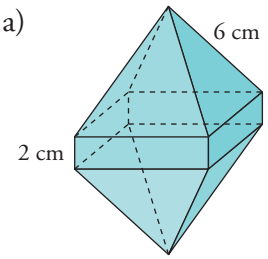
PÁGINA 239

PRACTICA

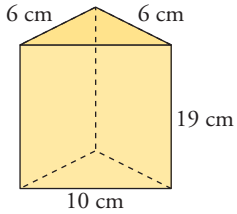
Desarrollos y áreas

1 Dibuja el desarrollo plano y calcula el área total de los siguientes cuerpos geométricos:

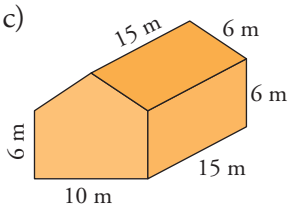
a)



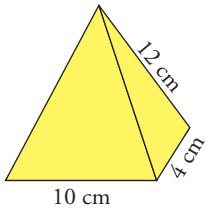
b)



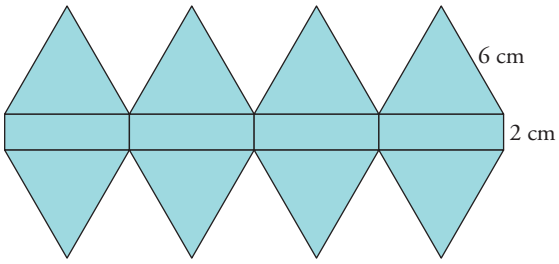
c)



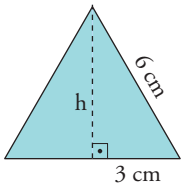
d)



a)



Altura de una cara:



$h^2 = 6^2 - 3^2 \rightarrow h^2 = 27 \rightarrow h = \sqrt{27} \approx 5{,}2$ cm

Área del triángulo:

$A = \dfrac{6 \cdot 5{,}2}{2} = 15{,}6$ cm^2

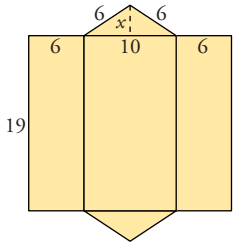
Área de un rectángulo:

$6 \cdot 2 = 12$ cm^2

Área de la figura:

$8 \cdot 15{,}6 + 4 \cdot 12 = 172{,}8$ cm^2

b)



Hallamos la altura de la base:

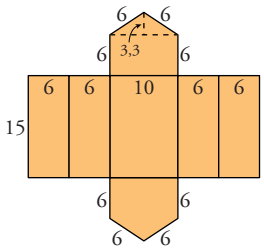
$6^2 = x^2 + 5^2 \rightarrow 36 = x^2 + 25 \rightarrow x^2 = 36 - 25 = 11 \rightarrow x = \sqrt{11} \approx 3{,}3$ cm

Área base $= \dfrac{10 \cdot 3{,}3}{2} = 16{,}5$ cm^2

Área lateral = (Perímetro base) · altura = $22 \cdot 19 = 418$ cm^2

Área total = $418 + 2 \cdot 16{,}5 = 451$ cm^2

c)

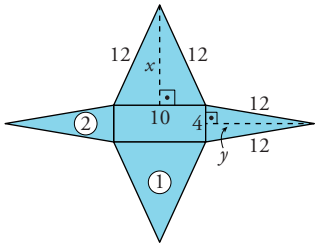


Área base $= 10 \cdot 6 + \dfrac{10 \cdot 3{,}3}{2} = 60 + 16{,}5 = 76{,}5$ m^2

Área lateral = $34 \cdot 15 = 510$ m^2

Área total = $510 + 2 \cdot 76{,}5 = 663$ m^2

d)



Hallamos x e y (alturas de las caras laterales):

$12^2 = x^2 + 5^2 \rightarrow 144 = x^2 + 25 \rightarrow x^2 = 119 \rightarrow x \approx 10{,}9$ cm

$12^2 = y^2 + 2^2 \rightarrow y^2 = 140 \rightarrow y \approx 11{,}8$ cm

Área de las caras laterales:

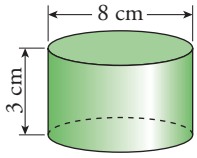
$A_{①} = \dfrac{10 \cdot 10{,}9}{2} = 54{,}5$ cm^2; $A_{②} = \dfrac{4 \cdot 11{,}8}{2} = 23{,}6$ cm^2

Área de la base = $10 \cdot 4 = 40$ cm^2

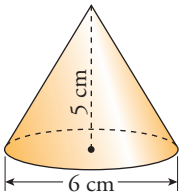
Área total = $40 + 2 \cdot 54{,}5 + 2 \cdot 23{,}6 = 196{,}2$ cm^2

2 Calcula la superficie total de cada cuerpo:

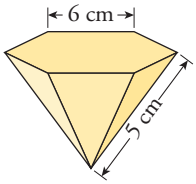
a)



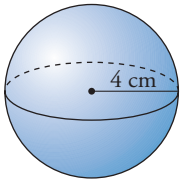
b)



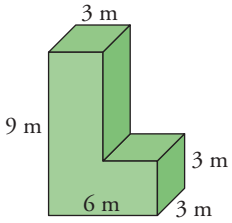
c)



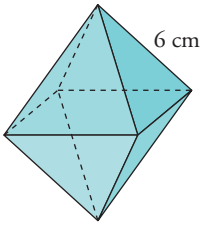
d)



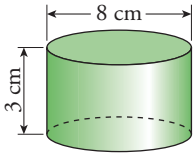
e)



f)



a)

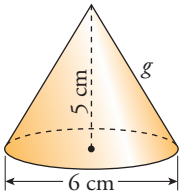


Área base = $\pi \cdot 4^2 \approx 50{,}27$ cm^2

Área lateral = $2\pi \cdot 4 \cdot 3 \approx 75{,}4$ cm^2

Área total = $2 \cdot 50{,}27 + 75{,}4 = 175{,}94$ cm^2

b)



Área base = $\pi \cdot 3^2 \approx 28{,}27$ cm^2

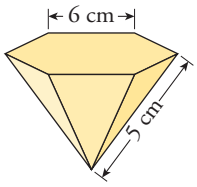
Hallamos la generatriz:

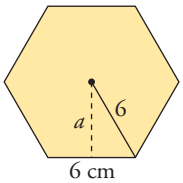
$$g^2 = 5^2 + 3^2 \quad \rightarrow \quad g \approx 5{,}83 \text{ cm}$$

