Unidad 5 – Ecuaciones e inecuaciones

PÁGINA 78

¿QUÉ NECESITAS SABER?

Resolver ecuaciones de primer grado

Resuelve las siguientes ecuaciones de primer grado:

a) $2x - 3(x+5) = 2x - (x+3)$

b) $5x - 3(2x-6) - (3x+2) = 2x - 6$

c) $\frac{2x-3}{4} = -\frac{x+2}{8}$

d) $\frac{2(x-2)}{3} - \frac{2x-3}{6} = x - 1$

Resolver sistemas de ecuaciones

Resuelve los siguientes sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas, utilizando el método que consideres más oportuno:

a) $\begin{cases} 3x + y = -1 \\ 2x + 3y = 4 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x - 3y = 21 \\ 3x + 5y = -16 \end{cases}$

c) $\begin{cases} -2x + 3y = -6 \\ 5x - 2y = -7 \end{cases}$

SOLUCIONES

Resolver ecuaciones de primer grado.

a)

$2x - 3(x+5) = 2x - (x+3)$

$2x - 3x - 15 = 2x - x - 3$

$-x - 15 = x - 3$

$-2x = 12$

$x = -6$

b)

$5x - 3(2x-6) - (3x+2) = 2x - 6$

$5x - 6x + 18 - 3x - 2 = 2x - 6$

$-6x = -22$

$x = \frac{11}{3}$

c)

$\frac{2x-3}{4} = -\frac{x+2}{8}$

$4x - 6 = -x - 2$

$5x = 4$

$x = \frac{4}{5}$

d)

$\frac{2(x-2)}{3} - \frac{2x-3}{6} = x - 1$

$4x - 8 - 2x + 3 = 6x - 6$

$-4x = -1$

$x = \frac{1}{4}$

Resolver sistemas de ecuaciones.

a) Método de sustitución.

$$\begin{cases} 3x + y = -1 \\ 2x + 3y = 4 \end{cases}$$

$$y = -1 - 3x$$

$$2x + 3(-1 - 3x) = 4$$

$$2x - 3 - 9x = 4$$

$$-7x = 7$$

$$\boxed{\begin{matrix} x = -1 \\ y = 2 \end{matrix}}$$

b) Método de igualación.

$$\begin{cases} 2x - 3y = 21 \\ 3x + 5y = -16 \end{cases}$$

$$y = \frac{21 - 2x}{-3}$$

$$y = \frac{-16 - 3x}{5}$$

$$\frac{21 - 2x}{-3} = \frac{-16 - 3x}{5}$$

$$105 - 10x = 48 + 9x$$

$$57 = 19x$$

$$x = 3$$

$$y = -5$$

c) Método de Reducción.

$$\begin{cases} -2x + 3y = -6 \\ 5x - 2y = -7 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 10x - 15y = 30 \\ -10x + 4y = 14 \end{cases}$$

$$-11y = 44$$

$$y = -4$$

$$x = -3$$

PÁGINA 80

ACTIVIDADES

1. Encuentra la solución de las siguientes ecuaciones sin utilizar ningún método de resolución de ecuaciones:

a) $x^2 = 16$ c) $2(x - 1) = 0$ e) $3^{x-1} = 81$

b) $3x^3 = 0$ d) $x(x + 2) = 0$ f) $(x + 7)^x = 1\,000$

2. Comprueba que $x = -2$ es la solución de la ecuación $(1 - x)^2 = x^2 + 5$.

SOLUCIONES

1.

a) +4 y -4 son los dos números que elevados al cuadrado dan 16.

b) 0, porque es el elemento absorbente del producto.

c) 1, porque necesitamos que el paréntesis se anule.

d) Si el producto de dos números es 0, es porque el menos uno de los dos es cero. Entonces, una de las soluciones es x = 0, y la otra es x = -2, que es el valor de x que anula el paréntesis.

e) Necesitamos elevar 3 a la cuarta potencia para conseguir 81, luego x tiene que tomar el valor 5.

f) x tiene que valer 3.

2. Por definición, *a es solución de una ecuación*, si al sustituir la incógnita por a, la ecuación se hace cierta.

$$(1-(-2))^2 = (-2)^2 + 5$$
$$9 = 4 + 5$$
$$9 = 9$$

PÁGINA 81

ACTIVIDADES

3. Resuelve las siguientes ecuaciones de primer grado:

a) $2(x+2)-3x+1-(-3+x)=-5(3-2x)+x$

b) $x-\frac{2x-3}{4}=\frac{2-x}{6}-1$

c) $\frac{2(-x+3)}{6}-\frac{3-2x}{18}=x+\frac{3-x}{9}$

d) $\frac{3x}{4}-\frac{2(x+5)-3x}{10}-\frac{3-x}{8}+x-\frac{1}{2}=0$

SOLUCIONES

3.

a)

$$2(x+2)-3x+1-(-3+x)=-5(3-2x)+x$$
$$2x+4-3x+1+3-x=-15+10x+x$$
$$-13x=-23$$
$$x=\frac{23}{13}$$

b)

$$x-\frac{2x-3}{4}=\frac{2-x}{6}-1$$
$$12x-6x+9=4-2x-12$$
$$8x=-17$$
$$x=-\frac{17}{8}$$

c)

$$\frac{2(-x-3)}{6}-\frac{3-2x}{18}=x+\frac{3-x}{9}$$
$$\frac{-6x-9}{18}-\frac{3-2x}{18}=\frac{18x}{18}+\frac{6-2x}{18}$$
$$-6x-9-3+2x=18x+6-2x$$
$$-20x=18$$
$$x=-\frac{9}{10}$$

d)

$$\frac{3x}{4}-\frac{2(x+5)-3x}{10}-\frac{3-x}{8}+x-\frac{1}{2}=0$$
$$\frac{30x}{40}-\frac{8x+40-12x}{40}-\frac{15-5x}{40}+\frac{40x}{40}-\frac{20}{40}=0$$
$$30x-8x-40+12x-15+5x+40x-20=0$$
$$79x=75$$
$$x=\frac{75}{79}$$

PÁGINA 82

ACTIVIDADES

4. Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado:

a) $2x^2 - 5x + 3 = 0$

b) $x^2 - x - 2 = 0$

c) $(x + 2)(2x + 1) - 5x = 7$

d) $3x - (x + 1)(x - 2) = 2$

5. Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado:

a) $x(2x - 3) - (x - 2)^2 = 2$

b) $x + 4 - (2x + 1)^2 = 2x(x - 5)$

SOLUCIONES

4. El valor de la x en una ecuación de segundo grado completa viene dada por:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Si la ecuación de segundo grado es incompleta vamos transponiendo los términos según las reglas y de forma ordenada.

a)

$$2x^2 - 5x + 3 = 0$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{4} = \frac{5 \pm 1}{4}$$

$$\boxed{x_1 = \frac{3}{2}, x_2 = 1}$$

b)

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 8}}{2} = \frac{1 \pm 3}{2}$$

$$\boxed{x_1 = 2, x_2 = -1}$$

c)

$$(x + 2) \cdot (2x + 1) - 5x = 7$$

$$2x^2 + 5x + 2 - 5x - 7 = 0$$

$$2x^2 - 5 = 0$$

$$\boxed{x = \pm\sqrt{\frac{5}{2}}}$$

d)

$$3x - (x + 1) \cdot (x - 2) =$$

$$3x - x^2 + x + 2 = 0$$

$$-x^2 + 4x + 2 = 0$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 8}}{2} = \frac{-4 \pm 2\sqrt{2}}{2} = -2 \pm \sqrt{2}$$

$$\boxed{x_1 = -2 + \sqrt{2}, x_2 = -2 - \sqrt{2}}$$

5.

a)

$$x\cdot(2x-3)-(x-2)^2=2$$

$$2x^2-3x-x^2+4x-4-2=0$$

$$x^2+x-6=0$$

$$x=\frac{-1\pm\sqrt{1+24}}{2}=\frac{-1\pm 5}{2}$$

$$\boxed{x_1=2, x_2=-3}$$

b)

$$x+4-(2x+1)^2=2x\cdot(x-5)$$

$$x+4-4x^2-4x-1=2x^2-10x$$

$$-6x^2+7x+3=0$$

$$x=\frac{-7\pm\sqrt{49+72}}{-12}=\frac{-1\pm 11}{-12}$$

$$\boxed{x_1=-\frac{5}{6}, x_2=1}$$

PÁGINA 83

ACTIVIDADES

6. Indica el número de soluciones de las siguientes ecuaciones de segundo grado:

a) $-x^2 + 3x - 5 = 0$ b) $x^2 - 5x + 6 = 0$ c) $-4x^2 + 20x = 25$

7. Determina el valor de d para que las siguientes ecuaciones tengan una única solución:

a) $dx^2 - 4x + 5 = 0$ b) $-x^2 + 3x + d = 0$

8. Resuelve las siguientes ecuaciones bicuadradas:

a) $x^4 - 5x^2 - 36 = 0$ b) $15x^4 + 31x^2 + 10 = 0$ c) $12x^4 - 19x^2 = 18$

SOLUCIONES

6. El número de soluciones de una ecuación depende del signo de su discriminante:

$$\Delta = b^2 - 4ac < 0 \Rightarrow \nexists soluciones \mathbb{R}$$
$$\Delta = b^2 - 4ac = 0 \Rightarrow \exists! solución \text{ (solución doble)}$$
$$\Delta = b^2 - 4ac > 0 \Rightarrow \exists 2 soluciones$$

a) No tiene ninguna solución real.

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = 9 - 20 < 0$

b) Existen dos soluciones diferentes.

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = 25 - 24 > 0$

c) Existe una solución doble.

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = 400 - 400 = 0$

7. Para que tengan una solución única doble el discriminante debe ser 0:

a)

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = 16 - 20d = 0$

$d = \frac{4}{5}$

b)

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = 9 + 4d = 0$

$d = -\frac{9}{4}$

8. Para resolver una ecuación bicuadrada: $ax^4 + bx^2 + cx = 0$

1.Hacemos un cambio de variable: $x^2 = z$

2.Resolvemos la ecuación de segundo grado que nos queda: $az^2 + bz + c = 0$, de la que obtenemos dos soluciones: z_1, z_2.

