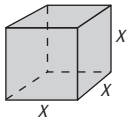
5. Operaciones con polinomios

1. Polinomios. Suma y resta

PIENSA Y CALCULA

Dado el cubo de la figura, calcula en función de *x*:



a) El área. **b) El volumen.**

a) $A(x) = 6x^2$ b) $V(x) = x^3$

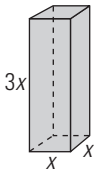
CARNÉ CALCULISTA

Calcula con dos decimales: 758,49 : 2,4

$C = 316{,}03$; $R = 0{,}018$

APLICA LA TEORÍA

1. **Dado el prisma cuadrangular del dibujo, calcula en función de *x*:**



a) El área. **b) El volumen.**

a) $A(x) = 2x^2 + 4 \cdot 3x \cdot x = 14x^2$ b) $V(x) = 3x^3$

2. **¿Cuáles de las siguientes expresiones son monomios? Calcula el grado de estos.**
a) $5x^3y$ **b)** $3x^{-2}y^3$ **c)** $7x^2y^5 + 3xy^2$ **d)** $4a$

Son monomios: a) y d).
El grado de a) es 4
El grado de d) es 1

3. **Ordena de forma decreciente, según los grados, los siguientes polinomios y calcula el grado, el coeficiente principal y el término independiente:**
a) $7x^2 - 5x^3 + 4$ **b)** $-9x^2 - 6x^5 - 7 + 4x^6$
c) $8x^2 - 5x + 4x^5$ **d)** $-7x^2 - x^8 - 7x + 9 - 4x^6$

a) $-5x^3 + 7x^2 + 4$
Grado: 3; coeficiente principal: -5
Término independiente: 4
b) $4x^6 - 6x^5 - 9x^2 - 7$
Grado: 6; coeficiente principal: 4
Término independiente: -7
c) $4x^5 + 8x^2 - 5x$
Grado: 5; coeficiente principal: 4
Término independiente: 0
d) $-x^8 - 4x^6 - 7x^2 - 7x + 9$
Grado: 8; coeficiente principal: -1
Término independiente: 9

4. **Halla el valor de *a, b* y *c* para que los siguientes polinomios sean iguales:**
$P(x) = ax^4 - 8x^3 + 4x - b$
$Q(x) = 5x^4 - 8x^3 - cx^2 + 4x + 6$

$a = 5$, $b = -6$, $c = 0$

5. **Suma los siguientes polinomios:**
$P(x) = 7x^4 - 6x^3 + 5x - 3$
$Q(x) = x^4 + 8x^3 - x^2 + 4x + 6$

$P(x) + Q(x) = 8x^4 + 2x^3 - x^2 + 9x + 3$

6. **Halla el opuesto de los siguientes polinomios:**
$P(x) = 5x^5 - 7x^3 + 4x - 1$
$Q(x) = -x^4 + 6x^3 - x^2 + 5x + 1$

$P(x) = -5x^5 + 7x^3 - 4x + 1$
$Q(x) = x^4 - 6x^3 + x^2 - 5x - 1$

7. **Calcula $P(x) - Q(x)$:**
$P(x) = 5x^4 + x^3 - 2x^2 - 5$
$Q(x) = 7x^4 - 5x^2 + 3x + 2$

$P(x) - Q(x) = -2x^4 + x^3 + 3x^2 - 3x - 7$

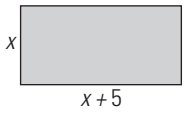
8. **Los ingresos y los gastos de una empresa en millones de euros, en función del número de años que lleva funcionando, vienen dados por:**
$I(t) = t^2 - 3t + 5$ $G(t) = t^2 - 4t + 9$
Halla la expresión $B(t)$ de los beneficios.

$B(t) = I(t) - G(t) = t - 4$

2. Multiplicación de polinomios

PIENSA Y CALCULA

Calcula, en función de *x*, el área del rectángulo de la figura:



$A(x) = (x + 5)x = x^2 + 5x$

CARNÉ CALCULISTA

Calcula: $\frac{7}{6} - \frac{5}{2}\left(\frac{4}{3} - \frac{7}{10}\right) = -\frac{5}{12}$

APLICA LA TEORÍA

9. **Multiplica los polinomios:**
$P(x) = 2x^3 - 3x + 5$
$Q(x) = 3x^2 + x - 4$

$6x^5 + 2x^4 - 17x^3 + 12x^2 + 17x - 20$

10. **Multiplica los polinomios:**
$P(x) = x^4 - 3x^2 + x - 5$
$Q(x) = 2x^3 + x^2 - 4$

$2x^7 + x^6 - 6x^5 - 5x^4 - 9x^3 + 7x^2 - 4x + 20$

11. **Multiplica los polinomios:**
$P(x) = 3x^5 - x^3 - 5x + 1$
$Q(x) = 2x^4 + 4x^2 - 3$

$6x^9 + 10x^7 - 23x^5 + 2x^4 - 17x^3 + 4x^2 + 15x - 3$

12. **Calcula mentalmente:**
a) $(x + 2)^0$ **b)** $(x - 3)^1$ **c)** $(x - 7)^1$
d) $(2x + 6)^0$ **e)** $(x + 5)^2$ **f)** $(x - 6)^2$
g) $(x + 9)^2$ **h)** $(x - 4)^2$ **i)** $(x + 3)(x - 3)$

a) 1 b) $x - 3$ c) $x - 7$
d) 1 e) $x^2 + 10x + 25$ f) $x^2 - 12x + 36$
g) $x^2 + 18x + 81$ h) $x^2 - 8x + 16$ i) $x^2 - 9$

13. Desarrolla y simplifica:

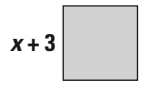
a) $(2x + 1/2)^2$ **b)** $(x + \sqrt{5})(x - \sqrt{5})$

c) $(6x - 2/3)^2$ **d)** $(5x + 3/4)(5x - 3/4)$

a) $4x^2 + 2x + 1/4$ b) $x^2 - 5$

c) $36x^2 - 8x + 4/9$ d) $25x^2 - 9/16$

14. Halla el polinomio que da el área del cuadrado de la figura:



$A(x) = (x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$

15. Desarrolla los siguientes productos:

a) $5x^2(2x^3 - 3x)$ **b)** $-2x^3(7x^4 - 4x^2)$

c) $-3x(-8x^5 - 5x^2)$ **d)** $6x^4(-x^5 + 2x)$

a) $10x^5 - 15x^3$ b) $-14x^7 + 8x^5$

c) $24x^6 + 15x^3$ d) $-6x^9 + 12x^5$

16. Opera y simplifica

a) $(x + 3)^2 - (x - 3)^2$ **b)** $(x + 4)^2 - (x + 4)(x - 4)$

a) $12x$ b) $8x + 32$

17. Factoriza mentalmente:

a) $2x^2 + 6x$ **b)** $x^2 - 6x + 9$

c) $x^2 - 25$ **d)** $x^2 + 8x + 16$

a) $2x(x + 3)$ b) $(x - 3)^2$

c) $(x + 5)(x - 5)$ d) $(x + 4)^2$

18. Factoriza:

a) $12x^4 + 8x^3$ **b)** $5x^3 + 20x^2 + 20x$

c) $x^2 - 3$ **d)** $9x^2 - 30x + 25$

a) $4x^3(3x + 2)$ b) $5x(x + 2)^2$

c) $(x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})$ d) $(3x - 5)^2$

3. DIVISIÓN DE POLINOMIOS

PIENSA Y CALCULA

Realiza mentalmente las siguientes divisiones:

a) $(x^3 + 6x^2 - 7x) : x$ **b)** $(x^2 + 6x + 9) : (x + 3)$

c) $(x^2 - 8x + 16) : (x - 4)$ **d)** $(x^2 - 25) : (x + 5)$

a) $x^2 + 6x - 7$ b) $x + 3$

c) $x - 4$ d) $x - 5$

CARNÉ CALCULISTA

Calcula con dos decimales: 8,57 : 40

$C = 0{,}21$; $R = 0{,}17$

APLICA LA TEORÍA

19. Divide y haz la comprobación:

$P(x) = 2x^5 - 8x^4 + 12x^2 + 18$

entre $Q(x) = x^2 - 3x - 1$

$C(x) = 2x^3 - 2x^2 - 4x - 2$

$R(x) = -10x + 16$

Se comprueba que $C(x) \cdot Q(x) + R(x) = P(x)$

20. Divide por Ruffini:

$P(x) = 2x^3 - 13x + 8$

entre $Q(x) = x + 3$

$C(x) = 2x^2 - 6x + 5$

$R = -7$

21. Divide:

$P(x) = 6x^5 + 2x^4 - 17x^3 + 20x - 25$

entre

$Q(x) = 2x^3 - 3x + 5$

$C(x) = 3x^2 + x - 4$

$R(x) = -12x^2 + 3x - 5$

22. Divide por Ruffini:

$P(x) = x^4 - 6x^3 + 9x + 10$

entre

$Q(x) = x - 3$

$C(x) = x^3 - 3x^2 - 9x - 18$

$R = -44$

23. Divide:

$P(x) = 2x^7 + x^6 - 9x^5 - 5x^4 + 9x^2 + 8$

entre

$Q(x) = x^4 - 3x^2 + x - 5$

$C(x) = 2x^3 + x^2 - 3x - 4$

$R(x) = 5x^2 - 11x - 12$

24. Divide por Ruffini:

$P(x) = x^5 - 4x^3 + 7x + 12$

entre

$Q(x) = x + 1$

$C(x) = x^4 - x^3 - 3x^2 + 3x + 4$

$R = 8$

25. Divide por Ruffini

$(3x^4 - 7x^2 - 8x - 1) : (x - 2)$

$C(x) = 3x^3 + 6x^2 + 5x + 2$

$R = 3$

26. Halla un polinomio tal que al dividirlo entre

$2x^3 - 5x + 1$

se obtenga de cociente:

$x^2 + 3x - 4$

y de resto:

$-7x^2 + x + 8$

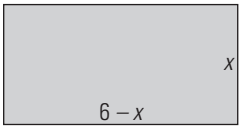
$(2x^3 - 5x + 1)(x^2 + 3x - 4) - 7x^2 + x + 8 =$

$= 2x^5 + 6x^4 - 13x^3 - 21x^2 + 24x + 4$

4. TEOREMA DEL RESTO Y DEL FACTOR

PIENSA Y CALCULA

Tenemos un rectángulo de 12 m de perímetro, luego la base más la altura medirán 6 m. Si la altura mide x metros, la base medirá $6 - x$ m. La fórmula del área será:



$$A(x) = (6 - x)x \Rightarrow A(x) = 6x - x^2$$

Completa en tu cuaderno la tabla de la derecha y halla cuándo el área es máxima.

x	1	2	3	4	5
$A(x) = 6x - x^2$					

x	1	2	3	4	5
$A(x) = 6x - x^2$	5	8	9	8	5

El área es máxima cuando $x = 3$ m

CARNÉ CALCULISTA

Calcula: $\frac{5}{3} \cdot \frac{1}{2} - \frac{7}{6} : \frac{5}{4} = -\frac{1}{10}$

APLICA LA TEORÍA

27. Calcula mentalmente el valor numérico del siguiente polinomio $P(x) = x^5 - 3x^4 + 6x^2 - 8$ para los valores que se indican:

a) Para $x = 0$ **b) Para $x = 1$**

a) $P(0) = -8$ b) $P(1) = -4$

28. Calcula el valor numérico del siguiente polinomio para los valores que se indican:

$$P(x) = x^4 - 3x^3 + 5x - 2$$

a) Para $x = 3$ **b) Para $x = -3$**

a) $P(3) = 13$ b) $P(-3) = 145$

29. Halla, sin hacer la división, el resto de dividir el polinomio $P(x) = x^3 - 6x^2 + 5$ entre $x - 2$

Se aplica el teorema del resto:

$R = P(2) = -11$

30. Halla, sin hacer la división, el resto de dividir el polinomio $P(x) = x^4 + 3x^3 - 5x - 7$ entre $x + 3$

Se aplica el teorema del resto:

$R = P(-3) = 8$

31. Halla el valor de k para que el resto de la siguiente división sea 5:

$$(x^3 + kx^2 - 4) : (x + 3)$$

Se aplica el teorema del resto:

$P(-3) = 5 \Rightarrow 9k - 31 = 5 \Rightarrow k = 4$

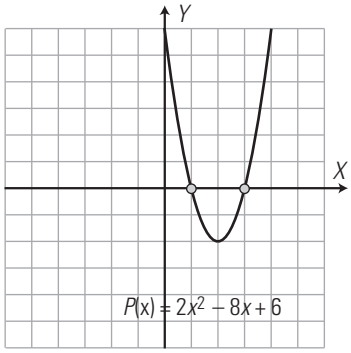
32. ¿Cuál de los números, 3 o –3, es raíz del polinomio $P(x) = x^3 + x^2 - 9x - 9$?

Se aplica el teorema del factor:

$R = P(3) = 0 \Rightarrow x = 3$ es raíz

$R = P(-3) = 0 \Rightarrow x = -3$ es raíz

33. Observa la gráfica y calcula las raíces del polinomio $P(x) = 2x^2 - 8x + 6$



$x_1 = 1$, $x_2 = 3$

34. Comprueba, sin hacer la división, que el polinomio $P(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6$ es divisible entre $x + 1$

Se aplica el teorema del factor:

$R = P(-1) = 0 \Rightarrow$ sí es divisible.

35. Halla el valor de k para que el polinomio:

$$P(x) = x^3 - 4x^2 + kx + 10$$

sea divisible entre $x - 1$

Se aplica el teorema del factor:

$R = P(1) = 0 \Rightarrow 7 + k = 0 \Rightarrow k = -7$

36. ¿El polinomio $x^2 + 9$ tiene alguna raíz real? Razona la respuesta.

No, porque x^2 siempre es mayor o igual que cero y al sumarle 9, siempre es positivo; por tanto, nunca puede ser cero.

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

1. POLINOMIOS. SUMA Y RESTA

37. ¿Cuáles de las siguientes expresiones son monomios? Calcula el grado de estos.

a) $5x^4 + x^3y$ b) $5x^2y^3$ c) $x^2y^5 - 4xy^2$ d) 7

Son monomios: b) y d).
El grado del b) es 5
El grado del d) es 0

38. Clasifica las siguientes expresiones algebraicas en monomios, binomios o trinomios.

a) $x + y + z$ **b) $-7x^5y^3$**
c) $x - y$ **d) $3x^2 - 3$**

a) Trinomio b) Monomio
c) Binomio d) Binomio

39. Calcula el grado, el coeficiente principal y el término independiente de los siguientes polinomios:

a) $5x^4 - 2x^3 + 1$ **b) $-4x^7 - 5x^4 - 7x^3 - 1$**
c) $5x^2 - 4x + 3$ **d) $-6x^{10} - x^8 - 3x^6 + 8x - 7$**

a) Grado: 4; coeficiente principal: 5
Término independiente: 1
b) Grado: 7; coeficiente principal: –4
Término independiente: –1
c) Grado: 2; coeficiente principal: 5
Término independiente: 3
d) Grado: 10; coeficiente principal: –6
Término independiente: –7

40. Suma los siguientes polinomios:

$P(x) = 7x^5 - 5x^3 + 3x^2 - 1$
$Q(x) = -3x^4 + 5x^3 - 4x^2 + 3x + 1$

$7x^5 - 3x^4 - x^2 + 3x$

41. Calcula $P(x) - Q(x)$:

$P(x) = 4x^5 + 7x^3 - x - 2$
$Q(x) = 5x^4 - 3x^3 + 7x + 2$

$4x^5 - 5x^4 + 10x^3 - 8x - 4$

2. MULTIPLICACIÓN DE POLINOMIOS

42. Multiplica los polinomios:

$P(x) = x^3 - 2x^2 + 3$
$Q(x) = 2x^3 - 5x + 1$

$2x^6 - 4x^5 - 5x^4 + 17x^3 - 2x^2 - 15x + 3$

43. Multiplica los polinomios:
$P(x) = 2x^4 - 4x^3 - 5x + 1$
$Q(x) = x^3 - 2x + 7$

$2x^7 - 4x^6 - 4x^5 + 17x^4 - 27x^3 + 10x^2 - 37x + 7$

44. Multiplica los polinomios:
$P(x) = x^5 - 2x^3 + 3x^2 - 1$
$Q(x) = x^4 - 5x^2 + 2$

$x^9 - 7x^7 + 3x^6 + 12x^5 - 16x^4 - 4x^3 + 11x^2 - 2$

45. Desarrolla mentalmente:
a) $(x + 3)^2$ **b)** $(x + 1)(x - 1)$
c) $(x/2 - 2/3)^2$ **d)** $(x + \sqrt{2})(x - \sqrt{2})$

a) $x^2 + 6x + 9$ b) $x^2 - 1$
c) $x^2/4 - 2x/3 + 4/9$ d) $x^2 - 2$

46. Desarrolla los siguientes productos:
a) $4x\,(5x^4 - 6x)$ **b)** $-7x^2(5x^3 - 3x^2)$
c) $-3x^3(-6x^2 - 1)$ **d)** $5x^4(-x^2 + 5x)$

a) $20x^5 - 24x^2$ b) $-35x^5 + 21x^4$
c) $18x^5 + 3x^3$ d) $-5x^6 + 25x^5$

47. Opera y simplifica:
a) $(2x + 5)^2 - (2x + 5)(2x - 5)$
b) $(x - 1/3)^2 + (x + 1/3)$

a) $20x + 50$ b) $x^2 + 2/9$

48. Factoriza mentalmente:
a) $8x^3 + 12x^2$ **b)** $x^2 + 10x + 25$
c) $x^2 - 5$ **d)** $x^2 - 14x + 49$

a) $4x^2(2x + 3)$ b) $(x + 5)^2$
c) $(x + \sqrt{5})(x - \sqrt{5})$ d) $(x - 7)^2$