Área lateral = $\pi \cdot 3 \cdot 5{,}83 \approx 54{,}95$ cm^2

Área total = $28{,}27 + 54{,}95 = 83{,}22$ cm^2

c)



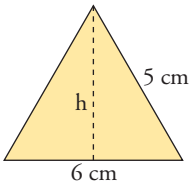


Apotema del hexágono:

$$a^2 = 6^2 - 3^2 = 27 \rightarrow a = \sqrt{27} \approx 5{,}2 \text{ cm}$$

Área del hexágono:

$$\frac{6 \cdot 6 \cdot 5{,}2}{2} = 93{,}6 \text{ cm}^2$$



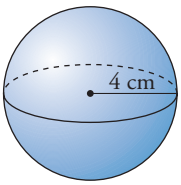
Altura del triángulo:

$$h^2 = 5^2 - 3^2 = 16 \quad \rightarrow \quad h = 4 \text{ cm}$$

Área de un triángulo = $\dfrac{6 \cdot 4}{2} = 12$ cm^2

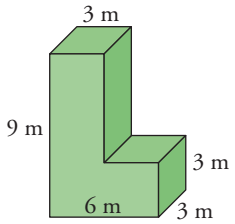
Área total = $93{,}6 + 6 \cdot 12 = 165{,}6$ cm^2

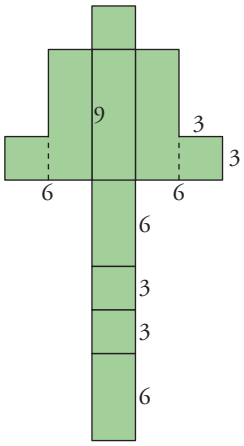
d)



Área de la superficie esférica = $4\pi \cdot 4^2 = 201{,}1\ cm^2$

e)





5 cuadrados de lado 3:

$5 \cdot 3^2 = 45\ m^2$

2 rectángulos de 6×3:

$2 \cdot 6 \cdot 3 = 36\ m^2$

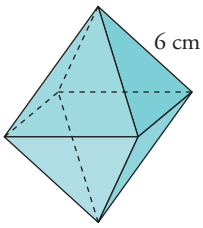
3 rectángulos de 9×3:

$3 \cdot 9 \cdot 3 = 81\ m^2$

Área total:

$45 + 36 + 81 = 162\ m^2$

f)



Altura de una cara: $h^2 = 6^2 - 3^2 = 27 \rightarrow h \approx 5{,}2$ cm

Área de una cara $= \dfrac{6 \cdot 5{,}2}{2} = 15{,}6\ cm^2$

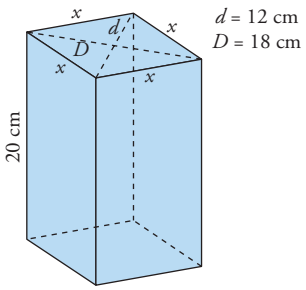
Área total $= 8 \cdot 15{,}6 = 124{,}8\ cm^2$

3 **Dibuja los siguientes cuerpos geométricos y calcula su área:**

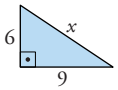
a) Prisma de altura 20 cm y cuya base es un rombo de diagonales 18 cm y 12 cm.

b) Pirámide hexagonal regular de arista lateral 18 cm y arista básica 6 cm.

a)



Hallamos el lado del rombo:



$x^2 = 6^2 + 9^2 = 36 + 81 = 117$

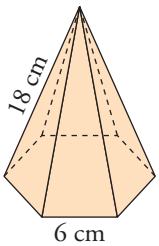
$x = \sqrt{117} \approx 10{,}82$ cm

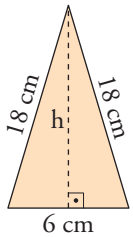
Área lateral $= 4(20 \cdot 10{,}82) = 865{,}6\ cm^2$

Área base $= \dfrac{18 \cdot 12}{2} = 108\ cm^2$

Área total $= 865{,}6 + 108 \cdot 2 = 1\,081{,}6\ cm^2$

b)





Área de una cara lateral:

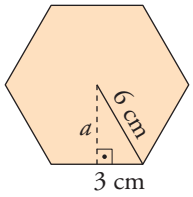
$h^2 = 18^2 - 3^2 \rightarrow$

$\rightarrow h^2 = 315 \rightarrow h = \sqrt{315} \approx 17{,}75$ cm

Área $= \dfrac{6 \cdot 17{,}75}{2} = 53{,}25\ cm^2$

Área lateral $= 6 \cdot 53{,}25 = 319{,}5\ cm^2$

Área de la base:



$a^2 = 6^2 - 3^2 \rightarrow a^2 = 27 \rightarrow a = \sqrt{27} \approx 5{,}2$ cm

Área $= \dfrac{6 \cdot 6 \cdot 5{,}2}{2} = 93{,}6$ cm^2

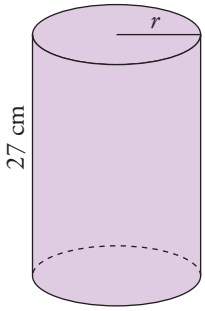
Área total = 319,5 + 93,6 = 413,1 cm^2

4 **Dibuja los siguientes cuerpos geométricos y calcula su área:**

a) Cilindro de altura 27 cm y cuya circunferencia básica mide 44 cm.

b) Tronco de cono generado al girar un trapecio rectángulo de bases 10 cm y 12 cm y altura 5 cm alrededor de esta.

a)



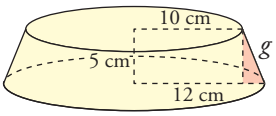
Radio de la base: $2\pi r = 44 \rightarrow r = \dfrac{44}{2\pi} = \dfrac{22}{\pi}$

Área base $= r^2 = \pi \cdot \left(\dfrac{22}{\pi}\right)^2 = 154{,}1$ cm^2

Área lateral $= (2\pi r) \cdot h = 2\pi \cdot \dfrac{22}{\pi} \cdot 27 = 1\,188$ cm^2

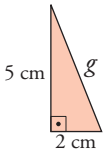
Área total = 2 · 154,1 + 1 188 = 1 496,2 cm^2

b)