3.Deshacemos el cambio de variable: $x_1 = \pm\sqrt{z_1}$ $x_2 = \pm\sqrt{z_2}$

a)

$$x^4 - 5x^2 - 36 = 0$$

$$x^2 = z$$

$$z^2 - 5z - 36 = 0$$

$$z = \frac{5 \pm \sqrt{25+144}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{169}}{2} = \frac{5 \pm 13}{2}$$

$$z_1 = 9 \Rightarrow \boxed{x_1 = 3, x_2 = -3}$$

$$z_2 = -4 \Rightarrow \boxed{x_3 = x_4 = -4}$$

b)

$$15x^4 + 31x^2 + 10 = 0$$

$$x^2 = z$$

$$15z^2 + 31z + 10 = 0$$

$$z = \frac{-31 \pm \sqrt{961-600}}{30} = \frac{-31 \pm 19}{30}$$

$$z_1 = -\frac{2}{5} \Rightarrow \boxed{x_1 = x_2 = -\frac{2}{5}}$$

$$z_2 = -\frac{5}{3} \Rightarrow \boxed{x_3 = x_4 = -\frac{5}{3}}$$

c)

$$12x^4 - 19x^2 = 18 \Rightarrow 12x^4 - 19x^2 - 18 = 0$$

$$x^2 = z$$

$$12z^2 - 19z - 18 = 0$$

$$z = \frac{19 \pm \sqrt{361+864}}{24} = \frac{19 \pm 35}{24}$$

$$z_1 = \frac{9}{4} \Rightarrow \boxed{x_1 = \frac{3}{2}, x_2 = -\frac{3}{2}}$$

$$z_2 = -\frac{2}{3} \Rightarrow \boxed{x_3 = x_4 = -\frac{2}{3}}$$

PÁGINA 84

ACTIVIDADES

9. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones utilizando el método de sustitución:

a) $\begin{cases} -x+5y=17 \\ 2x+3y=5 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3x-y=-5 \\ x+5y=-1 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 4x+3y=2 \\ 5x+2y=-3 \end{cases}$

SOLUCIONES

9. a)

$$\begin{cases} -x+5y=17 \\ 2x+3y=5 \end{cases}$$

$x=5y-17$

$2\cdot(5y-17)+3y=5$

$10y-34+3y=5$

$13y=39$

$$\boxed{\begin{matrix} y=3 \\ x=-2 \end{matrix}}$$

b)

$$\begin{cases} 3x-y=-5 \\ x+5y=-1 \end{cases}$$

$y=3x+5$

$x+5\cdot(3x+5)=-1$

$x+15x+25)=-1$

$16x=-26$

$$\boxed{\begin{matrix} x=-\dfrac{13}{8} \\ y=\dfrac{1}{8} \end{matrix}}$$

c)

$$\begin{cases} 4x+3y=2 \\ 5x+2y=-3 \end{cases}$$

$y=\dfrac{2-4x}{3}$

$5x+2\cdot\left(\dfrac{2-4x}{3}\right)=-3$

$\dfrac{15x}{3}+\dfrac{4-8x}{3}=\dfrac{-9}{3}$

$7x=-13$

$$\boxed{x=-\frac{13}{7}, y=\frac{33}{7}}$$

PÁGINA 85

ACTIVIDADES

10. Resuelve los siguientes sistemas utilizando el método de igualación:

a) $\begin{cases} 3x + 2y = 7 \\ 5x + 3y = 11 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 12x - 6y = 1 \\ -4x - 3y = 8 \end{cases}$ c) $\begin{cases} -2x + 3y = -2 \\ x - 5y = 3 \end{cases}$

11. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones utilizando el método de reducción:

a) $\begin{cases} 3x + 5y = 5 \\ 2x + y = -8 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3x + 8y = -5 \\ 5x - 4y = -17 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 4x + 3y = 2 \\ 20x + 36y = 3 \end{cases}$

SOLUCIONES

10.

a)

$$\begin{cases} 3x+2y=7 \\ 5x+3y=11 \end{cases}$$

$$y=\frac{7-3x}{2}, y=\frac{11-5x}{3}$$

$$\frac{7-3x}{2}=\frac{11-5x}{3}$$

$$21-9x=22-15x$$

$$6x=1$$

$$\boxed{x=\frac{1}{6}, y=\frac{13}{4}}$$

b)

$$\begin{cases} 12x-6y=1 \\ -4x-3y=8 \end{cases}$$

$$y=\frac{12x-1}{6}, y=\frac{-4x-8}{3}$$

$$\frac{12x-1}{6}=\frac{-4x-8}{3}$$

$$12x-1=-8x-16$$

$$20x=-15$$

$$\boxed{x=-\frac{3}{4}, y=-\frac{5}{3}}$$

c)

$$\begin{cases} -2x+3y=-2 \\ x-5y=3 \end{cases}$$

$$x=\frac{3y}{2}+1, x=5y+3$$

$$\frac{3y}{2}+1=5y+3$$

$$3y+2=10y+6$$

$$-7y=4$$

$$\boxed{y=-\frac{4}{7}, x=\frac{1}{7}}$$

11.

a)

$$\begin{cases} 3x+5y=5 \\ 2x+y=-8 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x+5y=5 \\ -10x-5y=40 \end{cases}$$

$$-7x=45$$

$$\boxed{x=-\frac{45}{7}, y=\frac{34}{7}}$$

b)

$$\begin{cases} 3x+8y=-5 \\ 5x-4y=-17 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x+8y=-5 \\ 10x-8y=-34 \end{cases}$$

$$13x=-39$$

$$\boxed{x=-3, y=\frac{1}{2}}$$

c)

$$\begin{cases} 4x+3y=2 \\ 20x+36y=3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -20x-15y=-10 \\ 20x+36y=3 \end{cases}$$

$$21x=-7$$

$$\boxed{x=-3, y=\frac{14}{3}}$$

PÁGINA 86

ACTIVIDADES

12. Resuelve las siguientes inecuaciones y representa la solución en la recta real:

a) $-x+5>3x-2$

b) $3x-5>-x+5$

c) $\frac{3x-2}{4}-\frac{x+2}{8}\geq x$

d) $\frac{x}{4}-\frac{2x}{3}\leq -1+\frac{x}{6}$

e) $\frac{2-x}{3}-\frac{3x+2}{6}<\frac{x-2}{2}-1$

f) $\frac{2x-3(x+1)}{5}-\frac{2x+1}{2}>x+2$

SOLUCIONES

12.

a) $-x+5>3x-2$

$-4x>-7$

$x<\frac{7}{4}\Rightarrow \boxed{x\in\left(-\infty,\frac{7}{4}\right)}$

b) $3x-5>-x+5$

$4x>10$

$x>\frac{5}{2}\Rightarrow \boxed{x\in\left(\frac{5}{2},+\infty\right)}$

c) $\frac{3x-2}{4}-\frac{x+2}{8}\geq x$

$5x-6\geq 8x$

$-3x\geq 6$

$x\leq -2\Rightarrow \boxed{x\in(-\infty,-2)}$

d) $\frac{x}{4}-\frac{2x}{3}\leq -1+\frac{x}{6}$

$-5x\leq -12+2x\rightarrow -7x\leq -12$

$x\geq\frac{12}{7}\Rightarrow \boxed{x\in\left(\frac{12}{7},+\infty\right)}$

e) $\frac{2-x}{3}-\frac{3x+2}{6}<\frac{x-2}{2}-1$

$4-2x-3x-2<3x-6-6$

$-8x<-14$

$x>\frac{7}{4}\Rightarrow \boxed{x\in\left(\frac{7}{4},+\infty\right)}$

f) $\frac{2x-3(x+1)}{5}-\frac{2x+1}{2}>x+2$

$4x-6x-6-10x-5>x+2$

$-11x>13$

$x<-\frac{13}{11}\Rightarrow \boxed{x\in\left(-\infty,-\frac{13}{11}\right)}$

PÁGINA 87

ACTIVIDADES

13. Determina el conjunto donde se verifican los siguientes sistemas de inecuaciones:

a) $\begin{cases} -3x+5>7x-2 \\ 5x-3\geq -4+3x \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2(x-3)-5x\geq -2x+2 \\ \dfrac{2-x}{3}<-x+1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} -2(x+2)-5x\geq 4-(5x+6) \\ 2x-(4x-5)\leq 2(3-2x)+5 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x<2 \\ -3x+1\geq -2 \end{cases}$

SOLUCIONES

13.

a)

$$\begin{cases} -3x+5>7x-2 \\ 5x-3\geq -4+3x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -10x>-7 \\ 2x\geq -1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x<\dfrac{7}{10} \\ x\geq -\dfrac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow x\in\left[-\frac{1}{2},\frac{7}{10}\right)$$

b)

$$\begin{cases} 2(x-3)-5x\geq -2x+22 \\ \dfrac{2-x}{3}\geq -x+1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -x\geq 28 \\ 2x\geq 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x\leq -28 \\ x\geq \dfrac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow x\in(-\infty,-28]\cup\left[\frac{1}{2},+\infty\right)$$

c)

$$\begin{cases} -2(x+2)-5x\geq 4-(5x+6) \\ 2x-(4x-5)\leq 2(3-2x)+5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -2x\geq 2 \\ 6x\leq 10 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x\leq -1 \\ x\leq \dfrac{5}{3} \end{cases} \Rightarrow x\in(-\infty,-1]$$

d)

$$\begin{cases} x<2 \\ -3x+1\geq -2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x<2 \\ x\leq 1 \end{cases} \Rightarrow x\in(-\infty,1]$$

