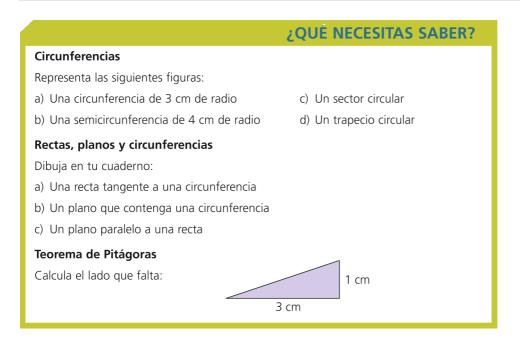
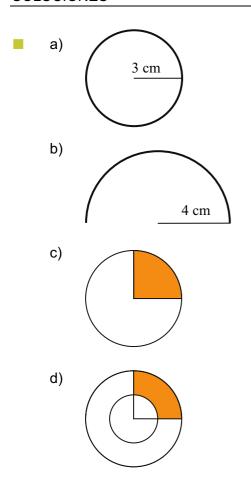
# Unidad 9 – Cuerpos de revolución

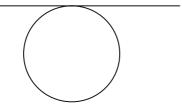
### **PÁGINA 166**



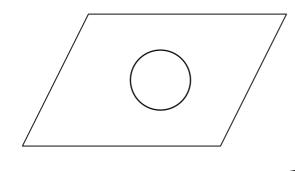
### **SOLUCIONES**



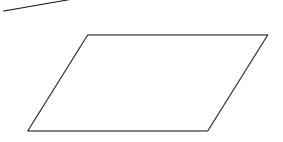




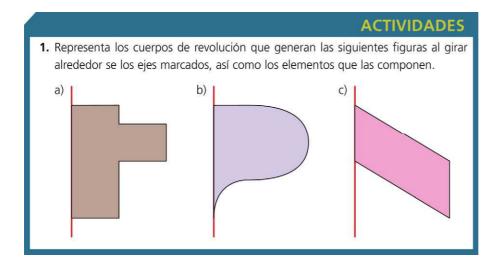
b)



c)

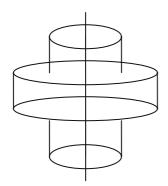


h = 
$$\sqrt{1^2 + 3^2}$$
 =  $\sqrt{10}$  = 3'16 cm

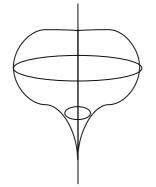


### SOLUCIONES

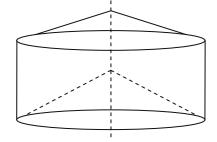
**1**. a)



b)



c)



### **ACTIVIDADES**

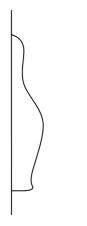
- **2.** Busca a tu alrededor cuatro figuras que sean cuerpos de revolución generados por una superficie plana. Dibújalas e indica sus elementos.
- 3. Dibuja como cuerpos de revolución los siguientes objetos:
  - a) Un bolo
- c) Una lata de fabada
- e) Un globo

- b) Una antena parabólica
- d) Una lámpara
- f) La torre de un castillo

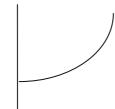
### **SOLUCIONES**

- 2. Una bombilla, un jarrón, una garrafa y una peonza.
- 3.

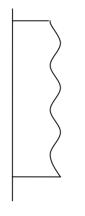


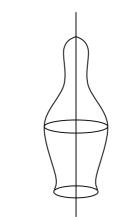


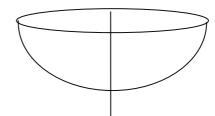


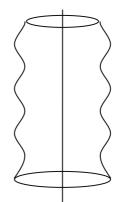


c)

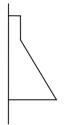












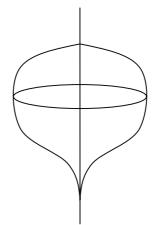
e)

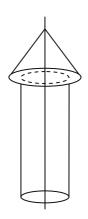


f)







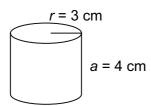


### **ACTIVIDADES**

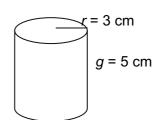
- 4. Representa en tu cuaderno cilindros con las siguientes características:
  - a) Radio = 3 cm, altura = 4 cm
  - b) Radio = 10 mm, altura = 30 mm
  - c) Generatriz = 5 cm, radio = 3 cm
  - d) Un cilindro generado por un rectángulo de 1'5 cm de base y 6 cm de altura.
- 5. Dibuja en tu cuaderno el desarrollo de los cilindros del ejercicio anterior.