Área base menor $= \pi \cdot 10^2 = 100\pi \approx 314$ cm^2

Área base mayor $= \pi \cdot 12^2 = 144\pi \approx 452{,}16$ cm^2



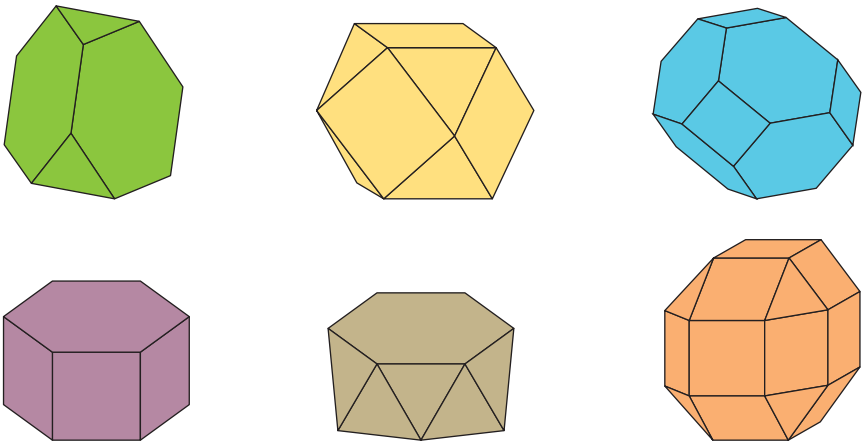
Área lateral $= \pi(r + r') \cdot g$

$g^2 = 5^2 + 2^2 = 25 + 4 = 29 \rightarrow g = \sqrt{29} \approx 5{,}39$ cm

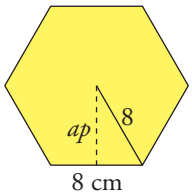
Área lateral $= \pi(10 + 12) \cdot 5{,}39 \approx 372{,}34$ cm^2

Área total = 372,34 + 314 + 452,16 = 1 138,50 cm^2

5 **Calcula el área total de los siguientes poliedros semirregulares de arista 8 cm:**



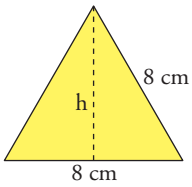
• Área de un hexágono regular de 8 cm de lado:



$ap^2 = 8^2 - 4^2 = 48 \quad \rightarrow \quad ap = \sqrt{48} \approx 6{,}93$ cm

$\text{Área} = \dfrac{6 \cdot 8 \cdot 6{,}93}{2} = 166{,}32 \text{ cm}^2$

• Área de un triángulo equilátero de 8 cm de lado:

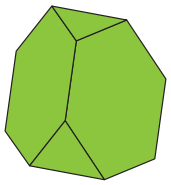


$h^2 = 8^2 - 4^2 = 48 \quad \rightarrow \quad h = \sqrt{48} \approx 6{,}93$ cm

$\text{Área} = \dfrac{8 \cdot 6{,}93}{2} = 27{,}72 \text{ cm}^2$

ÁREAS DE LOS POLIEDROS

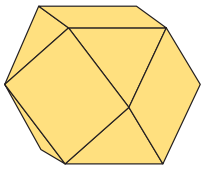
A)



Cuatro hexágonos y cuatro triángulos.

$A = 4 \cdot 166{,}32 + 4 \cdot 27{,}72 = 776{,}16 \text{ cm}^2$

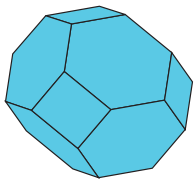
B)



Seis cuadrados y ocho triángulos.

$A = 6 \cdot 8^2 + 8 \cdot 27{,}72 = 605{,}76 \text{ cm}^2$

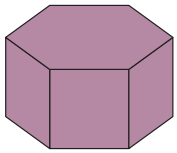
C)



Seis cuadrados y ocho hexágonos.

$A = 6 \cdot 8^2 + 8 \cdot 166{,}32 = 1\,714{,}56 \text{ cm}^2$

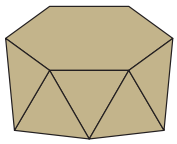
D)



Dos hexágonos y seis cuadrados.

$A = 2 \cdot 166{,}32 + 6 \cdot 8^2 = 716{,}64 \text{ cm}^2$

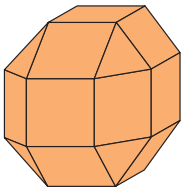
E)



Dos hexágonos y doce triángulos.

$A = 2 \cdot 166{,}32 + 12 \cdot 27{,}72 = 665{,}28 \text{ cm}^2$

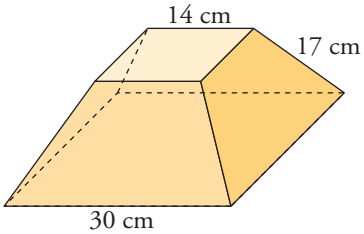
F)

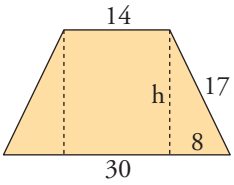


Tiene 18 cuadrados y 8 triángulos.

$A = 18 \cdot 8^2 + 8 \cdot 27{,}72 = 1\,373{,}76 \text{ cm}^2$

6 ■□□ **Halla el área total de un tronco de pirámide cuadrangular regular cuyas bases tienen de lado 30 cm y 14 cm y cuya arista lateral mide 17 cm.**





- Área base menor = $14^2 = 196$ cm^2
- Área base mayor = $30^2 = 900$ cm^2
- Área lateral:

  $30 - 14 = 16 \quad 8 \quad 16 : 2 = 8$

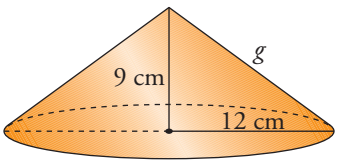
  $h^2 = 17^2 - 8^2 = 225 \rightarrow h = 15$ cm

  Área trapecio = $\dfrac{(14 + 30) \cdot 15}{2} = 330$ cm^2

  Área lateral = $4 \cdot 330 = 1\,320$ cm^2
- Área total = $196 + 900 + 1\,320 = 2\,416$ cm^2

7 ■□□ **Haciendo girar un triángulo rectángulo cuyos catetos miden 9 cm y 12 cm alrededor de cada uno de ellos, se obtienen dos conos. Dibújalos y halla el área total de cada uno de ellos.**

a)

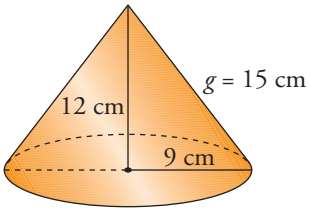


- Área base = $\pi \cdot 12^2 = 144\pi$ cm^2
- Área lateral:

  $g^2 = 9^2 + 12^2 = 225 \rightarrow g = \sqrt{225} = 15$ cm

  $A = \pi \cdot 12 \cdot 15 = 180\pi$ cm^2
- Área total = $144 \cdot \pi + 180\pi = 324\pi \approx 1\,017{,}88$ cm^2

b)