ACTIVIDADES **FINALES**

→ EJERCICIOS

Ecuaciones de primer grado

□ **14.** Resuelve las siguientes ecuaciones de primer grado:

a) $3x - (3 - 5x) + 4(-2x + 5) = -3 - 2(x - 5)$

b) $-(-x + 3) + 4[2x - (5x + 1)] - 3x = 1 - 5(2 - x)$

c) $\frac{-2 + (x - 3)}{3} = -\frac{5 - x}{2}$

d) $\frac{-2(3x - 1)}{3} - \frac{3x + 2}{6} = -x + 1$

e) $2x - \frac{3(5x + 1)}{4} - \frac{3x + 2}{8} = \frac{1}{2}x - 1$

◪ **15.** Las siguientes ecuaciones son de primer grado, compruébalo y resuélvelas:

a) $2x - 4(x + 2)(x - 3) = 3x - (2x - 1)^2$

b) $-(x + 3)(2x + 1) + (2x - 3)^2 = (-x - 2)(2 - x) + x^2$

c) $x^2 - (x + 3)(x - 3) = x^2 - 1 - (x + 2)^2$

Ecuaciones de segundo grado

□ **16.** Determina si las siguientes ecuaciones tienen solución y, en caso afirmativo, indica cuántas:

a) $-2x^2 + 3x - 5 = 0$

b) $-x(2x + 1) = 3x^2 + x - 2$

c) $(x - 1)(x + 1) - 2x + 3 = 0$

d) $2x(x - 2) + x^2 = 3x$

◪ **17.** Una de las siguientes ecuaciones no tiene ninguna solución. Encuéntrala:

a) $(-x + 1)(x + 1) + 2x(x - 2) = 2x - (x - 3)^2$

b) $8x^2 + (x + 3)^2 - (2x - 1)(2x + 1) = (2x + 3)^2$

c) $2x - (x + 1)^2 = -x(x - 2) + (x + 1)^2$

d) $(x - 2)^2 + x(2x - 1) = (x + 1)(x - 1)$

■ **18.** Determina el valor de *a* para que la ecuación de segundo grado $ax^2 + 10x + 1 = 0$ tenga una única solución.

■ **19.** Determina el valor de *a* para que la ecuación de segundo grado $4x^2 + ax + 9 = 0$ tenga una única solución.

□ **20.** Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado:

a) $6x^2 + 3x - 45 = 0$

b) $3x^2 - 10x + 8 = 0$

c) $6x^2 - x - 2 = 0$

d) $-10x^2 + 23x - 12 = 0$

e) $-\frac{3}{10}x^2 + \frac{1}{2}x = -\frac{1}{5}$

f) $20x^2 + 7x - 6 = 0$

□ **21.** Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado incompletas:

a) $3x^2 - 5x = 0$

b) $-3x^2 + 15 = 0$

c) $-5x^2 + 20x = 0$

d) $-\frac{6}{5}x^2 + 17 = 0$

◪ **22.** Las siguientes ecuaciones de segundo grado son incompletas. Resuélvelas:

a) $(x - 2)(2x - 5) = x(x - 9)$

b) $(2x - 3) - (x - 3)(x + 3) = 6$

c) $2x - (2x - 1)(x + 4) = (x - 2)^2$

d) $6 - x(3x - 5) = 2 - (x - 4)^2 - 3x$

◪ **23.** Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado:

a) $(x - 3)^2 + (x - 3)(x + 3) = 3 - 7x$

b) $(2x + 5)^2 + 6x = 49 - (2x - 3)^2$

c) $(3x + 1) - (x - 2)(x + 2) - (x + 8)^2 = 3(x - 18)$

d) $7 - (2x - 3)^2 - (2x - 1)^2 = 2x$

□ **24.** Resuelve las siguientes ecuaciones bicuadradas:

a) $3x^4 - 2x^2 - 8 = 0$

b) $10x^4 - 3x^2 - 4 = 0$

c) $4x^4 - 25x^2 + 36 = 0$

d) $5x^4 - 100 = 0$

e) $-3x^4 + 7x^2 = 0$

f) $4x^4 + 29x^2 + 45 = 0$

◪ **25.** Resuelve las siguientes ecuaciones bicuadradas:

a) $(3x^2 - 1)(5x^2 - 4) - (4x - 2)(2 + 4x) = -2(1 + x^2)$

b) $(2x^2 + 1)^2 - x^2(x + 3)(x - 3) - x^2(x^2 + 6) = 22 + 6x^2$

Sistemas de ecuaciones

□ **26.** Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones utilizando el método de igualación:

a) $\begin{cases} 3x + 5y = 3 \\ -10x + 5y = -23 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x - 3y = -\frac{5}{4} \\ -x = 1 - 2y \end{cases}$

c) $\begin{cases} 4x + 3y = 2 \\ -2x + \frac{3}{2}y = 4 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 0'3x - 0'8y = 2'5 \\ 0'1x + 0'3y = -0'3 \end{cases}$

Ecuaciones de primer grado.

14.

a)

$$3x-(3-5x)+4\cdot(-2x+5)=-3-2\cdot(x-5)$$
$$3x-3+5x-8x+20=-3-2x+10$$
$$2x=-10$$
$$x=-5$$

b)

$$-(-x+3)+4\cdot[2x-(5x+1)]-3x=1-5\cdot(2-x)$$
$$x-3-12x-4-3x=1-10+5x$$
$$-19x=-2$$
$$x=\frac{2}{19}$$

c)

$$\frac{-2+(x-3)}{3}=-\frac{5-x}{2}$$
$$-10+2x=-15+3x$$
$$x=5$$

d)

$$\frac{-2\cdot(3x-1)}{3}-\frac{3x+2}{6}=-x+1$$
$$-12x+4-3x-2=-36x+6$$
$$21x=8$$
$$x=\frac{8}{21}$$

e)

$$2x-\frac{3\cdot(5x+1)}{4}-\frac{3x+2}{8}=\frac{1}{2}x-1$$
$$16x-30x-6-3x-2=4x-8$$
$$-21x=0$$
$$x=0$$

15.

a)

$$2x-4\cdot(x+2)\cdot(x-3)=3x-(2x-1)^2$$
$$2x-4x^2+4x+24=3x-(4x^2-4x+1)$$
$$-4x^2+6x+24=-4x^2+7x-1$$
$$\boxed{6x+24=7x-1}$$
$$\boxed{x=25}$$

b)

$$-(x+3)\cdot(2x+1)+(2x-3)^2=(-x-2)\cdot(2-x)+x^2$$
$$-2x^2-7x-3+4x^2-12x+9=-4+2x^2$$
$$\boxed{-19x+10=0}$$
$$\boxed{x=\frac{10}{19}}$$

c)

$$x^2-(x+3)\cdot(x-3)=x^2-1-(x+2)^2$$
$$x^2-x^2+9=x^2-1-x^2-4x-4$$
$$\boxed{4x+14=0}$$
$$\boxed{x=\frac{7}{2}}$$

Ecuaciones de segundo grado.

16.

a) No tiene ninguna solución real.

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = 9 - 40 < 0 \Rightarrow \nexists soluciones \mathbb{R}$

b) Existen dos soluciones diferentes.

$-x \cdot (2x+1) = 3x^2 + x - 2$

$x^2 + 2x - 2 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = 4 + 8 > 0 \Rightarrow 2 soluciones.$

$x = \dfrac{-2 \pm \sqrt{4+8}}{2} = \dfrac{-2 \pm 2\sqrt{3}}{2}$

$\boxed{x_1 = -1 + \sqrt{3}, x_2 = -1 - \sqrt{3}}$

c) No tiene ninguna solución real.

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = 4 - 8 < 0 \Rightarrow \nexists soluciones \mathbb{R}$

d) Existen dos soluciones diferentes.

$2x^2 - 4x + x^2 = 3x$

$3x^2 - 7x = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = 49 > 0 \Rightarrow 2 soluciones.$

$\boxed{x_1 = 0, x_2 = \dfrac{7}{3}}$

17.

a)

$(-x+1)\cdot(x+1) + 2x\cdot(x-2) = 2x - (x-3)^2$

$x^2 - 6x + 5 = 0$

$\Delta = 36 - 20 = 16 > 0 \Rightarrow 2 soluciones.$

b)

$8x^2 + (x+3)^2 - (2x-1)\cdot(2x+1) = (2x+3)^2$

$-x^2 - 6x + 1 = 0$

$\Delta = 36 + 4 = 40 > 0 \Rightarrow 2 soluciones.$

c)

$2x - (x+1)^2 = -x\cdot(x-2) + (x+1)^2$

$x^2 + 4x + 2 = 0$

$\Delta = 16 - 8 = 8 > 0 \Rightarrow 2 soluciones.$

d)

$(x-2)^2 + x\cdot(2x-1) = (x+1)\cdot(x-1)$

$2x^2 - 5x + 5 = 0$

$\boxed{\Delta = 25 - 40 = -15 > 0 \Rightarrow \nexists soluciones}$

18. Para que la ecuación tenga una solución única su discriminante debe ser nulo:

$$ax^2 + 10x + 1 = 0$$

$$\Delta = 100 - 4a = 0$$

$$\boxed{a = 25}$$

19. Para que la ecuación tenga una solución única su discriminante debe ser nulo:

$$4x^2 + ax + 9 = 0$$

$$\Delta = a^2 - 144 = 0$$

$$\boxed{a = \pm 12}$$

20. El valor de la x en una ecuación de segundo grado completa viene dada por:

$$ax^2 + bx + c = 0$$
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Si la ecuación de segundo grado es incompleta vamos transponiendo los términos según las reglas y de forma ordenada.

a)

$6x^2 + 3x - 45 = 0$

$x = \frac{-9 \pm \sqrt{9 + 1080}}{12} = \frac{-9 \pm 33}{12}$

$\boxed{x_1 = 2, x_2 = \frac{7}{2}}$

b)

$3x^2 - 10x + 8 = 0$

$x = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 96}}{6} = \frac{10 \pm 2}{6}$

$\boxed{x_1 = 2, x_2 = \frac{4}{3}}$

c)

$6x^2 - x - 2 = 0$

$x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 48}}{12} = \frac{1 \pm 7}{12}$

$\boxed{x_1 = \frac{2}{3}, x_2 = -\frac{1}{2}}$

d)

$-10x^2 + 23x - 12 = 0$

$x = \frac{-23 \pm \sqrt{529 - 480}}{-20} = \frac{-23 \pm 7}{-20}$

$\boxed{x_1 = \frac{4}{5}, x_2 = \frac{3}{2}}$

e)

$-\frac{3}{10}x^2 + \frac{1}{2}x = -\frac{1}{5} \rightarrow -3x^2 + 5x + 2 = 0$

$x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 24}}{-6} = \frac{-5 \pm 7}{-6}$