### **SOLUCIONES**

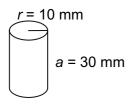
**4**. a)



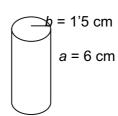
c)



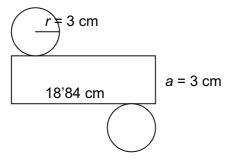
b)



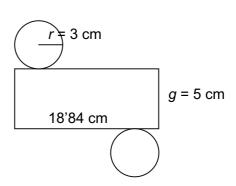
d)



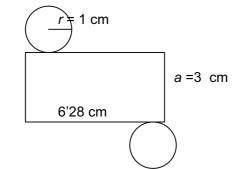
**5**. a)



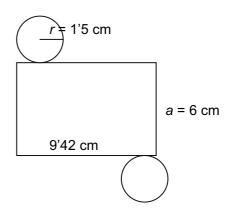
c)



b)



c)

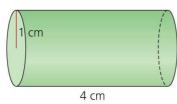


### **ACTIVIDADES**

6. Calcula el área lateral y total de los siguientes cilindros:

a) Radio = 
$$30 \text{ m}$$
, altura =  $45 \text{ m}$ 

7. Calcula el área de la siguiente figura:



### **SOLUCIONES**

**6.** a) 
$$AL = 2 \cdot 3'14 \cdot 30 \cdot 45 = 8.478 \text{ m}^2$$
 b)  $AL = 25'12 \text{ cm}^2$   
 $AT = 14.130 \text{ m}^2$   $AT = 50'24 \text{ cm}^2$ 

b) 
$$AL = 25'12 \text{ cm}^2$$
  
 $AT = 50'24 \text{ cm}^2$ 

c) 
$$AL = 37'68 \text{ m}^2$$
  
 $AT = 62'8 \text{ m}^2$ 

**7.** 
$$AL = 25'12 \text{ cm}^2$$

$$AT = 31'4 \text{ cm}^2$$

### PÁGINA 172

#### **ACTIVIDADES**

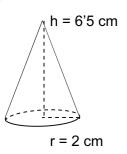
8. Dibuja en tu cuaderno un cono que tenga 2 cm de radio y 6'5 cm de altura.

9. ¿Cuánto medirá la generatriz de un cono de 3 cm de radio y 4 cm de altura?

10. Representa el desarrollo del cono del ejercicio anterior.

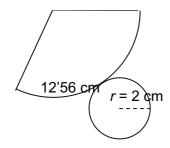
#### **SOLUCIONES**

8.



9. Generatriz = 5 cm

10.



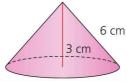
## **PÁGINA 173**

**ACTIVIDADES** 

**11.** Calcula el área lateral de un cono que tiene 5 cm de radio y cuya generatriz mide 7 cm.

**12.** Un cono de 4 cm de radio mide 6 cm de altura. Calcula el área lateral y el área total de dicho cono.

13. Calcula el área del siguiente cono:



**SOLUCIONES** 

**11.**  $AL = 3'14 \cdot 7 \cdot 5 = 109'9 \text{ cm}^2$ 

**12.** g = 7'21 cm  $AL = 3'14 \cdot 4 \cdot 7'21$ 

 $AL = 3'14 \cdot 4 \cdot 7'21 = 90'56 \text{ cm}^2$   $AT = 140'8 \text{ cm}^2$ 

**13.** *r* = 5'2 cm

 $AL = 3'14 \cdot 5'2 \cdot 6 = 98 \text{ cm}^2$ 

 $AT = 182'78 \text{ cm}^2$ 

## **PÁGINA 174**

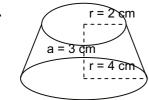
**ACTIVIDADES** 

**14.** Dibuja en tu cuaderno un tronco de cono que mida 4 cm de radio de la base mayor, 2 cm de radio de la base menor y 3 cm de altura.