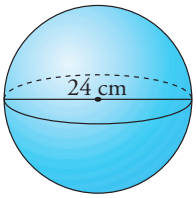


Área base = $\pi \cdot 9^2 = 81\pi$ cm^2

Área lateral = $\pi \cdot 9 \cdot 15 = 135\pi$ cm^2

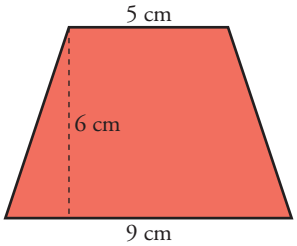
Área total = $81\pi + 135\pi = 216\pi \approx 678{,}58$ cm^2

8 ■□□ **Calcula la superficie de una esfera cuyo diámetro mide 24 cm. ¿Cuál será el área de un casquete esférico de 12 cm de altura de esa misma esfera?**



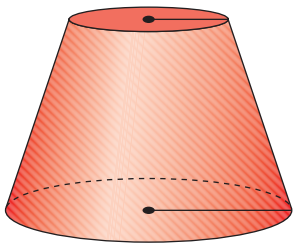
- Superficie esférica = $4\pi R^2 = 4\pi \cdot 12^2 = 1\,809{,}56$ cm^2
- Casquete esférico de 12 cm de altura: es la mitad de la superficie esférica = $904{,}78$ cm^2.

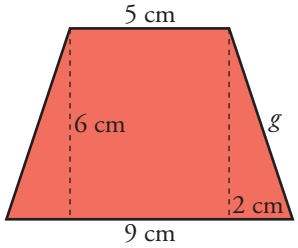
9 ■□□ **Calcula el área total del tronco de cono generado al girar este trapecio isósceles alrededor de una recta perpendicular a sus bases en su punto medio:**



Calculamos la generatriz:

$g^2 = 6^2 + 2^2 \rightarrow g = \sqrt{40} \approx 6{,}32$ cm





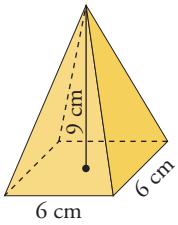
- Área lateral = $\pi(r + r')g = \pi(4{,}5 + 2{,}5) \cdot 6{,}32 = 138{,}98$ cm^2
- Área de las bases = $\pi \cdot 4{,}5^2 + \pi \cdot 2{,}5^2 = 83{,}25$ cm^2
- Área total = $138{,}98 + 83{,}25 = 222{,}23$ cm^2

PÁGINA 240

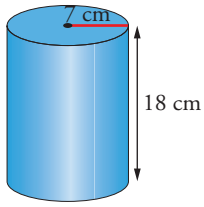
Volúmenes

10 Calcula el volumen de estos cuerpos:

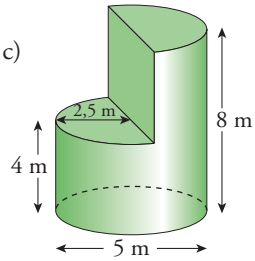
a)



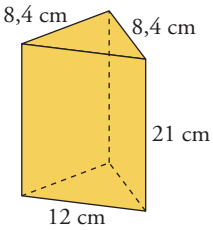
b)



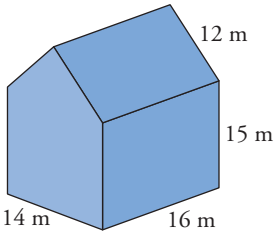
c)



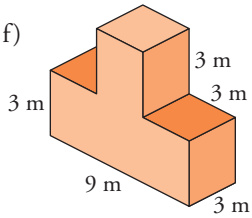
d)



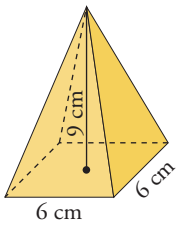
e)



f)



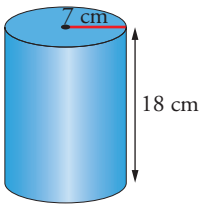
a)



$V = \frac{1}{3} 6^2 \cdot 9 \text{ cm}^3$

$V = 108 \text{ cm}^3$

b)

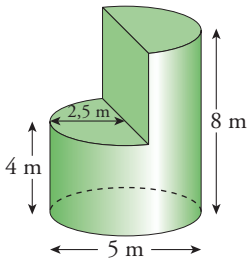


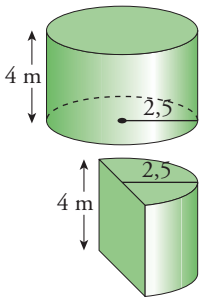
$V = \pi R^2 h$

$V = \pi \cdot 7^2 \cdot 18 = 882\pi \text{ cm}^3$

$V = 2\,770{,}88 \text{ cm}^3$

c)





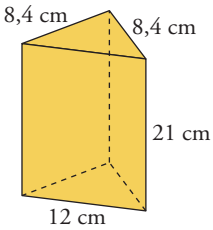
$V_1 = \pi \cdot 2{,}5^2 \cdot 4 = 25\pi \text{ m}^3$

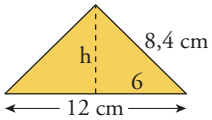
$V_2 = \frac{\pi \cdot 2{,}5^2 \cdot 4}{2} = 12{,}5\pi \text{ m}^3$

Volumen total:

$25\pi + 12{,}5\pi \approx 117{,}81 \text{ m}^3$

d)



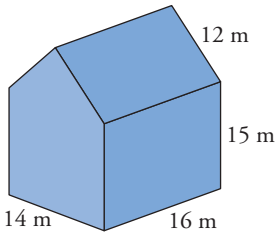


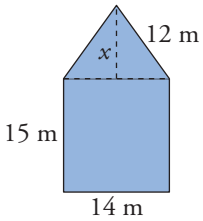
$h^2 = 8{,}4^2 - 6^2 = 34{,}56 \quad \rightarrow \quad h \approx 5{,}88 \text{ cm}$

Área de la base $= \frac{12 \cdot 5{,}88}{2} = 35{,}28 \text{ cm}^2$

Volumen = Área base · altura $= 35{,}28 \cdot 25 = 740{,}88 \text{ cm}^3$

e)



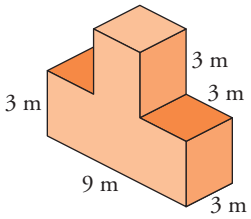


$12^2 = x^2 + 7^2 \quad \rightarrow \quad x^2 = 144 - 49 = 95 \quad \rightarrow \quad x = \sqrt{95} \approx 9{,}7 \text{ m}$

Área de la base $= 15 \cdot 14 + \frac{14 \cdot 9{,}7}{2} \approx 277{,}9 \text{ m}^2$

V = (Área de la base) · h $= 277{,}9 \cdot 16 = 4\,446{,}4 \text{ m}^3$

f)



Podemos descomponer la figura en cuatro cubos de arista 3 cm.