$\boxed{x_1 = -\frac{1}{3}, x_2 = 2}$

f)

$20x^2 + 7x - 60 = 0$

$x = \frac{-7 \pm \sqrt{49 + 4800}}{40} = \frac{-7 \pm \sqrt{4849}}{40}$

$\boxed{x_1 = \frac{-7 + \sqrt{4849}}{40}, x_2 = \frac{-7 - \sqrt{4849}}{40}}$

21.

a)

$3x^2 - 5x = 0$

$x \cdot (3x - 5) = 0 \rightarrow x = 0, 3x - 5 = 0$

$\boxed{x_1 = 0, x_2 = \frac{5}{3}}$

b)

c)

$-5x^2 + 20x = 0$

$5x \cdot (-x + 4) = 0 \rightarrow 5x = 0, -x + 4 = 0$

$\boxed{x_1 = 0, x_2 = 4}$

d)

$-3x^2+15=0$

$x^2=5$

$\boxed{x_1=\sqrt{5}, x_2=-\sqrt{5}}$

$-\frac{6}{5}x^2+17=0$

$x^2=\frac{85}{6}$

$\boxed{x_1=\sqrt{\frac{85}{6}}, x_2=-\sqrt{\frac{85}{6}}}$

22.

a)

$(x-2)\cdot(2x-5)=x\cdot(x-9)$

$x^2+10=0 \Rightarrow x=\sqrt{-10} \Rightarrow \boxed{\nexists \text{ soluciones } \mathbb{R}}$

b)

$(2x-3)-(x-3)\cdot(x+3)=6$

$-x^2+2x=0$

$x\cdot(-x+2)=0 \rightarrow x=0, -x+2=0$

$\boxed{x_1=0, x_2=2}$

c)

$2x-(2x-1)\cdot(x+4)=(x-2)^2$

$-3x^2-x=0$

$-x\cdot(3x+1)=0 \rightarrow -x=0, 3x+1=0$

$\boxed{x_1=0, x_2=-\frac{1}{3}}$

d)

$6-x\cdot(3x-5)=2-(x-4)^2-3x$

$-2x^2+20=0 \rightarrow x^2=10$

$\boxed{x_1=\sqrt{10}, x_2=-\sqrt{10}}$

23.

a)

$(x-3)^2+(x-3)\cdot(x+3)=3-7x$

$x^2+x=0$

$x\cdot(x+1)=0 \rightarrow x=0, x+1=0$

$\boxed{x_1=0, x_2=-1}$

b)

$(2x+5)^2+6x=49-(2x-3)^2$

$8x^2+14x-15=0$

$x=\frac{14\pm\sqrt{196+480}}{16}=\frac{14\pm 26}{16}$

$\boxed{x_1=\frac{5}{2}, x_2=-\frac{3}{4}}$

c)

$(3x+1)-(x-2)\cdot(x+2)-(x+8)^2=3\cdot(x-18)$

$-2x^2-16x-5=0$

$x=\frac{16\pm\sqrt{256-40}}{-4}=\frac{16\pm 6\sqrt{6}}{-4}$

$\boxed{x_1=-1-\frac{3\sqrt{6}}{2}, x_2=-1+\frac{3\sqrt{6}}{2}}$

d)

$7-(2x-3)^2-(2x-1)^2=2x$

$-8x^2+14x-3=0$

$x=\frac{-14\pm\sqrt{196-96}}{-16}=\frac{-14\pm 10}{-16}$

$\boxed{x_1=\frac{1}{4}, x_2=\frac{3}{2}}$

24. Para resolver una ecuación bicuadrada: $ax^4 + bx^2 + cx = 0$

1.Hacemos un cambio de variable: $x^2 = z$

2.Resolvemos la ecuación de segundo grado que nos queda: $az^2 + bz + c = 0$, de la que obtenemos dos soluciones: z_1, z_2.

3.Deshacemos el cambio de variable: $x_1 = \pm\sqrt{z_1}$, $x_2 = \pm\sqrt{z_2}$

a)

$$3x^4 - 2x^2 - 8 = 0$$

$$x^2 = z$$

$$3z^2 - 2z - 8 = 0$$

$$z = \frac{2 \pm \sqrt{4+96}}{6} = \frac{5 \pm 10}{6}$$

$$z_1 = \frac{5}{2} \Rightarrow \boxed{x_1 = \sqrt{\frac{5}{2}}, x_2 = -\sqrt{\frac{5}{2}}}$$

$$z_2 = -\frac{5}{6} \Rightarrow \boxed{x_3 = x_4 = -\frac{5}{6}}$$

b)

$$10x^4 - 3x^2 - 4 = 0$$

$$x^2 = z$$

$$10z^2 - 3z - 4 = 0$$

$$z = \frac{3 \pm \sqrt{9+160}}{20} = \frac{3 \pm 13}{20}$$

$$z_1 = \frac{4}{5} \Rightarrow \boxed{x_1 = \frac{2\sqrt{5}}{5} x_2 = -\frac{2\sqrt{5}}{5}}$$

$$z_2 = -\frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{x_3 = x_4 = -\frac{1}{2}}$$

c)

$$4x^4 - 25x^2 + 36 = 0$$

$$x^2 = z$$

$$4z^2 - 25z + 36 = 0$$

$$z = \frac{25 \pm \sqrt{625+576}}{8} = \frac{25 \pm \sqrt{1201}}{8}$$

$$z_1 = \frac{25+\sqrt{1201}}{8} \Rightarrow \boxed{x_1 = \sqrt{\frac{25+\sqrt{1201}}{8}}, x_2 = -\sqrt{\frac{25+\sqrt{1201}}{8}}}$$

$$z_2 = \frac{25-\sqrt{1201}}{8} \Rightarrow \boxed{x_3 = x_4 = \frac{25-\sqrt{1201}}{8}}$$

d)

$5x^4 - 100 = 0$

$x = \sqrt[4]{20}$

e)

$-3x^4 + 7x^2 = 0$

$x^2 \cdot (-3x^2 + 7) = 0 \rightarrow x^2 = 0, -3x^2 + 7 = 0$

$\boxed{x_1 = 0, x_2 = \sqrt{\frac{7}{3}}, x_3 = -\sqrt{\frac{7}{3}}}$

$z_2 = \frac{25 - \sqrt{1201}}{8} \Rightarrow \boxed{x_3 = x_4 = \frac{25 - \sqrt{1201}}{8}}$

f)

$4x^4 + 29x^2 + 45 = 0$

$x^2 = z$

$4z^2 + 29z + 45 = 0$

$z = \frac{-29 \pm \sqrt{841 - 720}}{8} = \frac{-29 \pm 11}{8}$

$z_1 = -\frac{9}{4} \Rightarrow \boxed{x_1 = x_2 = -\frac{9}{4}}$

$z_2 = -5 \Rightarrow \boxed{x_3 = x_4 = -5}$

25.

a) $\left(15x^4 - 12x^2 - 5x^2 + 4\right) - \left(8x + 16x^2 - 4 - 8x\right) = \left(-2 - 2x^2\right)$

$\left(15x^4 - 17x^2 + 4\right) - (16x^2 - 4) = -2 - 2x^2$

$15x^4 - 33x^2 + 8 = -2 - 2x^2$

$15x^4 - 31x^2 + 10 = 0$

$z = x^2$

$15z^2 - 31z + 10 = 0$

$$z = \frac{+31 \pm \sqrt{(-31)^2 - 4 \cdot 15 \cdot 10}}{2 \cdot 15} = \frac{31 \pm \sqrt{961 - 600}}{30} = \frac{31 \pm \sqrt{361}}{30} =$$

$$= \frac{31 \pm 19}{30} \rightarrow z_1 = \frac{31 + 19}{30} = \frac{50}{30} = \frac{5}{3}$$

$$z_2 = \frac{31 - 19}{30} = \frac{12}{30} = \frac{2}{5}$$

$$x_1^2 = \frac{5}{3} \rightarrow x_1 = \pm\sqrt{\frac{5}{3}} \qquad x_2^2 = \frac{2}{5} \rightarrow x_2 = \pm\sqrt{\frac{2}{5}}$$

$$\text{Soluciones}: +\sqrt{\frac{5}{3}}, -\sqrt{\frac{5}{3}}, +\sqrt{\frac{2}{5}}, -\sqrt{\frac{2}{5}}$$

b)$(4x^4+4x^2+1)-x^2(x^2-3x+3x-9)-(x^4+6x^2)=22+6x^2$

$4x^4+4x^2+1-x^4+3x^3-3x^3+9x^2-x^4-6x^2=22+6x^2$

$2x^4+7x^2+1=22+6x^2$

$2x^4+x^2-21=0$

$z=x^2$

$2z^2+z-21=0$

$$z=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4\cdot 2\cdot(-21)}}{2\cdot 2}=\frac{-1\pm\sqrt{1+168}}{4}=$$

$$=\frac{-1\pm\sqrt{169}}{4}=\frac{-1\pm 13}{4}\rightarrow z_1=\frac{-1+13}{4}=3$$

$$z_2=\frac{-14}{4}=-\frac{7}{2}$$

$x_1^2=3\rightarrow x_1=\pm\sqrt{3}$

$$x_2^2=-\frac{7}{2}$$

No existen soluciones reales para x_2

Soluciones: $+\sqrt{3}$,- $\sqrt{3}$

26.

