de alguna urna.

## AUTOEVALUACIÓN

1. Se lanza al aire un dado de cuatro caras y otro de seis caras, y después se suman sus puntuaciones. Determina el espacio muestral.
2. Se lanza un dado de doce caras. Calcula la probabilidad de obtener un número mayor que 9.
3. Dados los conjuntos  $A = \{1, 2, 3, 4, 7\}$ ,  $B = \{2, 4, 5, 7\}$  y  $C = \{2, 4, 8, 9\}$ , calcula:
  - a)  $A \cap B$
  - b)  $\overline{A \cup B}$
  - c)  $\overline{A \cup C}$
  - d)  $A \cup (B \cap C)$
4. Si  $A$  y  $B$  son dos sucesos independientes tal que  $P(A) = 0'3$  y  $P(B) = 0'64$ , calcula la probabilidad de  $A \cup B$ .
5. En un instituto hay 300 alumnos, de ellos 120 juegan al fútbol, 57 juegan al baloncesto, 35 juegan al tenis y el resto no practica ningún deporte. Si elegimos dos alumnos consecutivamente, calcula la probabilidad de los siguientes sucesos:
  - a) Que los dos alumnos jueguen al fútbol.
  - b) Que un alumno juegue al fútbol y el otro al baloncesto.
  - c) Que los dos alumnos no practiquen ningún deporte.
6. La probabilidad de que un alumno juegue al fútbol es de  $0'7$ . Si hay 160 alumnos, ¿cuántos juegan al fútbol?
7. Se lanza tres veces una moneda. Calcula la probabilidad de los siguientes sucesos:
  - a) Obtener 3 caras.
  - b) Obtener 2 caras.
  - c) Obtener, al menos, una cara.
8. De una urna con 3 bolas blancas, 4 bolas azules y 5 bolas negras, se extraen tres bolas consecutivamente. Calcula la probabilidad de los siguientes sucesos:
  - a) Que todas las bolas sean blancas.
  - b) Que las dos primeras bolas sean azules y la otra negra.
  - c) Que salga una bola negra.
9. En una granja hay 10 toros y 15 vacas; 7 de los toros son negros y 10 vacas son blancas y negras. Si elegimos un animal al azar, calcula la probabilidad de los siguientes sucesos:
  - a) Es toro y no es negro.
  - b) Es vaca y es blanca y negra.
  - c) Es toro y es negro.
10. En un cajón tenemos 16 calcetines rojos y 12 calcetines negros. Si cogemos dos calcetines al azar, ¿qué probabilidad hay de que los dos sean del mismo color? →

## SOLUCIONES

---

57.

$$a) P(1 \cap 2 \cap 4) = P(1) \cdot P\left(\frac{2}{1}\right) \cdot P\left(\frac{4}{1 \cap 2}\right) = \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{720} = 0'00139$$

Solución: La probabilidad de sacar el 1, el 2 y el 4 ordenadamente es 0'00139.

$$b) P(0 \cap 9 \cap \dot{2}) = P(0) \cdot P\left(\frac{9}{0}\right) \cdot P\left(\frac{\dot{2}}{0 \cap 9}\right) = P(0) \cdot P\left(\frac{9}{0}\right) \cdot P(2 \cup 4 \cup 6 \cup 8 / 0 \cap 9) = \\ = \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{9} \cdot \frac{4}{8} = \frac{1}{180} = 0'0056$$

Solución: La probabilidad de sacar el 0, el 9 y un par es 0'0056.

$$c) P(1) = P(1_1) + P(1_2) + P(1_3) = \frac{1}{10} + \frac{9}{10} \cdot \frac{1}{9} + \frac{9}{10} \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{1}{8} = \frac{3}{10} = 0'3$$

Solución: La probabilidad de sacar un 1 es 0'3.

$$d) P(\bar{3}) = P(\bar{3}_1) \cdot P\left(\frac{\bar{3}_2}{\bar{3}_1}\right) \cdot P\left(\frac{\bar{3}_3}{\bar{3}_1 \cap \bar{3}_2}\right) = \\ = \frac{9}{10} \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{7}{8} = \frac{7}{10} = 0'7$$

Solución: La probabilidad de no sacar un 3 es 0'7.

58.

Aplicando Laplace tenemos que

$$P(\text{figuras}) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \frac{12}{40} = 0'3$$

Solución: La probabilidad de sacar tres figuras es 0'3.

59.

$$P(N) \cup P(B) = P(N_1) \cdot P\left(\frac{N_2}{N_1}\right) + P(B_1) \cdot P\left(\frac{B_2}{B_1}\right) = \frac{5}{8} \cdot \frac{4}{7} + \frac{3}{8} \cdot \frac{2}{7} = \frac{13}{28} = 0'4643$$

Solución: La probabilidad de sacar dos bolas del mismo color es 0'4643.