3. DIVISIÓN DE POLINOMIOS

49. Divide y haz la comprobación:
$P(x) = 2x^5 - 6x^4 + 20x^2 - 38x + 12$
entre $Q(x) = x^3 - 5x + 3$

$C(x) = 2x^2 - 6x + 10$
$R(x) = -16x^2 + 30x - 18$
Hay que hacer la comprobación:
$Q(x) \cdot C(x) + R(x)$ tiene que dar $P(x)$

50. Divide y haz la comprobación:
$P(x) = 4x^6 - 12x^4 + 8x^3 + 9$
entre $Q(x) = 2x^3 - 5x + 1$

$C(x) = 2x^3 - x + 3$
$R(x) = -5x^2 + 16x + 6$
Hay que hacer la comprobación:
$Q(x) \cdot C(x) + R(x)$ tiene que dar $P(x)$

51. Divide $P(x) = 6x^6 - 13x^5 - 20x^3 + 50x^2 - 4$
entre $Q(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1$

$C(x) = 3x^3 - 2x^2 - 3x - 16$
$R(x) = 4x^2 + 3x + 12$

52. Divide por Ruffini:
$P(x) = x^4 - 6x^2 + 4x + 5$
entre $Q(x) = x + 2$

$C(x) = x^3 - 2x^2 - 2x + 8$
$R = -11$

53. Divide por Ruffini:
$P(x) = x^5 - 4x^3 + 5x^2 + 3$
entre $Q(x) = x - 1$

$C(x) = x^4 + x^3 - 3x^2 + 2x + 2$
$R = 5$

54. Divide por Ruffini:
$P(x) = x^6 - 4x^4 + 6x^3 + 1$
entre $Q(x) = x - 2$

$C(x) = x^5 + 2x^4 + 6x^2 + 12x + 24$
$R = 49$

4. TEOREMA DEL RESTO Y DEL FACTOR

55. Calcula mentalmente el valor numérico del polinomio $P(x) = 4x^7 - 5x^3 + 9x^2 - 6$ **para los valores que se indican:**
a) Para $x = 0$ **b) Para** $x = 1$

a) $P(0) = -6$ b) $P(1) = 2$

56. Calcula el valor numérico del siguiente polinomio para los valores que se indican:

$$P(x) = x^5 - 2x^3 + 4x - 1$$

a) Para $x = 2$ **b) Para** $x = -1$

a) $P(2) = 23$ b) $P(-1) = -4$

57. ¿Cuál de los números, 2 o –2, es raíz del polinomio $P(x) = x^3 + 2x^2 - x - 2$**?**

$R = P(2) = 12 \Rightarrow$ No es raíz.
$R = P(-2) = 0 \Rightarrow$ Sí es raíz.

58. Halla el valor de k **para que el resto de la siguiente división sea –11**

$$P(x) = x^3 + kx^2 + 7 \text{ entre } x - 3$$

Se aplica el teorema del resto:
$P(3) = -11 \Rightarrow k = -5$

59. Halla, sin hacer la división, el resto de dividir $P(x) = x^4 - 2x^3 + 7x - 3$ **entre** $x + 2$

Se aplica el teorema del resto:
$R = P(-2) = 15$

60. Comprueba, sin hacer la división, que el polinomio $P(x) = x^4 - 6x^3 + 8x^2 + 6x - 9$ **es divisible entre** $x - 3$

Se aplica el teorema del factor:
$R = P(3) = 0 \Rightarrow$ Sí es divisible.

61. Halla el valor de k **para que el resto de la siguiente división sea 7:**

$$(x^4 + kx^2 - 5x + 6) : (x + 1)$$

Se aplica el teorema del resto:
$P(-1) = 7 \Rightarrow k + 12 = 7 \Rightarrow k = -5$

PARA AMPLIAR

62. Halla el valor de a, b **y** c **para que los siguientes polinomios sean iguales:**
$P(x) = 6x^5 - bx^3 + 3x - 4$
$Q(x) = ax^5 + 3x - c$

$a = 6$, $b = 0$, $c = 4$

63. Calcula mentalmente:

a) $(2x/3 + 5)^0$ **b)** $(3x - 25)^1$

c) $(7x - 3/5)^1$ **d)** $(5x + 13)^0$

a) 1 b) $3x - 25$

b) $7x - 3/5$ d) 1

64. Factoriza:

a) $24x^3 - 18x^2$ **b)** $2x^3 + 12x^2 + 18x$

c) $9x^2 - 4$ **d)** $5x^4 - 10x^3 + 5x^2$

a) $6x^2(4x - 3)$ b) $2x(x + 3)^2$

c) $(3x + 2)(3x - 2)$ d) $5x^2(x - 1)^2$

65. Opera y simplifica:

a) $(2x + 3/2)(2x - 3/2)^2 - (2x - 3/2)^2$

b) $(x/2 - 2/3)^2 - (x/2 + 2/3)^2$

a) $3x - 9/2$ b) $-4x/3$

66. Halla el valor de *k* para que el resto de la siguiente división sea 13:

$$(x^5 + kx^3 - 7x^2 + 4) : (x - 1)$$

Se aplica el teorema del resto:

$P(1) = 13 \Rightarrow k - 2 = 13 \Rightarrow k = 15$

67. Halla el valor de *k* para que el polinomio:

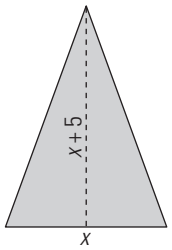
$$P(x) = x^3 + 5x^2 + kx - 8$$

sea divisible entre $x + 2$

Se aplica el teorema del factor:

$P(-2) = 0 \Rightarrow 4 - 2k = 0 \Rightarrow k = 2$

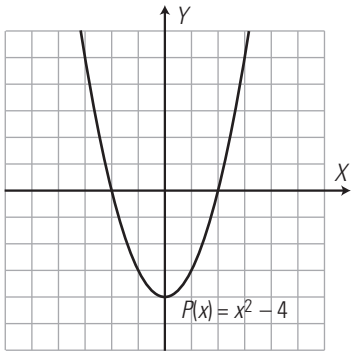
68. Halla el polinomio que da el área del siguiente triángulo:



$$A(x) = \frac{x(x+5)}{2} = \frac{x^2}{2} + \frac{5x}{2}$$

69. Observa la gráfica y calcula las raíces del polinomio

$$P(x) = x^2 - 4$$



$x_1 = 2,\ x_2 = -2$

PROBLEMAS

70. Escribe en forma de polinomio, en una variable, cada uno de los enunciados siguientes:

a) El cuadrado de un número, menos dicho número, más 5

b) El cubo de un número, más el doble del cuadrado del número, menos el triple del número, más 4

c) El área de un cuadrado de lado *x*

d) El área de un rombo en el que una diagonal es el doble de la otra.

a) $P(x) = x^2 - x + 5$ b) $P(x) = x^3 + 2x^2 - 3x + 4$

c) $A(x) = x^2$ d) $A(x) = x \cdot 2x/2 = x^2$

71. ¿Qué polinomio tenemos que sumar a

$$P(x) = 5x^3 - 9x + 8$$

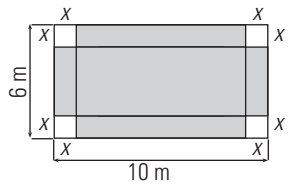
para obtener el polinomio

$$Q(x) = 2x^3 - 4x^2 + 5x + 1?$$

$Q(x) - P(x) = -3x^3 - 4x^2 + 14x - 7$

72. Dada una caja sin tapa y su desarrollo, calcula en función de *x*:

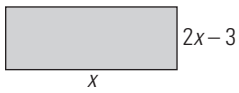
a) El área. **b) El volumen.**



a) $A(x) = (10 - 2x)(6 - 2x) + 2x(10 - 2x) +$
$+ 2x(6 - 2x) = 60 - 4x^2$
$A(x) = 60 - 4x^2$