a)

$$\begin{cases}3x+5y=3\\-10x+5y=-23\end{cases}$$

$$y=\frac{3-3x}{5},y=\frac{-23+10x}{5}$$

$$\frac{3-3x}{5}=\frac{-23+10x}{5}$$

$13x=26$

$$\boxed{x=2,y=-\frac{3}{5}}$$

c)

$$\begin{cases}4x+3y=2\\-2x+\frac{3}{2}y=4\end{cases}$$

$$x=\frac{2-3y}{4},x=-2+\frac{3}{4}y$$

$$\frac{2-3y}{4}=-2+\frac{3}{4}y$$

$2-3y=-8+3y$

$6y=10$

$$\boxed{y=\frac{5}{3},x=-\frac{3}{4}}$$

b)

$$\begin{cases} 2x-3y=-\dfrac{5}{4} \\ -x=1-2y \end{cases}$$

$$x=-\frac{5}{4}+3y, x=-1+2y$$

$$-\frac{5}{4}+3y=-1+2y; \qquad -5+12y=-4+8y$$

$$4y=1$$

$$\boxed{y=\frac{1}{4}, y=-\frac{1}{2}}$$

d)

$$\begin{cases} 15x-10y=-15 \\ -21x+14y=-2 \end{cases}$$

$$x=\frac{10y}{15}-1, x=\frac{14y+2}{21}$$

$$70y-105=70y+10$$

$$-105=10$$

$\nexists$ *soluciones.*

27. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones utilizando el método de sustitución:

a) $\begin{cases} -x+3y=5 \\ 2x-y=-\dfrac{20}{3} \end{cases}$

b) $\begin{cases} \dfrac{x}{2}+y=-\dfrac{7}{4} \\ 3x+8y=-9 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x-y=-\dfrac{7}{4} \\ -3x=3-2y \end{cases}$

d) $\begin{cases} 0'5x-0'2y=-2'3 \\ -0'3x+0'5y=2'9 \end{cases}$

28. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones utilizando el método de reducción:

a) $\begin{cases} 3x-2y=-21 \\ -x+2y=11 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 5x+3y=-7 \\ 2x-5y=7 \end{cases}$

c) $\begin{cases} -2x+5y=\dfrac{8}{3} \\ 9x=7-6y \end{cases}$

d) $\begin{cases} 0'5x-0'3y=-2'9 \\ 0'3x+0'1y=-0'3 \end{cases}$

29. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones utilizando el método más adecuado:

a) $\begin{cases} -\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-11}{6} \\ 2x-4=5y \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x-5y=-11'6 \\ 2x+y=3'1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x+1=-y \\ 3x-2y=\dfrac{15}{4} \end{cases}$

d) $\begin{cases} 0'8x+y=-1'35 \\ 0'3x-2'5y=-1'225 \end{cases}$

Inecuaciones lineales con una incógnita

30. Resuelve las siguientes inecuaciones:

a) $5x-3>-2+7x$

b) $3-(2-5x)\le -3x+4$

c) $2x-3(2-x)\ge -3x+6$

d) $-2x+3-2(3x+1)-4>0$

31. Resuelve las siguientes inecuaciones:

a) $\dfrac{2x-1}{4}>x-3$

b) $\dfrac{-3x+1}{2}-\dfrac{x+5}{6}\ge x+1$

c) $\dfrac{1}{5}(-2x+1)+\dfrac{2(1-x)}{3}>2x-1$

32. Las inecuaciones que aparecen a continuación son de primer grado. Resuélvelas:

a) $\left(\dfrac{x}{2}-3\right)^2+3x-1\le\dfrac{x(x+2)}{4}$

b) $\left(2x-\dfrac{3}{2}\right)^2-(2x+1)(2x-3)\ge 0$

33. Las siguientes inecuaciones son de primer grado. Compruébalo y determina el conjunto de soluciones para cada una de ellas:

a) $(x-2)(x+2)>(x+3)^2$

b) $(2x-1)(x-2)\le(x+1)^2+(x-1)^2$

c) $(x+2)(3-x)+(x-2)(x+2)>0$

d) $(2x-1)^2-(2x+1)^2\le -3$

e) $(3+4x)(x+5)-(2x+3)^2>0$

f) $(1-6x)(x+3)+3(2x^2-x)\ge 0$

Sistemas de inecuaciones lineales con una incógnita

34. Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones y representa la solución en la recta real:

a) $\begin{cases} 2x-1>3 \\ 3x+5<20 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x-3<3 \\ 4x+2<6x+3 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2-x\ge 3x-2 \\ 3x-5>x-10 \end{cases}$

d) $\begin{cases} -x+5>3x-2 \\ 3x-2\le x+12 \end{cases}$

e) $\begin{cases} -2(x+1)\le 1-3(x+2) \\ 1+(2x-1)\ge 3x-4 \end{cases}$

f) $\begin{cases} 2x-1>-x+3 \\ x+2\le 2x+5 \end{cases}$

35. Los siguientes sistemas de inecuaciones no tienen solución. Compruébalo:

a) $\begin{cases} 2x-5\ge 5x-3 \\ x-2(x+3)\ge 1-3(x+1) \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3+2(x-3)\ge -2+5(x+2) \\ x-(x-3)<5+3(1+x) \end{cases}$

36. Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones:

a) $\begin{cases} -4x+2\ge -3x+5 \\ 2x-3>4 \\ -x+4>-3x+1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3(x+1)-2(1+x)\le 7+2x \\ \dfrac{x-4}{3}\ge -2 \\ \dfrac{3-2x}{5}<1 \end{cases}$

→

27.

a)

$$\begin{cases} -x+3y=5 \\ 2x-y=-\dfrac{20}{3} \end{cases}$$

$$x=-5-3y$$

$$2\cdot(-5-3y)-y=-\frac{20}{3}$$

$$-10-6y-y=-\frac{20}{3}$$

$$-7y=\frac{10}{3}$$

$$\boxed{y=-\frac{10}{21}, x=-\frac{25}{7}}$$

b)

$$\begin{cases} \dfrac{x}{2}+y=-\dfrac{7}{4} \\ 3x+8y=-9 \end{cases}$$

$$y=-\frac{7}{4}-\frac{x}{2}$$

$$3x+8\cdot(-\frac{7}{4}-\frac{x}{2})=-9$$

$$3x-14-4x=-9$$

$$\boxed{x=-5, y=\frac{3}{2}}$$

c)

$$\begin{cases} 2x-y=-\dfrac{7}{4} \\ -3x=3-2y \end{cases}$$

$$y=2x-\frac{7}{4}$$

$$-3x=3-2\cdot\left(2x-\frac{7}{4}\right)$$

$$-3x=3-4x+\frac{7}{2}$$

$$\boxed{x=\frac{13}{2}, y=\frac{45}{4}}$$

d)

$$\begin{cases} 0'5x-0'2y=-2'3 \\ -0'3x+0'5y=2'9 \end{cases}$$

$$x=\frac{-2'3+0'2y}{0'5}$$

$$-0'3\cdot(-5-3y)+0'5y=2'9$$

$$1'4y=1'4$$

$$\boxed{y=1, x=-4'2}$$

28.

a)

$$\begin{cases} 3x-2y=-21 \\ -x+2y=11 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x-2y=-21 \\ -3x+6y=33 \end{cases}$$

$$4y=12$$

$$\boxed{x=-5, y=3}$$

c)

$$\begin{cases} -2x+5y=\dfrac{8}{3} \\ 9x=7-6y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -2x+5y=\dfrac{8}{3} \\ 9x+6y=7 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -18x+45y=24 \\ 18x+12y=14 \end{cases}$$

$$57x=38$$

$$\boxed{x=\frac{2}{3}, y=\frac{1}{6}}$$

b)

$$\begin{cases}5x+3y=-7\\2x-5y=7\end{cases}\rightarrow\begin{cases}10x+6y=-14\\-10x+25y=-35\end{cases}$$

$31x=-49$

$$\boxed{x=-\frac{49}{31},y=\frac{63}{31}}$$

d)

$$\begin{cases}0'5x-0'3y=-2'9\\0'3x+0'1y=-0'3\end{cases}\rightarrow\begin{cases}0'05x-0'03y=-0'29\\0'09x+0'03y=-0'09\end{cases}$$

$0'14x=-0'38$

$$\boxed{x=-2'71,\ y=5'14}$$

29.

a)

$$\begin{cases}-\frac{x}{2}=\frac{y-11}{6}\\2x-4=5y\end{cases}$$

$$x=\frac{11-y}{3}$$

$$2\cdot\left(\frac{11-y}{3}\right)-4=5y$$

$17y=10$

$$\boxed{y=\frac{10}{17},x=\frac{59}{17}}$$

c)

$$\begin{cases}2x+1=-y\\3x-2y=\frac{15}{4}\end{cases}$$

$-2x-1=y$

$$3x-2\cdot(-2x-1)=\frac{15}{4}$$

$$7x=\frac{7}{4}$$

$$\boxed{x=\frac{1}{4},y=-\frac{3}{2}}$$

b)

$$\begin{cases}3x-5y=-11'6\\2x+y=3'1\end{cases}$$

$$y=\frac{11'6+3x}{5},y=3'1-2x$$

$$\frac{11'6+3x}{5}=3'1-2x$$

$13x=3'9$

$$\boxed{x=0'3,y=2'5}$$

d)

$$\begin{cases}0'8x+y=-1'35\\0'3x-2'5y=-1'225\end{cases}\rightarrow\begin{cases}2x+2'5y=-3'375\\0'3x-2'5y=-1'225\end{cases}$$

$2'3x=-4'6$

$$\boxed{x=-2,y=0'73}$$

Inecuaciones lineales con una incógnita.

30.

$a)5x-3>-2+7x$

$$-2x>1\rightarrow 2x<-1\rightarrow x<-\frac{1}{2}\rightarrow x\in(-\infty,-\frac{1}{2})$$

$b) 3-(2-5x) \le -3x+4$

$3-2+5x \le -3x+4$

$5x+1 \le -3x+4 \to 8x \le 3 \to x \le \frac{3}{8} \to x \in \left(-\infty, \frac{3}{8}\right]$

$c) 2x-3(2-x) \ge -3x+6$

$2x-6+x \ge -3x+6$

$6x \ge 12 \to x \ge \frac{12}{6} = 2 \to x \ge 2 \to x \in [2, \infty)$

$d) -2x+3-2(3x+1)-4 > 0$

$-2x+3-6x-2-4 > 0$

$-8x > -3 \to 8x < 3 \to x < \frac{3}{8} \to x \in \left(-\infty, \frac{3}{8}\right)$

$e) 3x+2-(2-3x) \le 7x-5$

$3x+2-2+3x \le 7x-5$

$-x \le -5 \to x \ge 5 \to x \in [5, \infty)$

31.