$V = 4 \cdot 3^3 = 108 \text{ cm}^3$

11 **Calcula el volumen de los siguientes cuerpos geométricos:**

a) Octaedro regular de arista 10 cm.

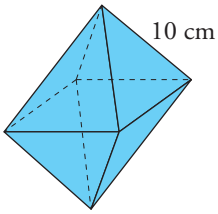
b) Pirámide hexagonal regular cuya arista lateral mide 15 cm y la arista de la base 8 cm.

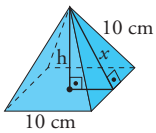
c) Cono de radio 9 cm y generatriz 15 cm.

d) Semiesfera de radio 10 cm.

e) Cilindro inscrito en un prisma recto de base cuadrada de lado 6 cm y altura 18 cm.

a) Podemos descomponerlo en dos pirámides cuadrangulares de arista 10 cm.





$x^2 = 10^2 - 5^2 = 75 \rightarrow x = \sqrt{75}$ cm

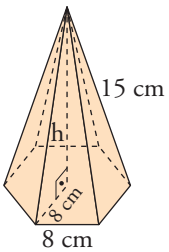
$h^2 = x^2 - 5^2 = 75 - 25 = 50 \rightarrow$

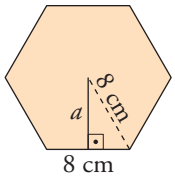
$\rightarrow h = \sqrt{50} \approx 7{,}07$ cm

Volumen de la pirámide: $V = \frac{1}{3}(\text{Área base}) \cdot \text{altura} = \frac{1}{3}10^2 \cdot 7{,}07 \approx 235{,}67 \text{ cm}^3$

Volumen del octaedro $= 2 \cdot 235{,}67 \approx 471{,}34 \text{ cm}^3$

b)





- Calculamos la altura de la pirámide:

  $h^2 = 15^2 - 8^2 = 161 \rightarrow h = \sqrt{161} \approx 12{,}69$ cm

- Hallamos el área de la base:

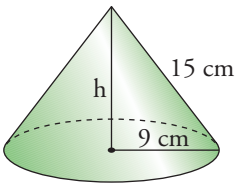
  $a^2 = 8^2 - 4^2 = 48 \rightarrow a = \sqrt{48} \approx 6{,}93$ cm

- Área $= \frac{6 \cdot 8 \cdot 6{,}93}{2} = 166{,}32 \text{ cm}^2$

- Volumen $= \frac{1}{3}(\text{Área base}) \cdot h =$

  $= \frac{1}{3} \cdot 166{,}32 \cdot 12{,}69 \approx 703{,}53 \text{ cm}^3$

c)



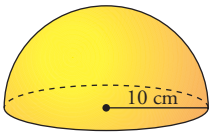
- Hallamos la altura:

  $h^2 = 15^2 - 9^2 = 144 \rightarrow h = \sqrt{144} = 12$ cm

- Área de la base $= \pi R^2 = \pi \cdot 3^2 = 9\pi \text{ cm}^2$

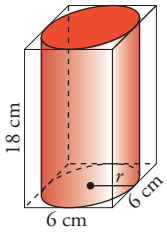
- Volumen $= \frac{1}{3}(\text{Área base}) \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 9\pi \cdot 12 = 36\pi \approx 113{,}1 \text{ cm}^3$

d)



$$V = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot 10^3 = \frac{4\,000\pi}{6} \approx 2\,094{,}4 \text{ cm}^3$$

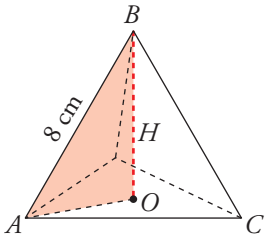
e)



Radio del cilindro = 3 cm

$V = \pi R^2 h = \pi \cdot 3^2 \cdot 18 = 162\pi \approx 508{,}94 \text{ cm}^3$

12 ■■□ **Calcula el volumen de este tetraedro regular:**



☞ *Para hallar la altura H, recuerda que* $\overline{AO} = \frac{2}{3}h$, *donde* h *es la altura de una cara.*

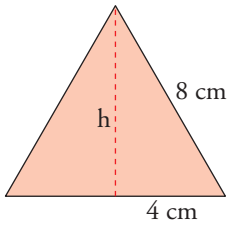
$h^2 = 8^2 - 4^2 = 48$

$h = \sqrt{48} \approx 6{,}93$

$\overline{AO} = \frac{2}{3} \cdot 6{,}93 = 4{,}62$

Área de la base:

$A = \frac{8 \cdot 6{,}93}{2} = 27{,}72 \text{ cm}^2$

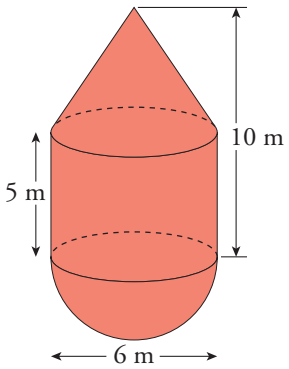


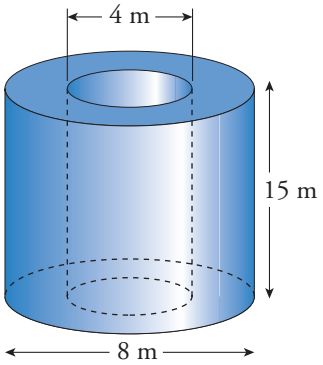
Calculamos la altura del tetraedro:

$H^2 = 8^2 - 4{,}62^2 \rightarrow H \approx 6{,}53$ cm

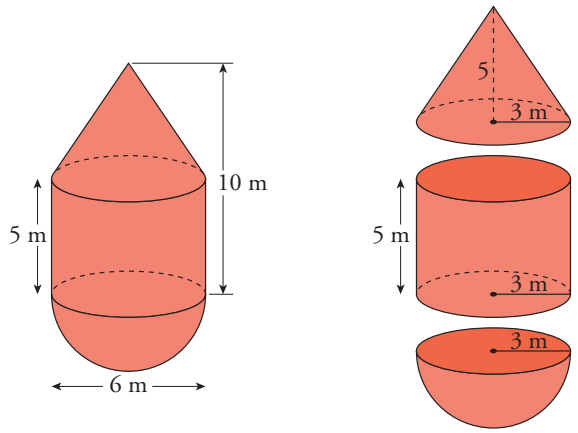
Volumen $= \frac{1}{3} \cdot 27{,}72 \cdot 6{,}53 = 60{,}34 \text{ cm}^3$