**15.** ¿Qué altura tiene un tronco de cono si los radios de sus bases mayor y menor miden 6 y 4 cm y su generatriz mide 8 cm?

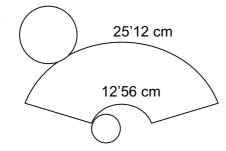
16. Dibuja el desarrollo del tronco de cono del ejercicio 14.

#### **SOLUCIONES**



**15.** 
$$h = \sqrt{8^2 - 2^2} = 7'75$$
 cm

16.



## **PÁGINA 175**

**ACTIVIDADES** 

- **17.** Un cono de 20 cm de altura y 6 cm de radio de la base se corta con un plano a una altura de 15 cm de la base. Calcula las dimensiones del tronco de cono resultante.
- **18.** Calcula el área lateral y el área total del tronco de cono del ejercicio anterior.

6 cm



**19.** Calcula el área total del cuerpo de revolución resultante de la siguiente figura plana:

#### **SOLUCIONES**

17. 
$$\frac{20}{6} = \frac{5}{r}$$
,  $r = 1.5$  cm,  $R = 6$  cm,  $h = 15$  cm  
 $g = \sqrt{15^2 + 4.5^2} = 15.66$  cm

**18.** 
$$AL = 3'14 \cdot (6 + 1'5) \cdot 15'66 = 368'8 \text{ cm}^2$$
  
 $AT = 488'905 \text{ cm}^2$ 

**19.** 
$$R = 4'6$$
  
 $AL = 3'14 \cdot (1 + 4'6) \cdot 7 = 123'09 \text{ cm}^2$   
 $AT = 192'67 \text{ cm}^2$ 

### **ACTIVIDADES**

20. Representa una esfera de 5 cm de diámetro.

21. Representa una esfera generada por un semicírculo de 3 cm de radio.

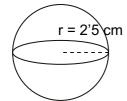
**22.** Si corto una esfera de 3 cm de radio con un plano que pasa por su centro, ¿cuánto medirá la longitud de la circunferencia resultante?

**23.** Si tengo una esfera de 3 cm de radio y la corto con un plano a 2 cm del centro, ¿cuánto medirá el radio de la circunferencia resultante? ¿Cuánto mide la longitud de ésta circunferencia?

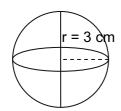
**24.** Si tengo una esfera de 8 cm de diámetro y la corto con un plano a una distancia de 4 cm del centro, ¿cuál será la figura resultante?

### **SOLUCIONES**

20.



21.



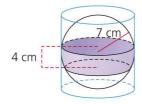
**22.** *L* = 18'84 cm

**23.** 
$$r = \sqrt{3^2 - 2^2} = 2'24$$
 cm

24. Un punto

### **ACTIVIDADES**

- 25. Calcula la superficie esférica de una pelota de 10 cm de radio.
- **26.** Una esfera de 6 cm de radio se corta con un plano a 2 cm del centro. ¿Qué medida tiene el casquete esférico? ¿Cuánto mide su superficie?
- **27.** Una esfera de 7 cm de radio se corta con dos planos paralelos que se encuentran, cada uno, a 2 cm del centro. ¿Qué medidas tiene la zona esférica? ¿Cuánto mide su superficie?
- 28. Calcula la superficie de cada una de las zonas del siguiente dibujo:



### **SOLUCIONES**

**25.** 
$$A = 1.256 \text{ cm}^2$$

26. 4 cm de altura y 5'66 cm de radio

$$A = 175'84 \text{ cm}^2$$

27. 4 cm de altura y 5'66 cm de radio

$$A = 175'84 \text{ cm}^2$$

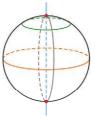
**28.**  $A_1 = 307'72 \text{ cm}^2$ 

$$A_2 = 175'84 \text{ cm}^2$$

$$A_3 = 131'88 \text{ cm}^2$$

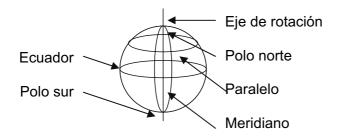
### **ACTIVIDADES**

29. Nombra cada uno de los elementos que aparecen en el dibujo:



- **30.** ¿Qué quiere decir que Madrid está situado en una latitud de 44° 40′ N y una longitud de 69° 3′ O?
- **31.** Busca en un plano la posición de las siguientes ciudades:
  - a) Barcelona
- b) Vigo
- c) Salamanca

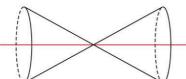
### **SOLUCIONES**



- 30. Madrid se encuentra 44° 40' sobre el ecuador y 69° 3' al oeste del meridiano de Greenwich
- **31**. a) 41° 04' N , 2° 02' E
- b) 42° 14' N , 8° 40' O
- c) 40° 58' N, 5° 40' O

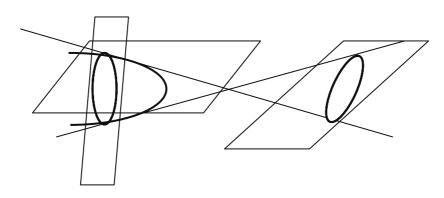
### **ACTIVIDADES**

- **32.** ¿Qué cónica se obtiene al cortar un cono con un plano perpendicular al eje de giro del mismo?
- **33.** Dibuja en la siguiente figura tres planos que den como resultado tres cónicas distintas:



### **SOLUCIONES**

32. Una circunferencia.



### → EJERCICIOS

#### Cuerpos de revolución

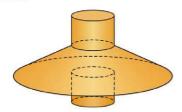
■ 34. Representa los cuerpos de revolución que generan las siguientes figuras, así como los elementos que las componen:







■ 35. ¿Qué figura plana da como resultado el siguiente cuerpo de revolución?



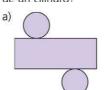
### Cuerpos de revolución en nuestro entorno

- 36. Busca en tu dormitorio dos figuras que sean cuerpos de revolución, dibújalas e indica sus elementos.
- 37. Dibuja como cuerpos de revolución los siguientes objetos:
  - a) Un lapicero
- d) Un gorro de payaso
- b) Un tarro de mermelada e) Una rosquilla
- c) Un jarrón
- f) Un balón de rugby

#### El cilindro

- 38. Representa en tu cuaderno cilindros con las siguientes características:
  - a) Radio = 2 cm, altura = 1 cm
  - b) Radio = altura = 1'5 cm
  - c) Generatriz = 2'5 cm, radio = 1'5 cm
  - d) Un cilindro generado por un rectángulo de 2 cm de base y 3 cm de altura.
  - e) Un cilindro generado por un rectángulo de 6 cm de base y 5 cm de diagonal.
- 39. Representa en tu cuaderno el desarrollo de los siguientes cilindros:
  - a) Base = altura = 3 cm
  - b) Radio = 2 cm, altura = 4 cm
  - c) Un cilindro generado por un rectángulo de 1'5 cm de base y 5 cm de altura.
  - d) Generatriz = 5 cm, radio = 3 cm

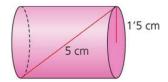
- 40. Calcula el área lateral y total de los siguientes cilindros:
  - a) Radio = 10 m, altura = 25 m
  - b) Base = 3'5 cm, altura = 0'5 dm
  - c) Generatriz = 5 km, radio = 2.500 m
- 41. ¿Cuál de las siguientes figuras representa el desarrollo de un cilindro?





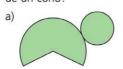


■ 42. Calcula el área de la siguiente figura:



#### El cono

- 43. Representa en tu cuaderno conos con las siguientes características:
  - a) Radio = 20 m, altura = 11 m
  - b) Generatriz = 2'5 cm, radio = 1'5 cm
  - c) Un cono generado por un triángulo rectángulo de 1 cm de base y 3 cm de altura.
  - d) Un cono generado por un triángulo rectángulo de 2 cm de base y 4 cm de hipotenusa.
- 44. ¿Cuánto medirá la generatriz de un cono de 12 cm de altura cuya base tiene un diámetro de 10 cm?
- 45. ¿Cuál de los siguientes desarrollos se corresponde con el de un cono?