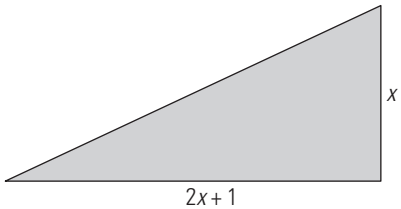
b) $V(x) = (10 - 2x)(6 - 2x)x = 4x^3 - 32x^2 + 60x$

73. Halla el polinomio que da el área del siguiente rectángulo:



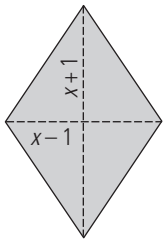
$A(x) = x(2x - 3) = 2x^2 - 3x$

74. Halla el polinomio que da el área del siguiente triángulo rectángulo:



$A(x) = (2x + 1)x/2 = x^2 + x/2$

75. Halla el polinomio que da el área del siguiente rombo:



$A(x) = (x + 1)(x - 1)/2 = x^2/2 - 1/2$

76. Halla un polinomio tal que al dividirlo entre $x^3 - 3x + 1$ se obtenga de cociente $2x^2 + 5x - 3$ y de resto $5x^2 - 3x + 9$

$(x^3 - 3x + 1)(2x^2 + 5x - 3) + 5x^2 - 3x + 9 =$

$= 2x^5 + 5x^4 - 9x^3 - 8x^2 + 11x + 6$

77. Halla el valor de k para que el resto de la siguiente división sea 5:

$$(x^3 + kx^2 - 4) : (x - 2)$$

Se aplica el teorema del resto:

$P(2) = 5 \Rightarrow 4k + 4 = 5 \Rightarrow k = 1/4$

78. Halla el valor de k para que el polinomio

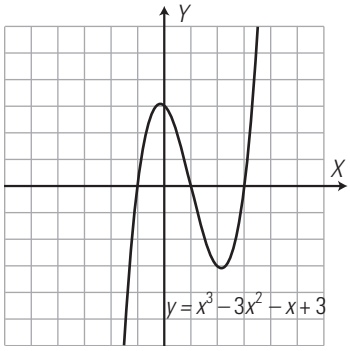
$$P(x) = x^4 - x^3 - 19x^2 + kx + 30$$

sea divisible entre $x + 3$

Se aplica el teorema del factor:

$P(-3) = 0 \Rightarrow -3k - 33 = 0 \Rightarrow k = -11$

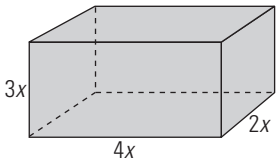
79. Observa la gráfica y calcula las raíces del polinomio $P(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3$



$x_1 = -1,\ x_2 = 1,\ x_3 = 3$

PARA PROFUNDIZAR

80. Dado el siguiente paralelepípedo:

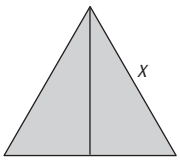


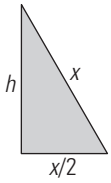
calcula en función de x el área y el volumen.

$A(x) = 2 \cdot 4x \cdot 3x + 2 \cdot 4x \cdot 2x + 2 \cdot 3x \cdot 2x = 52x^2$

$V(x) = 4x \cdot 3x \cdot 2x = 24x^3$

81. Halla el monomio que da el área de un triángulo equilátero en el que el lado mide x

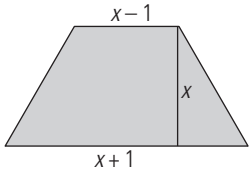




$$h = \sqrt{x^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2} = \sqrt{x^2 - \frac{x^2}{4}} = \sqrt{\frac{3x^2}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}x$$

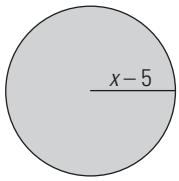
$$A(x) = \frac{1}{2}x \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}x = \frac{\sqrt{3}}{4}x^2$$

82. Halla el polinomio que da el área del siguiente trapecio:



$$A(x) = \frac{x + 1 + x - 1}{2} \cdot x = x^2$$

83. Halla el polinomio que da el área del siguiente círculo:



$A(x) = \pi(x - 5)^2 = \pi x^2 - 10\pi x + 25\pi$

84. Halla el valor de k para que el resto de la siguiente división sea 9:

$$(x^4 - x^3 - 13x^2 - x + k) : (x - 4)$$

Se aplica el teorema del factor:

$P(4) = 9 \Rightarrow k - 20 = 9 \Rightarrow k = 29$

85. Halla el valor de k para que el polinomio

$$P(x) = x^4 + 8x^3 + kx^2 - 8x - 15$$

sea divisible entre $x + 5$

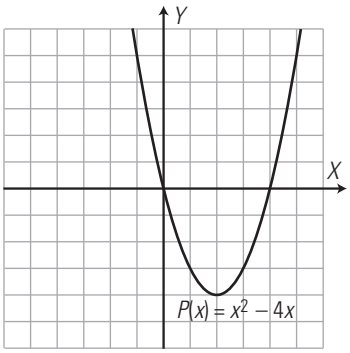
Se aplica el teorema del resto:

$P(-5) = 0 \Rightarrow 25k - 350 = 0 \Rightarrow k = 14$

86. ¿El polinomio $x^2 + 25$ tiene alguna raíz real? Razona la respuesta.

x^2 es siempre positivo o cero y al sumarle 25 es positivo. Por tanto, nunca se puede hacer cero. No tiene raíces reales.

87. Observa la gráfica y calcula las raíces del polinomio $P(x) = x^2 - 4x$



$x_1 = 0$, $x_1 = 4$

APLICA TUS COMPETENCIAS

88. Calcula el polinomio que define un movimiento uniformemente acelerado en el que:

$$a = 6 \text{ m/s}^2,\ v_0 = 8 \text{ m/s y } e_0 = 3 \text{ m}$$

$e(t) = 3t^2 + 8t + 3$

89. Calcula el espacio que lleva recorrido cuando hayan pasado 5 s

$e(5) = 118$ m

90. Calcula el espacio que recorre entre el segundo 10 y el segundo 20

$e(20) - e(10) = 1\,363 - 383 = 980$ m

COMPRUEBA LO QUE SABES

1. Enuncia el teorema del resto y pon un ejemplo.

El resto que se obtiene al dividir el polinomio $P(x)$ entre el binomio $x - a$ es el valor numérico del polinomio para $x = a \Rightarrow R = P(a)$

Ejemplo:

Halla, sin hacer la división, el resto de dividir

$$P(x) = x^3 - 7x + 15$$

entre $x + 3$

$R = P(-3) = (-3)^3 - 7 \cdot (-3) + 15 = -27 + 21 + 15 = 9$

2. Ordena el siguiente polinomio de forma decreciente según los grados y calcula el grado, el coeficiente principal y el término independiente:

$$5x^3 - 6x^7 - 5x + 9$$

$-6x^7 + 5x^3 - 5x + 9$

Grado: 7

Coeficiente principal: -6

Término independiente: 9

3. Desarrolla mentalmente los apartados a) y b) y factoriza los apartados c) y d):

a) $(2x - 5)^2$ **b) $(x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})$**

c) $3x^3 + 12x^2 + 12x$ **d) $x^2 - 5$**

a) $4x^2 - 20x + 25$ b) $x^2 - 3$

c) $3x(x + 2)^2$ d) $(x + \sqrt{5})(x - \sqrt{5})$

4. Multiplica los polinomios:

$P(x) = 5x^3 - x^2 + 3$ **$Q(x) = 3x^2 - 2x + 4$**

$15x^5 - 13x^4 + 22x^3 + 5x^2 - 6x + 12$

5. Divide $P(x) = 8x^5 - 16x^4 + 21x^2 - 19x + 10$ entre $Q(x) = 2x^2 - 5x + 4$. Haz la comprobación.

$C(x) = 4x^3 + 2x^2 - 3x - 1$

$R(x) = -12x + 14$

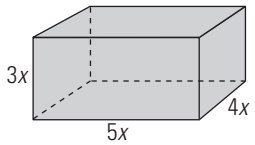
Se comprueba que $Q(x) \cdot C(x) + R(x) = P(x)$