13 ■□□ **Calcula el volumen de estos cuerpos:**





a)



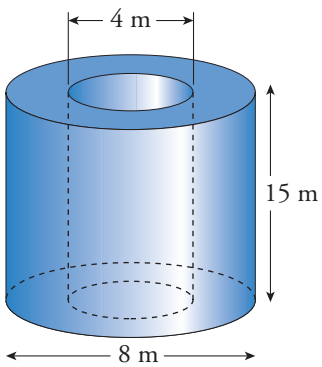
$$V_{\text{CONO}} = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot 3^2 \cdot 5 = 15\pi \text{ m}^3$$

$$V_{\text{CILINDRO}} = \pi R^2 h = \pi \cdot 3^2 \cdot 5 = 45\pi \text{ m}^3$$

$$V_{\text{SEMIESFERA}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{2}{3}\pi \cdot 3^3 = 18\pi \text{ m}^3$$

$$V_{\text{TOTAL}} = 15\pi + 45\pi + 18\pi = 78\pi \approx 245{,}04 \text{ m}^3$$

b)



$$V_{\text{CILINDRO GRANDE}} = \pi \cdot R^2 h = \pi \cdot 4^2 \cdot 15 = 240\pi \text{ m}^3$$

$$V_{\text{CILINDRO PEQUEÑO}} = \pi \cdot 2^2 \cdot 15 = 60\pi \text{ m}^3$$

$$V_{\text{TOTAL}} = 240\pi - 60\pi = 180\pi \approx 565{,}49 \text{ m}^3$$

15 ■■□ **Calcula el volumen de un tronco de cono de radios 12 cm y 16 cm y altura 20 cm.**

Calculamos las alturas de los conos que forman el tronco:

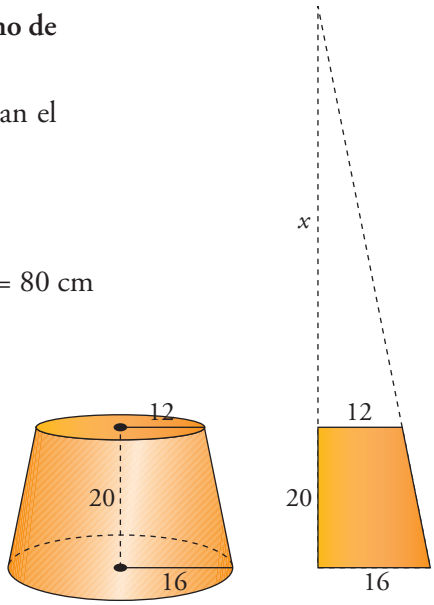
$$\frac{x}{12} = \frac{x + 20}{16} \rightarrow 16x = 12x + 240 \rightarrow$$

$$\rightarrow 4x = 240 \rightarrow x = 60 \text{ cm} \rightarrow h = 20 + 60 = 80 \text{ cm}$$

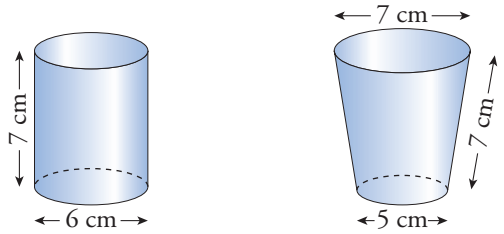
$$V_{\text{TRONCO}} = V_{\text{CONO MAYOR}} - V_{\text{CONO MENOR}} =$$

$$= \frac{1}{3}\pi \cdot 16 \cdot 80 - \frac{1}{3}\pi \cdot 12 \cdot 60 =$$

$$= \frac{560}{3}\pi \approx 586{,}43 \text{ cm}^3$$

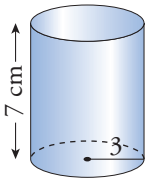


16 ■■□ **a) ¿Qué vaso tiene mayor capacidad?**



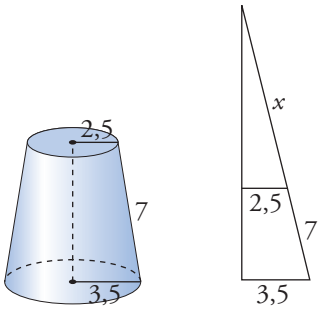
b) ¿Cuántos litros son 10 de estos vasos?

a)



$V_{\text{CILINDRO}} = \pi \cdot 3^3 \cdot 7 = 63\pi \approx 197{,}92 \text{ cm}^3$

- Volumen tronco de cono:



$\frac{x}{2{,}5} = \frac{x+7}{3{,}5} \rightarrow 3{,}5x = 2{,}5x + 17{,}5 \rightarrow$

$\rightarrow x = 17{,}5 \text{ cm} \rightarrow$

$\rightarrow x + 7 = 24{,}5 \text{ cm}$

Altura cono grande: $h_1^2 = 24{,}5^2 - 3{,}5^2 \rightarrow h_1 = 24{,}25$ cm

Altura cono pequeño: $h_2^2 = 17{,}5^2 - 2{,}5^2 \rightarrow h_2 = 17{,}32$ cm

Volumen tronco $= \frac{1}{3}\pi \cdot 3{,}5^2 \cdot 24{,}25 - \frac{1}{3}\pi \cdot 2{,}5^2 \cdot 17{,}32 \approx 197{,}72 \text{ cm}^3$

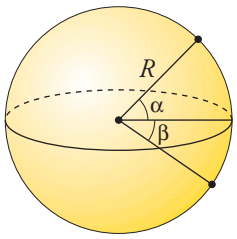
Es un poco mayor el cilindro.

b) 10 vasos son 1,97 *l*, aproximadamente.