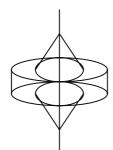






- 46. Calcula el área lateral y total de los conos con las siguientes características:
  - a) Generatriz = 55 dam, radio = 0'2 km
  - b) Radio = 2 cm, altura = 4 cm
  - c) Base = altura = 3 cm
  - d) Un cono generado por un triángulo rectángulo de 1'5 mm de base y 5 mm de altura.

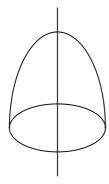
**34**. a)



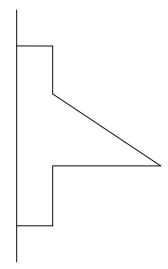
b)



c)



35.



**36.** El bote de los bolígrafos.

La tulipa de la lamparita de la mesilla.



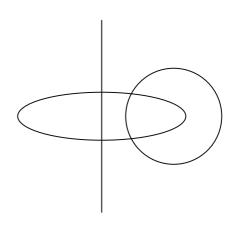
a)



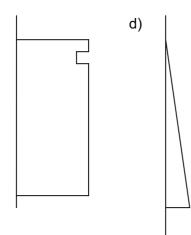
c)



e)



b)



f)



**38.** a) r = 2 cm, altura = 1 cm





b) r = 1.5 cm, altura = 1.5 cm



c) r = 1'5 cm, generatriz = 2'5 cm

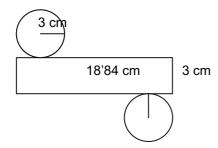


d) Base = radio = 2 cm, altura = 3 cm

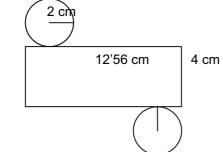


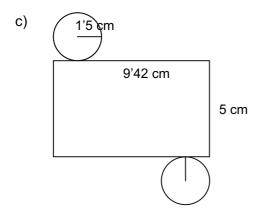
e) No se puede construir.

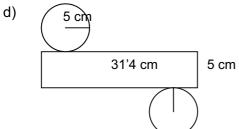
39. a)



b)







**40.** a) 
$$AL = 1.570 \text{ m}^2$$
  
 $AT = 2.198 \text{ m}^2$ 

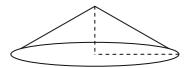
b) 
$$AL = 109'9 \text{ cm}^2$$
  
 $AT = 186,83 \text{ cm}^2$ 

c) 
$$AL = 78'5 \text{ km}^2$$
  
 $AT = 235.5 \text{ km}^2$ 

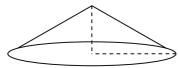
$$AL = 37'68 \text{ cm}^2$$

$$AT = 51'81 \text{ cm}^2$$

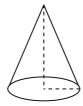
**43.** a) r = 20 m, altura = 11 m



b) Generatriz = 2.5 cm, r = 1.5 cm



c) Altura = 3 cm, r = 1 cm



d) Hipotenusa = generatriz = 4 cm, r = 2 cm



- 44. Generatriz = 13 cm
- 45. a) Sí
  - b) No, la circunferencia de la base es mayor que el arco.
  - c) No, la base no puede estar en el ángulo.
  - d) No, la circunferencia de la base es menor que el arco.