60.

$$a) P(B_1 \cap V_2) = P(B_1) \cdot P\left(\frac{V_2}{B_1}\right) = \frac{2}{14} \cdot \frac{4}{13} = \frac{4}{91} = 0'044$$

Solución: La probabilidad de que la primera bola sea blanca y la segunda verde es 0'044.

$$b) P(N_1 \cap N_2) = P(N_1) \cdot P\left(\frac{N_2}{N_1}\right) = \frac{3}{14} \cdot \frac{2}{13} = \frac{3}{91} = 0'033$$

Solución: La probabilidad de que las dos bolas sean negras es 0'033.

$$c) P(R) = P(R_1) \cdot P\left(\frac{\bar{R}_2}{R_1}\right) + P(\bar{R}_1) \cdot P\left(\frac{R_2}{R_1}\right) = \frac{5}{14} \cdot \frac{9}{13} + \frac{9}{14} \cdot \frac{5}{13} = \frac{45}{91} = 0'4945$$

Solución: La probabilidad de que alguna bola sea roja es 0'4945.

$$d) P(\bar{R}) = P(\bar{R}_1) \cdot P\left(\frac{\bar{R}_2}{R_1}\right) = \frac{9}{14} \cdot \frac{8}{13} = \frac{36}{91} = 0'3956$$

Solución: La probabilidad de que ninguna bola sea roja es 0'3956.

$$e) P(\text{al menos una bola roja}) = 1 - P(\bar{R}) = 1 - \frac{36}{91} = \frac{55}{91} = 0'6044$$

Solución: La probabilidad de que al menos una bola sea roja es 0'6044.

## 61.

Llamaremos  $N_i$  a los nombres y  $P_i$  a las profesiones.

$$a) P(N_1 \cap P_1) + P(N_2 \cap P_2) + P(N_3 \cap P_3) = 3 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$$

Solución: La probabilidad de que coincidan los nombres y las profesiones es  $\frac{1}{3}$ .

$$b) P(N_1 \cap \bar{P}_1) + P(N_2 \cap \bar{P}_2) + P(N_3 \cap \bar{P}_3) = 3 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$$

Solución: La probabilidad de que no coincidan los nombres y las profesiones es  $\frac{2}{3}$ .

## 62.

$$a) P(O \cap F) = P(O) \cdot P\left(\frac{F}{O}\right) = \frac{14}{30} \cdot \frac{10}{14} = \frac{1}{3}$$

Solución: La probabilidad de elegir a un chico que le guste el futbol es  $\frac{1}{3}$ .

$$b) P(A \cap \bar{F}) = P(A) \cdot P\left(\frac{\bar{F}}{A}\right) = \frac{16}{30} \cdot \frac{12}{16} = \frac{2}{5}$$

Solución: La probabilidad de elegir a una chica que no le guste el futbol es  $\frac{2}{5}$ .

$$c) P(O \cap \bar{F}) = P(O) \cdot P\left(\frac{\bar{F}}{O}\right) = \frac{14}{30} \cdot \frac{4}{14} = \frac{2}{15}$$

Solución: La probabilidad de elegir a un chico que no le guste el fútbol es  $\frac{2}{15}$ .

$$d) P(A \cap F) = P(A) \cdot P\left(\frac{F}{A}\right) = \frac{16}{30} \cdot \frac{4}{16} = \frac{2}{15}$$

Solución: La probabilidad de elegir a una chica que le guste el fútbol es  $\frac{2}{15}$ .

**63.**

$$a) P(O_1 \cap B_1 \cap O_2) + P(O_1 \cap \bar{B}_1 \cap O_2 \cap B_2) = \frac{4}{10} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{9} + \frac{4}{10} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{9} \cdot \frac{1}{4} = \frac{7}{120} = 0'0583$$

Solución: La probabilidad de que los dos sean machos y uno ellos blanco es 0'0583.

$$b) P(A_1 \cap O_2) + P(O_1 \cap A_2) = \frac{6}{10} \cdot \frac{4}{9} + \frac{4}{10} \cdot \frac{6}{9} = \frac{8}{15}$$

Solución: La probabilidad de que uno de ellos sea hembra es  $\frac{8}{15}$ .

$$c) P(A_1 \cap B_1) \cdot P(A_2 \cap B_2) = \frac{6}{10} \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{5}{9} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{45}$$

Solución: La probabilidad de que las dos sean hembras blancas es  $\frac{1}{45}$ .

$$d) P(A_1 \cap B_1) \cdot P(O_2) + P(O_1)P(A_2 \cap B_2) = \frac{6}{10} \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{4}{9} + \frac{4}{10} \cdot \frac{6}{9} \cdot \frac{2}{6} = \frac{8}{45}$$

Solución: La probabilidad de que tener una hembra blanca y un macho es  $\frac{8}{45}$ .

$$e) P(B_1 \cap B_2) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \frac{3}{10}$$

Solución: La probabilidad de que ambos sean blancos es  $\frac{3}{10}$ .