PÁGINA 241

Coordenadas geográficas

17 ■□□ **Dos ciudades tienen la misma longitud, 15° E, y sus latitudes son 37° 25' N y 22° 35' S. ¿Cuál es la distancia entre ellas?**



$\alpha = 37° \, 25'$

$\beta = 22° \, 35'$

Tenemos que hallar la longitud del arco correspondiente a un ángulo de $\alpha + \beta = 37° \, 25' + 22° \, 35' = 60°$

Distancia $= \frac{2\pi R \cdot 60°}{360°} = \frac{2\pi \cdot 6\,370 \cdot 60}{360} \approx 6\,670{,}65$ km

18 ■□□ **Cuando en el huso 0 son las 8 a.m., ¿qué hora es en el huso 3.° al E? ¿Y en el huso 5.° O?**

En el huso 3° E son tres horas más, es decir, las 11 a.m.

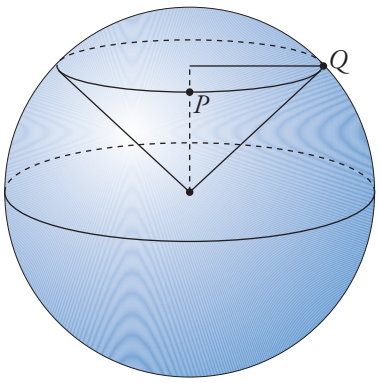
En el huso 5° O son cinco horas menos, es decir, las 3 a.m.

19 ■□□ **La "milla marina" es la distancia entre dos puntos del ecuador cuya diferencia de longitudes es 1'. Calcula la longitud de una "milla marina".**

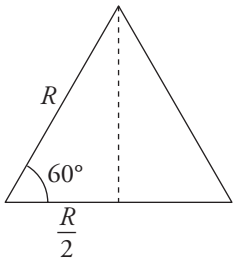
$1' = \frac{1}{60}$ grados; radio de la Tierrra: $R \approx 6\,370$ km

Milla marina $\rightarrow \dfrac{2\pi R \cdot \frac{1}{60}}{360} = \dfrac{2\pi R}{21\,600} \approx \dfrac{2\pi \cdot 6\,370}{21\,600} \approx 1{,}85$ km

20 ■■□ **Dos puntos P y Q de la Tierra están en el paralelo 60° N y sus longitudes son 3° E y 50° E. Calcula la distancia entre esos puntos y di en qué huso horario se encuentra cada uno. Si en P son las 11 a.m., ¿qué hora es en Q?**



Calculamos el radio del paralelo 60°. Para ello, tenemos en cuenta el triángulo equilátero de lado $R = 6\,370$ km.



El radio del paralelo 60° es $r = \frac{R}{2} = 3\,185$ km.

El ángulo entre P y Q es 50° – 3° = 47°.

Distancia $= \dfrac{2\pi r \cdot 47}{360} = \dfrac{2\pi \cdot 3\,185 \cdot 47}{360} \approx 2\,612{,}67$ km

P está en el huso 0 y Q en el 3 al E.

Si en P son las 11 a.m., en Q son 3 horas más, las 2 p.m.

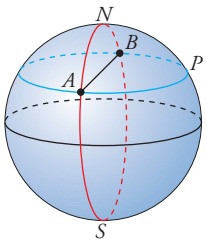
21 ■■□ **Roma está en el huso 1.° E y Nueva York, en el 5.° O. Si un avión sale de Roma a las 11 p.m. y el vuelo dura 8 h, ¿cuál será la hora local de llegada a Nueva York?**

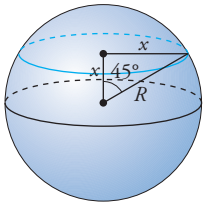
5 + 1 = 6 horas menos en Nueva York que en Roma.

11 p.m. + 8 = 19 $\rightarrow$ 7 a.m. hora de Roma.

19 – 6 = 13 p.m. = 1 a.m. es la hora de llegada a Nueva York.

22 ■■□ **Un avión tiene que ir de A a B, dos lugares diametralmente opuestos en el paralelo 45°. Puede hacerlo siguiendo el paralelo (APB) o siguiendo la ruta polar (ANB). ¿Cuál es la más corta?**





- Hallamos el radio del paralelo 45°:

$$R^2 = x^2 + x^2 = 2x^2 \rightarrow x^2 = \frac{R^2}{2} \rightarrow x = \sqrt{\frac{R^2}{2}} = \frac{R}{\sqrt{2}}$$

$$x = \frac{6\,370}{\sqrt{2}} \approx 4\,504{,}27 \text{ km}$$

Por tanto, la longitud del arco APB, es:

$$L_{APB} = \frac{2\pi \cdot 4\,504{,}27}{2} \approx \pi \cdot 4\,504{,}27 \approx 14\,143{,}41 \text{ km}$$

- El radio de la Tierra es $R \approx 6\,370$ km.

Para ir de A a B por la ruta ANB, se abarca un ángulo de 45° + 45° = 90° sobre el meridiano. Por tanto, la longitud del arco ANB es:

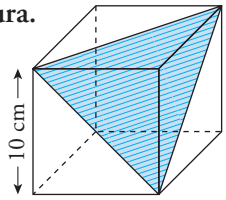
$$L_{ANB} = \frac{2\pi R \cdot 90°}{360°} = \frac{2\pi R}{4} = \frac{\pi R}{2} \approx \frac{\pi \cdot 6\,370}{2} \approx 10\,000{,}9 \text{ km}$$

- La ruta más corta es la polar.

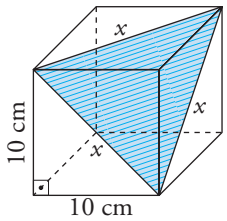
PIENSA Y RESUELVE

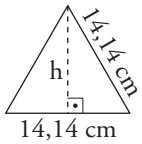
23 ■□□ **a) Calcula la superficie del triángulo coloreado en la figura.**

b) ¿Cuál es la superficie del mayor tetraedro que cabe dentro de ese cubo?



a) • Cada uno de los lados del triángulo es la diagonal de una de las caras del cubo. Por tanto, mide: $x^2 = 10^2 + 10^2 = 100 + 100 = 200 \rightarrow x = \sqrt{200} \approx 14{,}14$ cm





- La altura del triángulo es:

$$14{,}14^2 = h^2 + 7{,}07^2 \rightarrow 200 = h^2 + 50 \rightarrow h^2 = 150 \rightarrow h = \sqrt{150} \approx 12{,}25 \text{ cm}$$

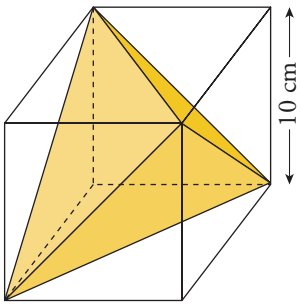
- El área del triángulo es: $A = \dfrac{14{,}14 \cdot 12{,}25}{2} \approx 86{,}61 \text{ cm}^2$

b) • Las caras son triángulos como los del apartado anterior; por tanto, el área de una cara es:

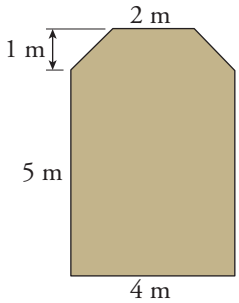
$$A_1 \approx 86{,}61 \text{ cm}^2$$

• Como son cuatro triángulos iguales, el área del tetraedro será:

$$A_T = 4 \cdot 86{,}61 = 346{,}44 \text{ cm}^2$$



24 ■□□ **Calcula el volumen de una habitación de 2,30 m de altura, cuya planta tiene la forma y dimensiones indicadas en la figura.**



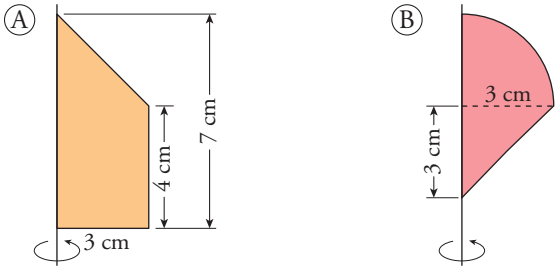
• Área rectángulo = $4 \cdot 5 = 20 \text{ m}^2$

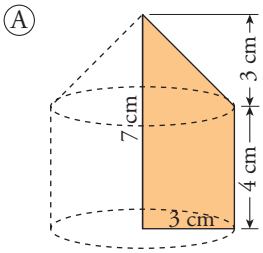
• Área trapecio = $\dfrac{(4 + 2) \cdot 1}{2} = 3 \text{ m}^2$

• Área base = $20 + 3 = 23 \text{ m}^2$

• Volumen = (Área base) · h = $23 \cdot 2{,}30 = 52{,}9 \text{ m}^3$

25 ■□□ **Calcula el volumen de los cuerpos de revolución que genera cada una de estas figuras planas al girar alrededor del eje indicado:**



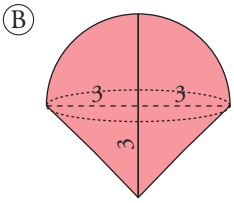


A

• $V_{CILINDRO} = \pi \cdot 3^2 \cdot 4 = 36\pi \text{ cm}^3$

• $V_{CONO} = \dfrac{1}{3}\pi \cdot 3^2 \cdot 3 = 9\pi \text{ cm}^3$

• $V_{TOTAL} = 36\pi + 9\pi = 45\pi = 141{,}37 \text{ cm}^3$



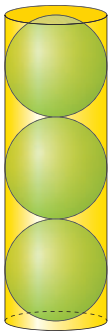
B

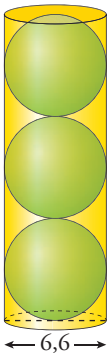
• $V_{SEMIESFERA} = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{4}{3}\pi \cdot 3^3 = 18\pi \text{ cm}^3$

• $V_{CONO} = \dfrac{1}{3}\pi \cdot 3^2 \cdot 3 = 9\pi \text{ cm}^3$

• $V_{TOTAL} = 18\pi + 9\pi = 27\pi = 84{,}82 \text{ cm}^3$

26 ■■□ **Tres pelotas de tenis se introducen en una caja cilíndrica de 6,6 cm de diámetro en la que encajan hasta el borde. Halla el volumen de la parte vacía.**





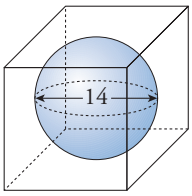
- Altura del cilindro = 6,6 · 3 = 19,8 cm
- $V_{\text{CILINDRO}} = \pi \cdot 3{,}3^2 \cdot 19{,}8 \approx 677{,}4 \text{ cm}^3$
- $V_{\text{ESFERAS}} = 3\left(\frac{4}{3}\pi \cdot 3{,}3^3\right) = 451{,}6 \text{ cm}^3$
- $V_{\text{PARTE VACÍA}} = 677{,}4 - 451{,}6 = 225{,}8 \text{ cm}^3$

27 ■■□ **Se introduce una bola de piedra de 14 cm de diámetro en un recipiente cúbico de 14 cm de arista lleno de agua y después se retira. Calcula:**

a) La cantidad de agua que se ha derramado.

b) La altura que alcanza el agua en el recipiente después de sacar la bola.

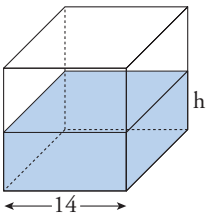
a)



$V_{\text{CUBO}} = 14^3 = 2\,744 \text{ cm}^3$

$V_{\text{AGUA DERRAMADA}} = V_{\text{ESFERA}} = \frac{4}{3}\pi \cdot 7^3 \approx 1\,436{,}76 \text{ cm}^3$

b)



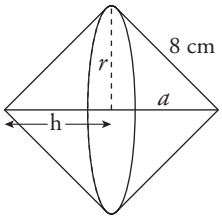
$V_{\text{AGUA NO DERRAMADA}} = 2\,744 - 1\,436{,}76 = 1\,307{,}24 \text{ cm}^3$

Altura que alcanza el agua:

$1\,307{,}24 = 14^2 \cdot h \;\rightarrow\; h = 6{,}67 \text{ cm}$

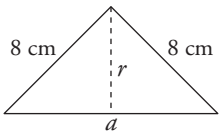
28 ■■□ **Un triángulo rectángulo isósceles, cuyos catetos miden 8 cm respectivamente, se hace girar alrededor de la hipotenusa. Halla el volumen del cuerpo que se forma.**

Se forman dos conos iguales cuya altura es la mitad de la hipotenusa.



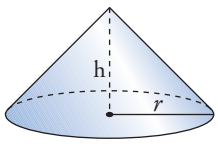
$a^2 = 8^2 + 8^2 = 128 \;\rightarrow\; a = 11{,}31 \text{ cm}$

$r^2 = 8^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 = 64 - 32 = 32 \;\rightarrow\; r \approx 5{,}66 \text{ cm}$



Radio de la base: $r = 5{,}66$ cm

Altura = $h = \frac{a}{2} = \frac{11{,}31}{2} = 5{,}56$ cm

$V_{\text{CONO}} = \frac{1}{3}\pi \cdot 5{,}66 \cdot 5{,}66 = 189{,}67 \text{ cm}^3$

$V_{\text{TOTAL}} = 2 \cdot 189{,}67 = 379{,}34 \text{ cm}^3$