$a) \frac{2x-1}{4} > x-3$

$2x-1 > 4(x-3)$

$2x-1 > 4x-12$

$-2x > -11 \to 2x < 11 \to x < \frac{11}{2} \to x \in \left(-\infty, \frac{11}{2}\right)$

$b) \frac{-3x+1}{2} - \frac{x+5}{6} \ge x+1$

$\frac{3(-3x+1)-(x+5)}{6} \ge x+1$

$\frac{-9x+3-x-5}{6} \ge x+1 \to \frac{-10x-2}{6} \ge x+1$

$-10x-2 \ge 6(x+1) \to -10x-2 \ge 6x+6 \to -16x \ge 8 \to 16x \le -8 \to$

$\to x \le \left(-\frac{8}{16}\right) \to x \le \left(-\frac{1}{2}\right) \to \left(-\infty, -\frac{1}{2}\right]$

$$c)\frac{1}{5}\left(-2x+1\right)+\frac{2(1-x)}{3}>2x-1$$

$$-\frac{2}{5}x+\frac{1}{5}+\frac{2}{3}-\frac{2x}{3}>2x-1$$

$$-\frac{\left(6+10\right)x}{15}+\frac{\left(3+10\right)}{15}>2x-1$$

$$\frac{-16x+13}{15}>2x-1\rightarrow-16x+13>15(2x-1)\rightarrow-16x+13>30x-15\rightarrow$$

$$\rightarrow-46x>-28\rightarrow46x>28\rightarrow x>\frac{28}{46}=\frac{14}{23}\rightarrow x>\frac{14}{23}\rightarrow x\in\left(\frac{14}{23},\infty\right)$$

$$d)\frac{3-2(x-2)}{6}-\frac{1+3(2-x)}{4}\leq-\frac{3x-1}{12}$$

$$\frac{6-4(x-2)}{12}-\frac{3+9(2-x)}{12}\leq-\frac{3x-1}{12}$$

$$6-4x+8-3-18+9x\leq1-3x\rightarrow5x-7\leq1-3x\rightarrow8x\leq8\rightarrow x\leq1$$

$$x\in\left(1,\infty\right]$$

32.

$$a)\left(\frac{x}{2}-3\right)^2+3x-1\leq\frac{x(x+2)}{4}$$

$$\frac{x^2}{4}-3x+9+3x-1\leq\frac{x^2+2x}{4}$$

$$\frac{x^2-12x+36+12x-4}{4}\leq\frac{x^2+2x}{4}$$

$$32\leq2x\rightarrow16\leq x\rightarrow x\in\left(-\infty,16\right]$$

$$b)\left(2x-\frac{3}{2}\right)^2-\left(2x+1\right)\left(2x-3\right)\geq0$$

$$4x^2-6x+\frac{9}{4}-\left(4x^2-6x+2x-3\right)\geq0$$

$$4x^2-6x+\frac{9}{4}-4x^2+6x-2x+9\geq0$$

$$-2x+\frac{45}{4}\geq0\rightarrow\frac{-8x+45}{4}\geq0\rightarrow-8x+45\geq0\rightarrow45\geq8x\rightarrow x\leq\frac{45}{8}$$

$$x\in\left(-\infty,\frac{45}{8}\right]$$

$c)\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{1}{2}\right)-\left(x+\frac{1}{4}\right)^2<0$

$x^2-\frac{1}{4}-\left(x^2+\frac{1}{2}x+\frac{1}{16}\right)<0 \to x^2-\frac{1}{4}-x^2-\frac{1}{2}x-\frac{1}{16}<0$

$-\frac{1}{2}x-\frac{(4+1)}{16}<0 \to \frac{-8x-5}{16}<0 \to -8x<5 \to 8x>-5 \to$

$x>-\frac{5}{8} \to x\in\left(-\frac{5}{8},\infty\right)$

$d)-x+5>3x-2 \to 7>4x \to x<\frac{7}{4}$

$3x-2\le x+12 \to 2x\le 14 \to x\le 7$

$x\in\left(-\infty,\frac{7}{4}\right)$

$e)-2(x+1)\le 1-3(x+2) \to -2x-2\le 1-3x-6 \to x\le -3$

$1+(2x-1)\ge 3x-4 \to 2x\ge 3x-4 \to x\le 4$

$x\in\left(-\infty,-3\right]$

$f)2x-1>-x+3 \to 3x>4 \to x>\frac{4}{3}$

$x+2\le 2x+5 \to x\ge -3$

$x\in\left(\frac{4}{3},\infty\right)$

33.

$a)(x-2)(x+2)>(x+3)^2$

$x^2+2x-2x-4>x^2+6x+9 \to -4>6x+9 \to -13>6x \to x<-\frac{13}{6} \to$

$x\in\left(-\infty,-\frac{13}{6}\right)$

$b)(2x-1)(x-2)\le (x+1)^2+(x-1)^2$

$2x^2-4x-x+2\le x^2+2x+1+x^2-2x+1$

$2x^2-5x+2\le 2x^2+2 \to -5x+2\le 2 \to -5x\le 0 \to 5x\ge 0 \to x\ge 0 \to$

$x\in\left[0,\infty\right)$

$c)(x+2)(3-x)+(x-2)(x+2)>0$

$3x-x^2+6-2x+x^2+2x-2x-4>0$

$x+2>0 \to x>-2 \to x\in\left(-2,\infty\right)$

$d)\left(2x-1\right)^2-(2x+1)^2\leq -3$

$4x^2-4x+1-(4x^2+4x+1)\leq -3$

$4x^2-4x+1-4x^2-4x-1\leq -3$

$-8x\leq -3\rightarrow 8x\geq 3\rightarrow x\geq \frac{3}{8}\rightarrow x\in\left[\frac{3}{8},\infty\right)$

$e)\left(3+4x\right)\left(x+5\right)-\left(2x+3\right)^2>0$

$3x+15+4x^2+20x-\left(4x^2+12x+9\right)>0$

$23x+15+4x^2-4x^2-12x-9>0$

$11x+6>0\rightarrow 11x>-6\rightarrow x>-\frac{6}{11}\rightarrow x\in\left(-\frac{6}{11},\infty\right)$

$f)\left(1-6x\right)\left(x+3\right)+3\left(2x^2-x\right)\geq 0$

$x+3-6x^2-18x+6x^2-3x\geq 0$

$-20x+3\geq 0\rightarrow x\leq \frac{3}{20}\rightarrow x\in\left(-\infty,\frac{3}{20}\right]$

Sistemas de inecuaciones lineales con una incógnita.

34.

$a)2x-1>3\rightarrow 2x>4\rightarrow x>2\rightarrow x\in\left(2,\infty\right)$

$3x+5<20\rightarrow 3x<15\rightarrow x<5\rightarrow x\in\left(-\infty,5\right)$

$x\in\left(2,5\right)$

$b)2x-3<3\rightarrow 2x<6\rightarrow x<3\rightarrow x\in\left(-\infty,3\right)$

$4x+2<6x+3\rightarrow -1<2x\rightarrow x>-\frac{1}{2}\rightarrow x\in\left(-\frac{1}{2},\infty\right)$

$x\in\left(-\frac{1}{2},3\right)$

$c)2-x\geq 3x-2\rightarrow 4\geq 4x\rightarrow x\leq 1\rightarrow x\in\left(-\infty,1\right]$

$3x-5>x-10\rightarrow 2x>-5\rightarrow x>-\frac{5}{2}\rightarrow x\in\left(-\frac{5}{2},\infty\right)$

$x\in\left(-\frac{5}{2},1\right]$

$d)-x+5>3x-2 \rightarrow 7>4x \rightarrow x<\frac{7}{4} \rightarrow \left(-\infty,\frac{7}{4}\right)$

$3x-2 \leq x+12 \rightarrow 2x \leq 14 \rightarrow x \leq 7 \rightarrow (-\infty,7]$

$x \in \left(-\infty,\frac{7}{4}\right)$

$e)-2(x+1) \leq 1-3(x+2) \rightarrow -2x-2 \leq 1-3x-6 \rightarrow x \leq -3 \rightarrow x \in (-\infty,-3]$

$1+(2x-1) \geq 3x-4 \rightarrow 2x \geq 3x-4 \rightarrow x \leq 4 \rightarrow x \in (-\infty,4]$

$x \in (-\infty,-3]$

$f)2x-1>-x+3 \rightarrow 3x>4 \rightarrow x>\frac{4}{3}$

$x+2 \leq 2x+5 \rightarrow -3 \leq x \rightarrow x \geq -3$

$x \in \left(\frac{4}{3},\infty\right)$

35.

$a)2x-5 \geq 5x-3 \rightarrow 3x \leq -2 \rightarrow x \leq -\frac{2}{3} \rightarrow x \in \left(-\infty,-\frac{2}{3}\right]$

$x-2(x+3) \geq 1-3(x+1) \rightarrow x-2x-3 \geq 1-3x-3 \rightarrow 2x \geq 1 \rightarrow x \geq \frac{1}{2} \rightarrow$

$x \in \left[\frac{1}{2},\infty\right)$

Ambos intervalos no tienen puntos en común; por lo tanto, el sistema no tiene solución.

$b)3+2(x-3) \geq -2+5(x+2) \rightarrow 3+2x-6 \geq -2+5x+10 \rightarrow 3x \leq -11 \rightarrow$

$\rightarrow x \leq -\frac{11}{3} \rightarrow x \in \left(-\infty,-\frac{11}{3}\right]$

$x-(x-3)<5+3(1+x) \rightarrow x-x+3<5+3+3x \rightarrow 3x>-5 \rightarrow x>-\frac{5}{3} \rightarrow$

$\rightarrow x \in \left(-\frac{5}{3},\infty\right)$

36.

$a)-4x+2 \geq -3x+5 \rightarrow -x \geq 3 \rightarrow x \leq -3 \rightarrow x \in (-\infty,-3]$

$2x-3>4 \rightarrow 2x>7 \rightarrow x>\frac{7}{2} \rightarrow x \in \left(\frac{7}{2},\infty\right)$

$-x+4>-3x+1 \rightarrow 2x>-3 \rightarrow x>-\frac{3}{2} \rightarrow x \in \left(-\frac{3}{2},\infty\right)$

El sistema no tiene solución, pues los intervalos no tienen puntos comunes.