**46.** a) 
$$AL = 34'54 \text{ hm}^2$$

$$AT = 38'54 \text{ hm}^2$$

b) 
$$AL = 28'07 \text{ cm}^2$$

$$AT = 40'63 \text{ cm}^2$$

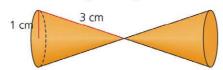
c) 
$$AL = 39'94 \text{ cm}^2$$

$$AT = 68'2 \text{ cm}^2$$

d) 
$$AL = 24'59 \text{ mm}^2$$

$$AT = 31'65 \text{ mm}^2$$

- 47. Un cono tiene como base un círculo de 3 cm de radio y una altura de 4 cm. Calcula el área lateral y el área total de dicho cono.
- 48. Calcula las áreas lateral y total de un cono que tiene 6 cm de altura y cuya generatriz mide 8 cm.
- 49. Calcula el área de la siguiente figura:



#### El tronco de cono

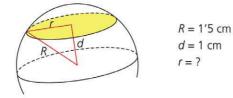
- 50. Dibuja en tu cuaderno un tronco de cono de 3 cm de altura que tenga como radios de la base mayor 3 cm y de la base menor 1 cm.
- 51. ¿Qué altura tiene un tronco de cono si tiene las bases mayor y menor de 3 y 1 cm respectivamente y la generatriz mide 4 cm?
- 52. Cortamos un cono de 10 cm de altura y 3 cm de radio con un plano a una altura de 5 cm de la base. Calcula las dimensiones del tronco de cono resultante.
- 53. Calcula el área lateral y el área total de un tronco de cono con las siguientes dimensiones:

$$R = 3$$
 cm,  $r = 1$  cm, altura = 3 cm

■ 54. Calcula el área lateral de la figura resultante de cortar un cono de 10 cm de alto y 3 cm de radio de la base con un plano a una altura de 5 cm de la base.

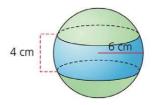
#### La esfera

- 55. Representa en tu cuaderno una esfera de 3 cm de diámetro.
- **56.** Representa una esfera engendrada por un semicírculo de 2 cm de radio.
- 57. ¿Cuánto mide la circunferencia resultante de cortar una esfera de 4 cm de radio con un plano que pasa por el centro de la misma?
- 58. Calcula la longitud de r:

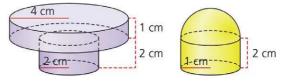


■ 59. Calcula la superficie esférica de una bola de 5 cm de radio.

- 60. Si tenemos una esfera de 9 cm de diámetro y la cortamos con un plano a una distancia de 3 cm del centro, ¿cuál será la figura resultante? Calcula sus dimensiones.
- 61. Una esfera de 7 cm de radio se corta con un plano a 2'5 cm del centro. ¿Qué medida tienen los casquetes esféricos resultantes? ¿Cuánto miden sus superficies?
- 62. Una esfera de 12 cm de diámetro se corta con dos planos paralelos que se encuentran cada uno a 3 cm del centro. ¿Qué medidas tiene la zona esférica resultante? ¿Cuánto mide su superficie?
- 63. Dos planos paralelos cortan una esfera con los datos que aparecen en la figura. Calcula la superficie de cada una de esas zonas:



■ 64. Calcula la superficie de las siguientes figuras:

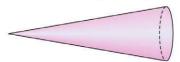


#### La esfera terrestre

- 65. En una esfera terrestre, representa los siguientes elementos:
  - a) Polos norte y sur
  - b) Eje de rotación
  - c) Un paralelo en el hemisferio norte
  - d) El ecuador
  - e) El meridiano de Greenwich
  - f) Un meridiano al este del de Greenwich
- 66. Busca en un plano la posición de las siguientes ciudades:
  - a) Zaragoza
- c) Ávila
- e) Granada
- b) San Sebastián
- d) Toledo
- f) Tarragona

#### Las cónicas

■ 67. En el cono que aparece a continuación sitúa tres planos que generen una elipse, una parábola y una hipérbola.



■ 68. ¿Cómo son las circunferencias que resultan de cortar un cono con planos paralelos al eje de dicho cono?