6. Divide por Ruffini $P(x) = x^4 - 10x^2 + 12$ entre $Q(x) = x + 3$

$C(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3$

$R = 3$

7. Dado el siguiente paralelepípedo:



Calcula en función de x:

a) El área.

b) El volumen.

a) $A(x) = 2 \cdot 5x \cdot 4x + 2 \cdot 5x \cdot 3x + 2 \cdot 4x \cdot 3x = 94x^2$

b) $V(x) = 3x \cdot 4x \cdot 5x = 60x^3$

8. Halla el valor de k para que el resto de la siguiente división sea 5: $(x^3 + kx - 6) : (x - 2)$

Se aplica el teorema del resto y se tiene que verificar que:

$P(2) = 5$

$2^3 + 2k - 6 = 5$

$8 + 2k - 6 = 5$

$2k = 3$

$k = 3/2$

WINDOWS/LINUX WIRIS

PASO A PASO

91. Dados los polinomios:

$$P(x) = 5x^3 - x^2 + 3 \text{ y } Q(x) = 3x^2 - 2x + 4$$

Calcula:

$$P(x) + Q(x),\ P(x) - Q(x),\ P(x) \cdot Q(x)$$

Resuelto en el libro del alumnado.

92. Desarrolla $(5x + 3/7)^2$

Resuelto en el libro del alumnado.

93. Factoriza $x^3 + 10x^2 + 25x$

Resuelto en el libro del alumnado.

94. Divide $D(x) = 6x^5 - 30x^2 - 48$ entre $d(x) = 3x^3 + 6$

Resuelto en el libro del alumnado.

95. Calcula el valor numérico del polinomio

$$P(x) = x^3 - 5x^2 + 17$$

para $x = 2$, $x = 0$, $x = 1$

Resuelto en el libro del alumnado.

96. Representa la parábola $y = x^2 - 2x - 3$ y, observando la gráfica calcula las raíces del polinomio $P(x) = x^2 - 2x - 3$

Resuelto en el libro del alumnado.

Plantea el siguiente problema y resuélvelo con ayuda de Wiris:

97. Halla el valor de k para que el resto de la división $(x^3 + kx - 6) : (x - 2)$ sea 5

Resuelto en el libro del alumnado.

PRACTICA

98. Desarrolla:

a) $4x^3(2x + 3)^2$

b) $(x + 3)(x - 3)(x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})$

a) $16x^5 + 48x^4 + 36x^3$ b) $x^4 - 12x^2 + 27$

99. Factoriza:

a) $x^3 - 9x$

b) $x^2 - 5$

a) $x(x + 3)(x - 3)$ b) $(x + \sqrt{5})(x - \sqrt{5})$

100. Dados los polinomios:

$P(x) = 2x^3 - 3x + 5$

$Q(x) = 3x^2 + x - 4$

Calcula:

$P(x) + Q(x)$; $P(x) - Q(x)$; $P(x) \cdot Q(x)$

$P(x) + Q(x) = 2x^3 + 3x^2 - 2x + 1$

$P(x) - Q(x) = 2x^3 - 3x^2 - 4x + 9$

$P(x) \cdot Q(x) = 6x^5 + 2x^4 - 17x^3 + 12x^2 + 17x - 20$

101. Divide y haz la comprobación:

$2x^5 - 8x^4 + 12x^2 + 18$ entre $x^2 - 3x - 1$

$C(x) = 2x^3 - 2x^2 - 4x - 2$

$R(x) = -10x + 16$

Se comprueba que $C(x) \cdot Q(x) + R(x) = P(x)$

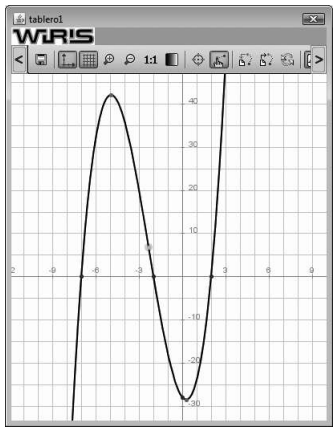
102. Divide $6x^3 - 13x + 5$ entre $x + 2$

$C(x) = 6x^2 - 12x + 11$

$R = -17$

103. Halla gráficamente las raíces del polinomio:

$P(x) = x^3 + 7x^2 - 4x - 28$



$x_1 = -7$, $x_2 = -2$, $x_3 = 2$

Plantea los siguientes problemas y resuélvelos con ayuda de Wiris:

104. Halla, sin hacer la división, el resto de dividir

$x^3 - 6x^2 + 5$

entre $x - 2$

Se aplica el teorema del resto:

$R = P(2) = -11$

105. Halla un polinomio sabiendo que al dividirlo entre $x^2 - 3x + 5$ da de cociente $2x^2 + 7x - 4$, y de resto, $8x - 9$.

Se aplica la prueba de la división:

$2x^4 + x^3 - 15x^2 + 55x - 29$

106. Comprueba, sin hacer la división, que el polinomio $P(x) = x^4 - 6x^3 + 8x^2 + 6x - 9$ es divisible entre $x - 3$

Se aplica el teorema del factor:

$R = P(3) = 0 \Rightarrow$ Sí es divisible.

107. Halla el valor de k para que el resto de la siguiente división sea 5: $(x^3 + kx^2 - 4) : (x + 3)$

Se aplica el teorema del resto:

$P(-3) = 5 \Rightarrow 9k - 31 = 5 \Rightarrow k = 4$

108. Halla el valor de k para que $x^3 + 5x + k$ sea divisible entre $x + 2$

Se aplica el teorema del factor: $k = 18$

6. Ecuaciones de 1.er y 2.º grado

1. Ecuaciones de 1.er grado

PIENSA Y CALCULA

Resuelve mentalmente:

a) $x + 2 = 5$ **b)** $x - 3 = 4$
c) $4x = 12$ **d)** $(x - 3)(x + 5) = 0$

a) $x = 3$ b) $x = 7$
c) $x = 3$ d) $x = 3$, $x = -5$

CARNÉ CALCULISTA

Calcula con dos decimales: 875,2 : 6,91
$C = 126{,}65$; $R = 0{,}0485$

APLICA LA TEORÍA

Resuelve las siguientes ecuaciones:

1. $4x + 12 = 6x - 8$
$x = 10$

2. $6 + 3x = 4 + 7x - 2x$
$x = 1$

3. $8x - 2x + 4 = 2x$
$x = -1$

4. $4x + 3x - 4 = 3x + 8$
$x = 3$

5. $3(x + 2) + 2x = 5x - 2(x - 4)$
$x = 1$

6. $4 - 3(2x + 5) = 5 - (x - 3)$
$x = -19/5$

7. $2(x - 3) + 5(x + 2) = 4(x - 1) + 3$
$x = -5/3$

8. $5 - (2x + 4) = 3 - (3x + 2)$
$x = 0$

Resuelve mentalmente:

9. $x(x - 2)(x + 3) = 0$
$x_1 = 0$, $x_2 = 2$, $x_3 = -3$

10. $(2x + 1)(x - 4)(3x + 5) = 0$
$x_1 = -1/2$, $x_2 = 4$, $x_3 = -5/3$

Resuelve las siguientes ecuaciones:

11. $\frac{x-3}{4} = \frac{x-5}{6} + \frac{x-1}{9}$
$x = 7$

12. $\frac{7-x}{2} = \frac{9}{2} + \frac{7x-5}{10}$
$x = -5/12$

13. $\frac{x}{3} + 3x - \frac{x-2}{4} = \frac{1}{4} + x$
$x = -3/25$

14. $\frac{x-1}{2} - \frac{x-2}{3} + \frac{10-3x}{5} = 0$
$x = 5$

2. Ecuaciones de 2.º grado

PIENSA Y CALCULA

Resuelve mentalmente si es posible:

a) $x^2 = 0$ **b)** $x(x - 3) = 0$
c) $x^2 = 16$ **d)** $x^2 = -25$

a) $x = 0$ b) $x = 0$, $x = 3$
c) $x = -4$, $x = 4$ d) No tiene solución.