$b)3(x+1)-2(1+x)\le 7+2x$

$3x+3-2-2x\le 7+2x \to x\ge -6 \to x\in\left[-6,\infty\right)$

$\frac{x-4}{3}\ge -2 \to x-4\ge -6 \to x\ge -2 \to x\in\left[-2,\infty\right)$

$\frac{3-2x}{5}<1 \to 3-2x<5 \to 2x>-2 \to x>-1 \to x\in\left(-1,\infty\right)$

$x\in\left(-1,\infty\right)$

ACTIVIDADES **FINALES**

→ PROBLEMAS

☐ **37.** Un número más su siguiente suman 35. ¿De qué número se trata?

☐ **38.** El triple de un número más su siguiente es igual a 41. ¿De qué número se trata?

☐ **39.** La mitad de un número más la tercera parte de su doble resulta 56. ¿De qué número se trata?

☐ **40.** Dos números pares consecutivos suman 50, ¿de qué números se tratan?

☐ **41.** Dos números impares consecutivos suman 128. ¿De qué números se trata?

☐ **42.** Lucía va con 5 € a una librería y compra 3 lápices y 2 cuadernos, sobrándole 1'4 €. Si el precio de un cuaderno es el triple del precio de un lápiz, ¿cuánto cuesta un lápiz?, ¿y un cuaderno?

☐ **43.** Un jardinero siembra el triple de rosales que de gladiolos. Si ha sembrado un total de 20 plantas, ¿cuántos rosales ha sembrado el jardinero?

☐ **44.** El cuadrado del dinero que tengo en el bolsillo menos su triple son 10 €. ¿Cuánto dinero tengo en el bolsillo?

☐ **45.** La edad que tengo ahora multiplicada por la edad que tenía hace 3 años es igual a cuatro veces mi edad actual. ¿Cuántos años tengo?

◪ **46.** Un niño le pregunta la edad a su abuelo, quien le contesta: «la mitad de mis años, más la tercera parte, más la cuarta parte, más la sexta parte son 20 años más de la edad que tengo». ¿Cuántos años tiene el abuelo?

◪ **47.** En una granja viven la mitad de gallinas que de conejos. Si en total podemos contar 110 patas, ¿cuántos conejos y gallinas pueblan la granja?

◪ **48.** Un comerciante vende bocadillos de jamón a 2'6 € y bocadillos de queso a 2'1 €. En una mañana vende 150 bocadillos, obteniendo una caja de 357 €. ¿Cuántos bocadillos ha vendido de cada clase?

◪ **49.** Un comerciante mezcla dos tipos de café, uno que cuesta 7 €/kg y otro que cuesta 11 €/kg. ¿Cuántos kilos de café de cada tipo tiene que mezclar para obtener 25 kg a un precio de 9'4 €/kg?

◪ **50.** La edad que tendré dentro de 10 años es el doble de la edad que tenía hace 4 años. ¿Qué edad tengo?

◪ **51.** Andrés tiene tres hijos: Ana, Lucía y Ernesto. Dentro de 3 años la edad de Ana será el triple de la edad de Lucía, y la edad de Ernesto la mitad de la edad de Ana. Si dentro de 3 años sus edades sumarán 77 años, ¿cuántos años tiene cada uno de los hermanos?

◪ **52.** El perímetro de un parterre rectangular mide 65 m. Si su ancho es la tercera parte de su largo, ¿cuánto miden los lados del parterre?

◪ **53.** Un comerciante vende en un día 12 kg de naranjas y 35 kg de manzanas, y hace una caja de 45'75 €. Si uno de sus clientes paga 1'80 € por 1 kg de naranjas y 1 kg de manzanas, ¿cuánto cuesta el kilogramo de manzanas?, ¿y el de naranjas?

◪ **54.** Un ganadero tiene la mitad de vacas que de ovejas, y la mitad de ovejas que de cerdos. Si en total tiene 70 animales, ¿cuántos animales de cada clase tiene el ganadero?

◪ **55.** Una cuerda mide 5 m más media cuerda. ¿Cuánto mide la cuerda?

◪ **56.** En un bolsillo tengo 10 monedas de 20 y 50 cts. Si en total tengo 3'20 €, ¿cuántas monedas de 20 cts tengo?, ¿y de 50 cts?

◪ **57.** Un campo está plantado con un total de 250 árboles entre olivos y almendros. Si el doble de almendros son 10 menos que el total de los olivos, ¿cuántos almendros habrá?, ¿y cuántos olivos?

◪ **58.** Por cada hora extra que trabaja un obrero en día festivo gana 5 € más que si trabaja la hora extra en día laborable. Si ha trabajado 12 h extras en días normales y 9 h extras en días festivos y le han pagado 381 €, ¿cuánto cobra el trabajador por cada hora extra en día festivo?

◪ **59.** Unos estudiantes alquilan un piso por 120 € al mes cada uno. Si dos de ellos dejan el piso, cada uno tendría que poner 200 €. ¿Cuánto cuesta el alquiler del piso?

◪ **60.** Roberto se gasta 5'4 € en comprar 4 cuadernos y 6 lápices. Si por 3 cuadernos y 8 lápices Ana ha pagado 5'1 €, ¿cuánto cuesta un cuaderno?, ¿y un lápiz?

◪ **61.** En una bolsa tenemos 200 monedas entre auténticas y falsas. Si cada moneda falsa pesa 12 g y cada moneda auténtica pesa 15 g, ¿cuántas monedas falsas contiene la bolsa sabiendo que pesa, en total, 2'61 kg?

37.

$x+(x+1)=35$

$2x+1=35 \Rightarrow x=17$

Solución: $\boxed{\text{El número que buscamos es el 17.}}$

38.

$3x+(x+1)=41$

$4x+1=41 \Rightarrow x=10$

Solución: $\boxed{\text{El número que buscamos es el 10.}}$

39.

$\frac{x}{2}+\frac{2x}{3}=56$

$3x+4x=56\cdot 6 \Rightarrow x=48$

Solución: $\boxed{\text{El número que buscamos es el 48.}}$

40.

$2x+(2x+2)=50$

$4x+2=50 \Rightarrow x=12$

Solución: $\boxed{\text{Los números que buscamos son el 24 y el 26.}}$

41.

$(2x+1)+(2x+3)=128$

$4x+4=128 \Rightarrow x=31$

Solución: $\boxed{\text{Los números que buscamos son el 63 y el 65.}}$

42.

$x=$ Precio de los lápices.

$3x=$ precio de los cuadernos.

$3x+2(3x)=5-1'4$

$9x=3'6 \Rightarrow x=0'4$

Solución: $\boxed{\text{Un lápiz cuesta 0'4 euros y un cuaderno 1'2 euros.}}$

43.

$x =$ Número de gladiolos.

$3x =$ Número de rosales.

$x + 3x = 20 \Rightarrow x = 5$

Solución: $\boxed{\text{Se han sembrado 15 rosales.}}$

44.

$x =$ Dinero que tengo en el bolsillo.

$x^2 - 3x = 10 \Rightarrow x^2 - 3x - 10 = 0 \Rightarrow x = \dfrac{3 \pm \sqrt{9+40}}{2}$

$x_1 = 5$

$x_2 = -2 \rightarrow$ Descartamos esta solución por ser negativa.

Solución: $\boxed{\text{Tengo 5€.}}$

45.

$x =$ Mi edad actual.

$x \cdot (x-3) = 4x \Rightarrow x^2 - 3x - 4x = 0 \Rightarrow x \cdot (x-7) = 0$

$x_1 = 0 \rightarrow$ Descartamos esta solución porque no puedo tener 0 años.

$x_2 = 7$

Solución: $\boxed{\text{Tengo 7 años.}}$

46.

$\dfrac{x}{2} + \dfrac{x}{3} + \dfrac{x}{4} + \dfrac{x}{6} = x + 20$

$\dfrac{15x}{12} = x + 20 \Rightarrow x = 80$

Solución: $\boxed{\text{El abuelo tiene 80 años.}}$

47.

$x =$ Número de conejos $\Rightarrow \dfrac{x}{2} =$ Número de gallinas.

$4x + 2 \cdot \dfrac{x}{2} = 110$

$5x = 110 \Rightarrow x = 22$

Solución: $\boxed{\text{Hay 22 conejos y 11 gallinas.}}$

$x =$ Número de bocadillos de jamón.

$y =$ Número de bocadillos de queso.

$$\left.\begin{array}{l} x+y=150 \\ 2'6x+2'1y=357 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x=150-y \\ 2'6\cdot(150-y)+2'1y=357 \end{array}\right\} \Rightarrow y=66$$

Solución: $\boxed{\text{Se vendieron 66 bocadillos de queso y 84 bocadillos de jamón.}}$

49.

$x =$ kilos de café de 7€ el kilo.

$y =$ kilos de café de 11€ el kilo.

$$\left.\begin{array}{l} x+y=25 \\ 7x+11y=235 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x=25-y \\ 7\cdot(25-y)+11y=235 \end{array}\right\} \Rightarrow y=20$$

Solución: $\boxed{\text{Se necesitan 5 kilos de café de 7€ el kilo, y 20 kilos de café de 11 € el kilo.}}$

50.

$x =$ Mi edad actual.

$(x+10)=2\cdot(x-4)$

$x+10=2x-8 \Rightarrow x=18$

Solución: $\boxed{\text{Tengo 18 años.}}$

51.

Ana	3x
Lucía	x
Ernesto	3x/2

$$3x+x+\frac{3x}{2}=77$$

$11x=154 \Rightarrow x=14$

Solución: $\boxed{\text{Ana tiene 42 años, Lucía 14 años y Ernesto 21 años.}}$

52.

$x =$ ancho.

$2\cdot(x+3x)=65 \Rightarrow x=8'125$

Solución: $\boxed{\text{El largo mide 24'375 m.}}$

43.

$x =$ Número de gladiolos.

$3x =$ Número de rosales.

$x + 3x = 20 \Rightarrow x = 5$

Solución: $\boxed{\text{Se han sembrado 15 rosales.}}$

44.

$x =$ Dinero que tengo en el bolsillo.