### **SOLUCIONES**

**47.** 
$$AL = 47'1 \text{ cm}^2$$
  
 $AT = 75'36 \text{ cm}^2$ 

**48.** 
$$AL = 132'88 \text{ cm}^2$$
  
 $AT = 220'75 \text{ cm}^2$ 

**49.** 
$$AL = 18'84 \text{ cm}^2$$
  
 $AT = 25'12 \text{ cm}^2$ 

**50.** 
$$R = 3$$
 cm,  $r = 1$  cm,  $a = 3$  cm



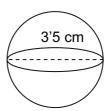
**51.** 
$$a = \sqrt{4^2 - 2^2} = 3'46 \text{ cm}$$

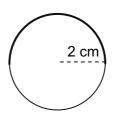
**52.** 
$$R = 3$$
 cm,  $r = 1.5$  cm,  $a = 5$  cm,  $g = 5.22$  cm

**53.** 
$$AL = 45^{\circ}22 \text{ cm}^2$$
  
 $AT = 76^{\circ}62 \text{ cm}^2$ 

**54.** 
$$AL = 73'76 \text{ cm}^2$$
  
 $AT = 109'08 \text{ cm}^2$ 

55.





**57.** 
$$L = 25'12 \text{ cm}$$

**59.** 
$$A = 314 \text{ cm}^2$$

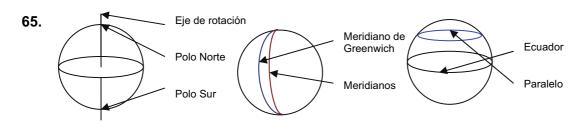
- 60. La figura será un casquete esférico de radio 3'35 cm
- 61. Tendrán un radio de 6'54 cm

$$A_1 = 197'82 \text{ cm}^2$$

$$A_2 = 417'62 \text{ cm}^2$$

- **62.** Tendrá un radio de 5'2 cm La superficie será: 226'08 cm<sup>2</sup>
- **63.** Cada casquete tendrá una superficie de: 150'72 cm<sup>2</sup>
  La zona esférica tendrá una superficie de: 150'72 cm<sup>2</sup>
- **64.** a)  $AT = 163'28 \text{ cm}^2$

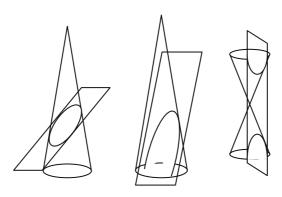
b) 
$$AT = 21'98 \text{ cm}^2$$



- **66.** a) 41° 39 N , 0° 53' O
  - b) 43° 19' N , 1° 59' O
  - c) 40° 39' N , 4° 41' O

- d) 39° 52' N , 4° 2' O
- e) 37° 10' N , 3° 36' O
- f) 41° 6' N , 1° 14' E

67.



68. Concéntricas sobre el eje de giro del cono.

### → PROBLEMAS

- 69. Las nuevas botellas de la empresa donde trabaja Ángela tienen una boquilla de 12 mm de radio y la rosca abarca una altura de 25 mm. Ángela es la encargada de diseñar los tapones y necesita saber la cantidad de plástico que hará falta para fabricarlos. ¿Podrías ayudarla?
- 70. En una heladería han comprado un surtido de conos de 15 cm de altura y 164'85 cm² de superficie. Como es un tipo de cono nuevo, la heladera necesita comprar una herramienta para hacer las bolas de helado de un diámetro apropiado para este cono. ¿Podrías calcular este dato?
- 71. En una fábrica de vidrio van a empezar a fabricar un modelo de vaso con forma de tronco de cono. Los nuevos vasos tienen una base de 2'5 cm de radio, su abertura es de 7 cm de diámetro y su altura 3 cm. ¿Qué cantidad de vidrio hará falta para fabricar 5.000 unidades de este tipo?
- 72. Andrea y Luis se han comido 4 paquetes de galletas. Cuando han terminado, se les ha ocurrido desenrollar los envoltorios y pintarlos cada uno de un color para hacer un mural y enmarcarlo. Como ven que las bases no quedan bien, se las han quitado, y ahora están pensando en el tamaño del marco. Si saben que los paquetes tienen forma de cilindro de 15 cm de altura y 6 cm de diámetro, ¿qué superficie necesitarán para enmarcar el mural?



### **SOLUCIONES**

69. Necesitará una superficie de plástico de 18'84 cm<sup>2</sup>

**70.** d = 7 cm

**71.**  $S_{vaso} = 79^{\circ}16 \text{ cm}^2$  $S_{total} = 395.800 \text{ cm}^2 \text{ de vidrio}$ 

**72.**  $S = 1.130'4 \text{ cm}^2$