CARNÉ CALCULISTA

Desarrolla: $(2x + 7)^2 = 4x^2 + 28x + 49$
Factoriza: $x^2 - 6x + 9 = (x - 3)^2$

APLICA LA TEORÍA

Resuelve mentalmente las siguientes ecuaciones:

15. $x^2 = 25$
$x_1 = 5$, $x_2 = -5$

16. $x^2 = 0$
$x_1 = x_2 = 0$

17. $x^2 = 49$
$x_1 = 7$, $x_2 = -7$

18. $5x^2 = 0$
$x_1 = x_2 = 0$

19. $x^2 - 1 = 0$
$x_1 = 1$, $x_2 = -1$

Resuelve las siguientes ecuaciones:

20. $x^2 - 6x = 0$
$x_1 = 0$, $x_2 = 6$

21. $x^2 - 16 = 0$
$x_1 = -4$, $x_2 = 4$

22. $7x^2 = 0$
$x_1 = x_2 = 0$

23. $x^2 - 5x + 6 = 0$
$x_1 = 3$, $x_2 = 2$

24. $x^2 + 5x = 0$
$x_1 = 0$, $x_2 = -5$

25. $x^2 - 25 = 0$
$x_1 = -5$, $x_2 = 5$

26. $x^2 - 9x = 0$
$x_1 = 0$, $x_2 = 9$

27. $x^2 = 81$
$x_1 = -9$, $x_2 = 9$

28. $x^2 - 9 = 0$
$x_1 = -3$, $x_2 = 3$

29. $x^2 - 4x + 4 = 0$

$x_1 = x_2 = 2$

30. $x^2 + 8x = 0$

$x_1 = 0,\ x_2 = -8$

31. $4x^2 - 81 = 0$

$x_1 = -9/2,\ x_2 = 9/2$

32. $2x^2 - 3x - 20 = 0$

$x_1 = -5/2,\ x_2 = 4$

33. $4x^2 - 3x = 0$

$x_1 = 0,\ x_2 = 3/4$

34. $x^2 = 4$

$x_1 = -2,\ x_2 = 2$

35. $8x^2 - 2x - 3 = 0$

$x_1 = -1/2,\ x_2 = 3/4$

36. $x(x - 3) = 10$

$x_1 = -2,\ x_2 = 5$

37. $(x + 2)(x + 3) = 6$

$x_1 = -5,\ x_2 = 0$

38. $(2x - 3)^2 = 8x$

$x_1 = 1/2,\ x_2 = 9/2$

39. $2x(x - 3) = 3x(x - 1)$

$x_1 = -3,\ x_2 = 0$

40. $\dfrac{3x}{2} - \dfrac{x^2 + x}{2} = \dfrac{3}{8}$

$x_1 = 1/2,\ x_2 = 3/2$

41. $\dfrac{9x - 4}{10} - x + \dfrac{x^2 + 2}{30} = 1$

$x_1 = -5,\ x_2 = 8$

3. NÚMERO DE SOLUCIONES. FACTORIZACIÓN

PIENSA Y CALCULA

Calcula mentalmente las siguientes raíces cuadradas y da todas las soluciones reales:

a) $\sqrt{5^2 - 4 \cdot 6}$ **b)** $\sqrt{6^2 - 4 \cdot 9}$ **c)** $\sqrt{2^2 - 4 \cdot 2}$

a) ± 1 b) 0 c) No tiene solución real.

CARNÉ CALCULISTA

Calcula: $\dfrac{7}{6} : \dfrac{2}{5} - \dfrac{3}{2} \cdot \dfrac{5}{4} = \dfrac{25}{24}$

APLICA LA TEORÍA

Sin resolverlas y sin hallar el discriminante, calcula mentalmente cuántas soluciones tienen las ecuaciones:

42. $5x^2 - 12x = 0$

Tiene dos soluciones.

43. $x^2 + 25 = 0$

No tiene solución real.

44. $2x^2 = 0$

Tiene una solución doble.

45. $x^2 - 81 = 0$

Tiene dos soluciones.

Sin resolver las siguientes ecuaciones, determina cuántas soluciones tienen:

46. $x^2 - 6x + 7 = 0$

$\Delta = 36 - 28 = 8 > 0 \Rightarrow$ Tiene dos soluciones.

47. $x^2 - 8x + 16 = 0$

$\Delta = 64 - 64 = 0 \Rightarrow$ Tiene una solución doble.

48. $2x^2 - 3x + 5 = 0$

$\Delta = 9 - 40 = -31 < 0 \Rightarrow$ No tiene solución real.

49. $3x^2 - 9x - 3 = 0$

$\Delta = 81 + 36 = 117 > 0 \Rightarrow$ Tiene dos soluciones.

Halla mentalmente la descomposición factorial de los siguientes polinomios:

50. $x^2 + 4x + 4$

$(x + 2)^2$

51. $x^2 - 6x + 9$

$(x - 3)^2$

52. $x^2 - 25$

$(x + 5)(x - 5)$

53. $4x^2 + 4x + 1$

$(2x + 1)^2$

Halla la descomposición factorial de los siguientes polinomios:

54. $x^2 + 4x - 5$

$(x - 1)(x + 5)$

55. $x^2 - x - 2$

$(x - 2)(x + 1)$

56. $2x^2 + 9x - 5$

$2(x + 5)(x - 1/2)$

57. $8x^2 + 14x - 15$

$8(x + 5/2)(x - 3/4)$

Halla, en cada caso, una ecuación de 2.º grado cuyas soluciones son:

58. $x_1 = 5,\ x_2 = -7$

$(x - 5)(x + 7) = 0 \Rightarrow x^2 + 2x - 35 = 0$

59. $x_1 = 2/5,\ x_2 = -3$

$(x - 2/5)(x + 3) = 0$
$x^2 + 13x/5 - 6/5 = 0$
$5x^2 + 13x - 6 = 0$

60. $x_1 = -4,\ x_2 = -2/3$

$(x + 4)(x + 2/3) = 0$
$x^2 + 14x/3 + 8/3 = 0$
$3x^2 + 14x + 8 = 0$

61. $x_1 = 3/5,\ x_2 = -1/2$

$(x - 3/5)(x + 1/2) = 0$
$x^2 - x/10 - 3/10 = 0$
$10x^2 - x - 3 = 0$

Calcula la suma y el producto de las soluciones de las siguientes ecuaciones, sin resolver estas:

62. $5x^2 - 15x + 9 = 0$

$S = \frac{15}{5} = 3,\ P = \frac{9}{5}$

63. $x^2 - 6x + 12 = 0$

$S = 6,\ P = 12$

64. $2x^2 - 5 = 0$

$S = 0,\ P = -\frac{5}{2}$

65. $3x^2 - 14x = 0$

$S = \frac{14}{3} = 3,\ P = 0$

4. PROBLEMAS DE ECUACIONES

PIENSA Y CALCULA

Calcula mentalmente:

a) El lado de un cuadrado cuya área es 16 m²
b) Tres números enteros consecutivos cuya suma sea 12

a) 4 m b) 3, 4, 5

CARNÉ CALCULISTA

Desarrolla: $\left(2x + \frac{1}{3}\right)\left(2x - \frac{1}{3}\right) = 4x^2 - \frac{1}{9}$

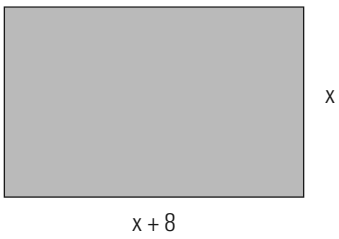
Factoriza: $9x^2 + 30x + 25 = (3x + 5)^2$

APLICA LA TEORÍA

66. La suma de dos números es 36, y uno es el doble del otro. Calcula dichos números.

$x + 2x = 36 \Rightarrow x = 12$
Los números son: 12 y 24

67. La base de un rectángulo mide 8 cm más que la altura. Si su perímetro mide 64 cm, calcula las dimensiones del rectángulo.



$2(x + 8) + 2x = 64 \Rightarrow x = 12$
Las dimensiones son: altura = 12 cm; base = 20 cm

68. Se mezcla café de 4,8 €/kg con café de 7,2 €/kg. Si se desea obtener 60 kg de mezcla a 6,5 €/kg, ¿cuántos kilos de cada clase se deben mezclar?

	Café A	Café B	Mezcla
Precio (€/kg)	4,8	7,2	6,5
Peso (kg)	x	$60 - x$	60
Dinero (€)	$4{,}8x + 7{,}2(60 - x) = 6{,}50 \cdot 60$		

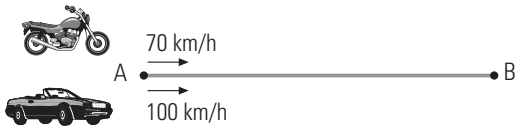
$4{,}8x + 7{,}2(60 - x) = 6{,}5 \cdot 60 \Rightarrow x = 17{,}5$
Café A: 17,5 kg Café B: 42,5 kg

69. Una madre tiene 26 años más que su hijo, y dentro de 10 años la edad de la madre será el doble de la del hijo. ¿Cuántos años tienen en la actualidad?