$x^2 - 3x = 10 \Rightarrow x^2 - 3x - 10 = 0 \Rightarrow x = \dfrac{3 \pm \sqrt{9+40}}{2}$

$x_1 = 5$

$x_2 = -2 \rightarrow$ Descartamos esta solución por ser negativa.

Solución: $\boxed{\text{Tengo 5€.}}$

45.

$x =$ Mi edad actual.

$x \cdot (x-3) = 4x \Rightarrow x^2 - 3x - 4x = 0 \Rightarrow x \cdot (x-7) = 0$

$x_1 = 0 \rightarrow$ Descartamos esta solución porque no puedo tener 0 años.

$x_2 = 7$

Solución: $\boxed{\text{Tengo 7 años.}}$

46.

$\dfrac{x}{2} + \dfrac{x}{3} + \dfrac{x}{4} + \dfrac{x}{6} = x + 20$

$\dfrac{15x}{12} = x + 20 \Rightarrow x = 80$

Solución: $\boxed{\text{El abuelo tiene 80 años.}}$

47.

$x =$ Número de conejos $\Rightarrow \dfrac{x}{2} =$ Número de gallinas.

$4x + 2 \cdot \dfrac{x}{2} = 110$

$5x = 110 \Rightarrow x = 22$

Solución: $\boxed{\text{Hay 22 conejos y 11 gallinas.}}$

48.

$x =$ precio de la hora extra en día festivo.

$x - 5 =$ precio de la hora extra en día laboral.

$12 \cdot (x - 5) + 9 = 381 \Rightarrow x = 21$

Solución: $\boxed{\text{El precio de la hora extra en día festivo es de 21€.}}$

59.

$x =$ número de estudiantes incial.

$120x = 200 \cdot (x - 2) \Rightarrow 120x - 200x = -400 \Rightarrow x = 5$

$120 \cdot 5 = 600$

Solución: $\boxed{\text{El alquiler cuesta 600€.}}$

60.

$x =$ precio del cuaderno.

$y =$ precio del lápiz.

$$\left.\begin{array}{l} 4x + 6y = 5'4 \\ 3x + 8y = 5'1 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x = \dfrac{5'4 - 6y}{4} \\ 3 \cdot \left(\dfrac{5'4 - 6y}{4}\right) + 8y = 5'1 \end{array}\right\} \Rightarrow 16'2 - 18y + 32y = 20'4 \Rightarrow y = 0'35$$

Solución: $\boxed{\text{Un cuaderno cuesta 0'825€ y un lápiz 0'35€}}$

61.

$x =$ número de monedas auténticas.

$200 - x =$ número de monedas falsas.

$15x + 12 \cdot (200 - x) = 2610 \Rightarrow x = 70$

Solución: $\boxed{\text{Hay 130 monedas falsas.}}$

62. El perímetro de un rectángulo es 44 cm. Si el doble de su altura más 1 cm es igual a la medida de su base, ¿cuánto mide la altura del rectángulo?, ¿y su base?

63. Unos amigos ponen 25 € cada uno para alquilar un autobús e irse de excursión. Si se apuntan 2 amigos más, tocan a 2 € menos cada uno. ¿Cuánto cuesta el alquiler?

64. La altura de un rectángulo es 4 cm mayor que su base. Si el área del rectángulo es de 96 cm², ¿cuánto mide la altura del rectángulo?

65. Tres hermanos, Roberto, Juan y Elena, ponen 100 € para comprar un regalo a su padre. Si Roberto pone el doble que Juan y Elena pone 1 € más la tercera parte de lo que pone Roberto, ¿cuánto dinero ha puesto cada uno?

66. Jaime da 30 pasos para recorrer 7 m y 8 zancadas para recorrer 5 m. Si recorre 34 m dando 92 pasos, entre pasos y zancadas, ¿cuántos pasos y cuantas zancadas ha dado Jaime?

67. Un grupo de amigos está jugando al fútbol. Javier está a 20 m de la portería y comienza a correr hacia ella a una velocidad de 3 m/s. En ese mismo momento, el portero corre hacia él a una velocidad de 5 m/s. ¿Cuánto tiempo tarda el portero en alcanzar a Javier? ¿Cuántos metros habrá recorrido Javier hasta que el portero lo alcanza?

68. En la cafetería del instituto un café cuesta 0'75 € y un vaso de leche 0'85 €. Después del recreo se han vendido 75 bebidas entre café y leche. Si en total se ha hecho una caja de 60'25 €, ¿cuántos vasos de leche se han vendido?, ¿y cuántos cafés?

69. Gonzalo y Mónica están sentados en un banco. Gonzalo se levanta y empieza a correr hacia su casa con una velocidad constante de 2'5 m/s. Pasados 12 s, Mónica se da cuenta de que Gonzalo se ha dejado la cartera y sale corriendo detrás de él con una velocidad constante de 4 m/s. ¿Cuánto tardará Mónica en alcanzar a Gonzalo?

AUTOEVALUACIÓN

1. Resuelve las siguientes ecuaciones de primer grado:

a) $x - 2 - \frac{2x-1}{8} = \frac{5(1-2x)}{4}$

b) $\frac{1}{3}(2x-1) + \frac{x}{4} - 1 = 0$

2. Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado:

a) $3x^2 - 5x - 2 = 2(x-1)$ b) $5x^2 - x(x-3) = 0$

3. Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado:

a) $(2x+1)^2 - (3x-1)(x+3) = 0$

b) $(2x-5)(x+2) + x(3-x) + 10 = 0$

c) $(2x-1)(2x+1) - (x-3)^2 = 6x$

4. Resuelve las siguientes ecuaciones bicuadradas:

a) $2x^4 - 2x^2 - 40 = 0$

b) $(3x^2+1)(x^2-2) + 2(x-3)(x+3) = 0$

5. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones utilizando el método que consideres más oportuno:

a) $\begin{cases} -3x + 2y = -21 \\ 2x + 5y = -5 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x - y = -4 \\ 6x + 7y = 15 \end{cases}$

6. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones utilizando el método que consideres más oportuno:

a) $\begin{cases} 4x - 3y = 0 \\ \frac{x}{3} + 2y = \frac{3}{2} \end{cases}$ b) $\begin{cases} 4x + y = 3 \\ \frac{3}{2}x - \frac{y}{4} = -\frac{1}{8} \end{cases}$

7. Resuelve la siguiente inecuación:

$$-2x + 5 < \frac{2x+1}{2} - \frac{3x-1}{4}$$

8. Resuelve el siguiente sistema de inecuaciones:

$$\begin{cases} 2(x-1) > 3 - 2(x+5) \\ \frac{x+1}{4} - \frac{5x+1}{8} \le 2x - 1 \\ 1 - 2x < -5 \end{cases}$$

9. En el cine se venden refrescos de dos tamaños distintos: de 0'2 l a 1'35 € el vaso y de 0'4 l a 1'8 € el vaso. Si se han vendido 50 l haciendo una caja de 258'3 €, ¿cuántos vasos de 0'2 l se han vendido?

10. Un rectángulo mide 3 cm más de alto que de ancho. Si tiene un área de 70 cm², ¿cuánto miden sus lados?

62.

$h =$ altura.

$b = 2h + 1 =$ base.

$2 \cdot (2h+1) + 2h = 44 \Rightarrow h = 7 \Rightarrow b = 15$

Solución: La altura mide 7 cm y la base 15 cm.

63.

$x =$ número de amigos incial.

$25x = 23 \cdot (x-2) \Rightarrow 25x - 23x = 46 \Rightarrow x = 23$

$23 \cdot 25 = 575$

Solución: El alquiler cuesta 575€.

64.

$b =$ base.

$h = 4 + b =$ altura.

$A = b \cdot h$

$b \cdot (4+b) = 96 \Rightarrow b^2 + 4b - 96 = 0 \Rightarrow b = \dfrac{-4 \pm \sqrt{16+384}}{2} = \dfrac{-4 \pm 20}{2}$

$b_1 = 8 \Rightarrow h = 12$

$b_2 = -12 \rightarrow$ Descartamos esta opción por ser negativa.

Solución: La altura mide 12 cm.

65.

$2x + x + 1 + \dfrac{2x}{3} = 100$

$9x + 2x = 300 - 3$

$x = 27$

Solución: Roberto ha puesto 54€; Juan, 27€; y Elena 19€.

Roberto	2x	54€
Juan	x	27€
Elena	$1 + \dfrac{2x}{3}$	19€

66.

Si en 30 pasos recorre 7 metros, en cada paso avanza $\frac{7}{30}$m.

Si en 8 zancadas recorre 5 metros, en cada una avanza $\frac{5}{8}$m.

Sabiendo esto podemos plantear el siguiente sistema, donde p son los pasos y z las zancadas.

$$\left.\begin{array}{l} 34=\frac{7}{30}p+\frac{5}{8}z \\ 92=z+p \end{array}\right\}$$ Resolviendo el sistema obtenemos que $p=60$ y $z=32$.

Solución: $\boxed{\text{Da 60 pasos y 32 zancadas.}}$

67.

$t=\frac{e}{v}$

Ambos tardarán el mismo tiempo en encontrarse, luego

$$\underbrace{\frac{x}{3}}_{Javier}=\underbrace{\frac{20-x}{5}}_{Portero}\Rightarrow x=7'5 \text{ metros}\Rightarrow t=2'5 \text{ segundos}$$

Solución: El portero tarda 2'5 segundos en alcanzar a Javier después de que este haya recorrido 7'5 metros.

68.

$x=$ número de cafés vendidos.

$75-x=$ número de vasos de leche vendidos.

$0'75x+0'85\cdot(75-x)=60'25\Rightarrow 0'1x=3'5\Rightarrow x=35$

Solución: $\boxed{\text{Se han vendido 35 cafés y 40 vasos de leche.}}$

69.

$v=\frac{e}{t}\Rightarrow e=v\cdot t$

$$\left.\begin{array}{l} \text{Gonzalo:} e=2'5\cdot t \\ \text{Mónica: } e=4\cdot(t-12) \end{array}\right\} 2'5\cdot t=4\cdot(t-12)\Rightarrow t=32$$

$32-12=20$

Solución: $\boxed{\text{Mónica tardará 20 segundos en alcanzar a Gonzalo.}}$