	Actualmente	Dentro de 10 años
Hijo	x	$x + 10$
Madre	$x + 26$	$x + 36$

$x + 36 = 2(x + 10) \Rightarrow x = 16$
Edad del hijo = 16 años. Edad de la madre = 42 años.

70. Una moto sale de una ciudad A hacia otra B con una velocidad de 70 km/h. Tres horas más tarde, un coche sale de la misma ciudad y en el mismo sentido con una velocidad de 100 km/h. ¿Cuánto tiempo tardará el coche en alcanzar a la moto?



El espacio que recorre la moto es igual que el que recorre el coche y la fórmula es $e = v \cdot t$

$70t = 100(t - 3) \Rightarrow t = 10$

El coche tarda 7 horas en alcanzar a la moto.

71. Halla dos números cuya diferencia sea 5 y la suma de sus cuadrados sea 73

Un número x y el otro $x - 5$

$x^2 + (x - 5)^2 = 73 \Rightarrow x = 8,\ x = -3$

Hay dos soluciones:

N.º mayor = 8 ⇒ N.º menor = 3

N.º mayor = −3 ⇒ N.º menor = −8

72. La suma de los cuadrados de dos números consecutivos es 181. Halla dichos números.

Los números son x y $x + 1$

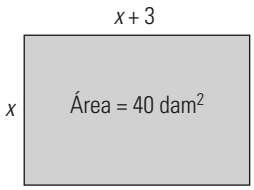
$x^2 + (x + 1)^2 = 181 \Rightarrow x = 9,\ x = -10$

Hay dos soluciones:

N.º menor = 9 ⇒ N.º mayor = 10

N.º menor = −10 ⇒ N.º mayor = −9

73. Calcula las dimensiones de una finca rectangular sabiendo que tiene 3 dam de larga más que de ancha y su superficie es de 40 dam²



$x(x + 3) = 40 \Rightarrow x = 5,\ x = -8$
La solución negativa no tiene sentido.
Ancho = 5 dam
Largo = 8 dam

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

1. ECUACIONES DE 1.ER GRADO

Resuelve mentalmente las siguientes ecuaciones:

74. $x + 2 = 9$

$x = 7$

75. $x - 2 = 3$

$x = 5$

76. $3x = 15$

$x = 5$

77. $\frac{x}{3} = 7$

$x = 21$

78. $4x = 3$

$x = 3/4$

79. $x - 5 = 0$

$x = 5$

80. $5x + 7 = 0$

$x = -7/5$

81. $x(x - 4)(x + 5) = 0$

$x_1 = 0,\ x_2 = 4,\ x_3 = -5$

82. $(3x + 2)(5x - 6)(x + 5) = 0$

$x_1 = -2/3,\ x_2 = 6/5,\ x_3 = -5$

Resuelve las siguientes ecuaciones:

83. $7x + 2 = 4x - 10$

$x = -4$

84. $5 + 3x - 2x = 7 + 4x - x$

$x = -1$

85. $6x - 3x + 5 = 2x + 1$

$x = -4$

86. $6 - 4x + 2x - 6 = 2x + 5$

$x = -5/4$

87. $4(x + 5) + 3x = 4x - 3(x - 4)$

$x = -4/3$

88. $9 - 2(3x + 4) = 5 - 3(x - 4)$

$x = -16/3$

89. $12 - (7x + 5) = 4 - (5x + 2)$

$x = 5/2$

90. $5(x - 2) + 3(x + 2) = 6(x - 1)$

$x = -1$

91. $\frac{6x - 1}{2} = \frac{x - 1}{3} + \frac{4x + 3}{2}$

$x = 5/2$

92. $\frac{4 - x}{5} = 2 - \frac{3x - 2}{10}$

$x = 14$

93. $\frac{3x}{2} - 2(x - 3) - \frac{x - 2}{4} = 5 + x$

$x = 6/7$

94. $\frac{x - 5}{2} - \frac{2x - 3}{3} + \frac{10 - x}{12} = 0$

$x = -8/3$

2. ECUACIONES DE 2.º GRADO

Resuelve mentalmente las siguientes ecuaciones:

95. $x^2 = 81$

$x_1 = 9,\ x_2 = -9$

96. $2x^2 = 0$

$x_1 = x_2 = 0$

97. $x^2 = 36$

$x_1 = 6,\ x_2 = -6$

98. $7x^2 = 0$

$x_1 = x_2 = 0$

99. $x^2 - 64 = 0$

$x_1 = 8,\ x_2 = -8$

Resuelve las siguientes ecuaciones:

100. $x^2 - 12x = 0$

$x_1 = 0,\ x_2 = 12$

101. $(x - 2)^2 - 16 = 0$

$x_1 = -2,\ x_2 = 6$

102. $x^2 - 6x - 7 = 0$

$x_1 = -1,\ x_2 = 7$

103. $(x + 1)^2 = 4x$

$x_1 = x_2 = 1$

104. $x^2 + x - 6 = 0$

$x_1 = 2,\ x_2 = -3$

105. $x^2 - 25 = 0$

$x_1 = -5,\ x_2 = 5$

106. $x(x-4)=2x(x-3)$

$x_1=0,\ x_2=2$

107. $3(x-2)^2-27=0$

$x_1=-1,\ x_2=5$

108. $4x^2-9=0$

$x_1=-3/2,\ x_2=3/2$

109. $6x^2-7x-3=0$

$x_1=-1/3,\ x_2=3/2$

110. $\dfrac{5x^2}{3}=3\left(\dfrac{x^2}{2}-\dfrac{x}{4}\right)$

$x_1=-9/2,\ x_2=0$

111. $5x^2-4x=2x^2$

$x_1=0,\ x_2=4/3$

112. $x^2-51x+36=0$

$x_1=3/4,\ x_2=12$

113. $\dfrac{x^2-4x}{6}-\dfrac{1}{3}=\dfrac{5x-3x^2}{12}+\dfrac{1}{6}$

$x_1=-2/5,\ x_2=3$

3. NÚMERO DE SOLUCIONES. FACTORIZACIÓN

Sin resolver las siguientes ecuaciones, determina cuántas soluciones tienen:

114. $x^2+x-12=0$

$\Delta=1+48=49>0 \Rightarrow$ Tiene dos soluciones.

115. $x^2-4x+13=0$

$\Delta=16-52=-36<0 \Rightarrow$ No tiene soluciones reales.

116. $9x^2-12x+4=0$

$\Delta=144-144=0 \Rightarrow$ Tiene una solución doble.

117. $4x^2-12x+13=0$

$\Delta=144-208=-64<0 \Rightarrow$ No tiene soluciones reales.

Halla la descomposición factorial de los siguientes polinomios:

118. $4x^2-3x$

$4x(x-3/4)$

119. x^2-144

$(x+12)(x-12)$

120. $9x^2+12x+4$

$9(x+2/3)^2$

121. $20x^2-7x-6$

$20(x+2/5)(x-3/4)$

Halla, en cada caso, una ecuación de 2.º grado cuyas soluciones son:

122. $x_1=4,\ x_2=-5$

$(x-4)(x+5)=0 \Rightarrow x^2+x-20=0$

123. $x_1=3/4,\ x_2=-2$

$(x-3/4)(x+2)=0$

$x^2+5x/4-3/2=0 \Rightarrow 4x^2+5x-6=0$

124. $x_1=-3,\ x_2=-1/3$

$(x+3)(x+1/3)=0$

$x^2+10x/3+1=0 \Rightarrow 3x^2+10x+3=0$

125. $x_1=2/5,\ x_2=-3/2$

$(x-2/5)(x+3/2)=0$

$x^2+11x/10-3/5=0 \Rightarrow 10x^2+11x-6=0$

Calcula la suma y el producto de las soluciones de las siguientes ecuaciones, sin resolver estas:

126. $x^2-8x+3=0$

$S=8,\ P=3$

127. $x^2-7x+2=0$

$S=7,\ P=2$

128. $6x^2+x-2=0$

$S=-1/6,\ P=-1/3$

129. $5x^2-16x+3=0$

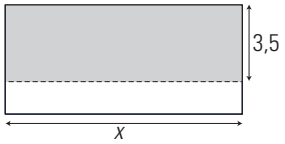
$S=16/5,\ P=3/5$

4. PROBLEMAS DE ECUACIONES

130. Calcula tres números enteros consecutivos tales que la suma de los tres sea igual al doble del segundo.

Primer número: $x-1$
Segundo número: x
Tercer número: $x+1$
$x-1+x+x+1=2x \Rightarrow x=0$
Primer número $=-1$
Segundo número $=0$
Tercer número $=1$

131. Si se disminuye la altura de un rectángulo en 3,5 cm, el área disminuye en 21 cm². Calcula la base del rectángulo.



$3{,}5x=21 \Rightarrow x=6$
La base mide 6 cm

132. Hace siete años, la edad de un padre era cinco veces la del hijo. Si actualmente es solo el triple, ¿qué edad tiene cada uno?

	Hace 7 años	Actualmente
Hijo	x	$x+7$
Padre	$5x$	$5x+7$

$5x+7=3(x+7) \Rightarrow x=7$
Edad del hijo = 14 años.
Edad del padre = 42 años.

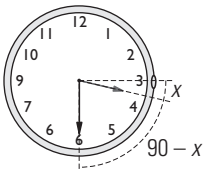
133. Se mezcla azúcar de 1,125 €/kg con azúcar de 1,4 €/kg y se obtienen 200 kg de mezcla a 1,29 €/kg. ¿Cuántos kilos de cada clase se han mezclado?

	Azúcar A	Azúcar B	Mezcla
Precio (€/kg)	1,125	1,4	1,29
Peso (kg)	x	$200 - x$	200
Dinero (€)	$1{,}125x + 1{,}4(200 - x) = 1{,}29 \cdot 200$		

$1{,}125x + 1{,}4(200 - x) = 1{,}29 \cdot 200 \Rightarrow x = 80$

Azúcar A: 80 kg Azúcar B: 120 kg

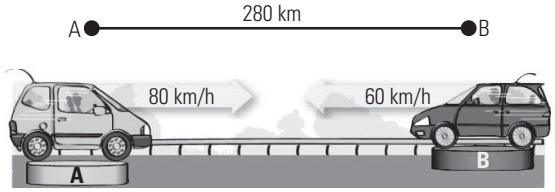
134. ¿Qué ángulo forman las agujas de un reloj a las tres y media?

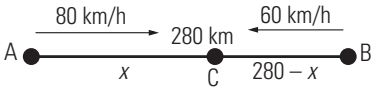


$12x = 180 \Rightarrow x = 15°$

El ángulo que forman es de $90° - 15° = 75°$

135. Un vehículo sale de A con dirección a B y lleva una velocidad constante de 80 km/h. En el mismo instante, otro vehículo sale de B hacia A con una velocidad de 60 km/h. Si la distancia entre A y B es de 280 km, ¿a qué distancia de A se cruzan los dos vehículos?





El tiempo que tardan ambos es el mismo y la fórmula es:

$e = v \cdot t \Rightarrow t = \dfrac{e}{v}$

$\dfrac{x}{80} = \dfrac{280 - x}{60} \Rightarrow x = 160$

Se encuentran a 160 km de A

136. Calcula dos números naturales consecutivos tales que su producto sea 132

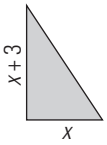
$x(x + 1) = 132 \Rightarrow x = -12$ y $x = 11$

Hay dos soluciones:

Número menor = –12, número mayor = –11

Número menor = 11, número mayor = 12

137. Un triángulo rectángulo tiene un área de 44 m². Calcula la longitud de los catetos si uno de ellos mide 3 m más que el otro.



$\dfrac{x(x + 3)}{2} = 44 \Rightarrow x = -11$ y $x = 8$

La solución negativa no tiene sentido.

Los catetos miden: 8 m y 11 m

PARA AMPLIAR

Resuelve las siguientes ecuaciones:

138. $4x + 2 = 3x + 8 - x$

$x = 3$

139. $2x + x - 12 + 7x = 9x - 10$

$x = 2$

140. $2x - 15 + x = 2x - 8$

$x = 7$

141. $5x + 9 + 3x = 2x + 5 + 7x$

$x = 4$

142. $3(x - 7) + 1 = 2x - 25$

$x = -5$

143. $3(x - 2) = 4(x - 1) - 5$

$x = 3$

144. $2(x - 2) - 3x = 2(x + 4) - 5x$

$x = 6$

145. $2 - (x + 2) = 2 - (3 - x)$

$x = 1/2$

146. $8(2x + 1) = 7 + 3(5x + 1)$

$x = 2$

147. $x - 3 - 2(2x - 6) = 2(x + 5)$

$x = -1/5$

148. $3x - (1 - 2x) - 2x = 4 - x - (5x - 6)$

$x = 11/9$

149. $4(3x - 1) - 3(x - 2) = 2(4x - 2)$

$x = -6$

150. $\dfrac{5x + 4}{3} = 13$

$x = 7$

151. $\dfrac{5x + 9}{3} = \dfrac{7x + 6}{6}$

$x = -4$

152. $\dfrac{x + 3}{2} - 1 = \dfrac{2x - 1}{5}$

$x = -7$

153. $\dfrac{x}{3} - \dfrac{5x - 2}{2} = x - \dfrac{2 - 5x}{6}$

$x = 1/3$

154. $\dfrac{5x - 1}{2} - \dfrac{4x + 1}{3} = \dfrac{x - 1}{2} + 4$

$x = 13/2$

155. $\dfrac{2 - x}{5} = 2 - \dfrac{x - 1}{2}$

$x = 7$

156. $\frac{3x-2}{5} - 2(5x-4) - \frac{x+2}{4} = \frac{x+3}{2} - \frac{7}{6}$

$x = 2/3$

157. $\frac{3x}{4} - \frac{2x-3}{3} + \frac{7x+4}{2} = \frac{x}{3} - 5x$

$x = -4/11$

158. $\frac{x+2}{2} - \frac{1-2x}{7} = \frac{11-x}{14} - 3x + 2$

$x = 1/2$

159. $\frac{x-3}{4} - \frac{x-2}{5} = x + \frac{1-x}{3} - \frac{8}{9}$

$x = 1/3$

160. $\frac{4x-1}{12} - \frac{x+2}{8} = \frac{5x}{8} - \frac{12x+1}{36}$

$x = -11/3$

161. $3(x-1) - \frac{2x-3}{4} + \frac{11}{6} = \frac{7x-1}{3} + \frac{1}{12}$

$x = 1$

162. $\frac{x+1}{3} - \frac{1-2x}{4} = \frac{20-x}{12} + \frac{3x-5}{4}$

$x = 2$

163. $\frac{5x-7}{6} - x = \frac{2x-3}{4} + \frac{x}{2}$

$x = -5/14$

164. $\frac{x+1}{3} - \frac{3x+1}{6} = \frac{1}{6} - \frac{x+1}{9}$

$x = 2$

165. $x - \frac{1}{3} - \frac{2x-1}{5} = \frac{2x-1}{3}$

$x = 3$

166. $\frac{4x+1}{3} - \frac{x+2}{6} = \frac{2x-1}{5} + \frac{5}{2}$

$x = 3$

167. $\frac{x-2}{4} + \frac{11}{6} = \frac{x+1}{6} + \frac{x}{2}$

$x = 14/5$

168. $\frac{5-x}{2} - 18 = 4(1-x) - \frac{x+1}{3}$

$x = 5$

169. $\frac{x+3}{3} - \frac{x-2}{4} = \frac{7}{8} - \frac{x-3}{2}$

$x = 3/2$

170. $\frac{2x-1}{8} - \frac{x-4}{6} = \frac{17}{8} - \frac{x+2}{2}$

$x = 1$

171. $\frac{x-2}{6} = \frac{x+3}{4} - \frac{x+1}{2} - \frac{1}{3}$

$x = 3/5$

172. $5x^2 = 0$

$x_1 = x_2 = 0$

173. $x^2 - 81 = 0$

$x_1 = -9,\ x_2 = 9$

174. $x^2 + 2x - 15 = 0$

$x_1 = -5,\ x_2 = 3$

175. $x^2 - 144 = 0$

$x_1 = -12,\ x_2 = 12$

176. $2x^2 - 5x - 3 = 0$

$x_1 = -1/2,\ x_2 = 3$

177. $x^2 - 4x = 0$

$x_1 = 0,\ x_2 = 4$

178. $x^2 - 4x - 12 = 0$

$x_1 = -2,\ x_2 = 6$

179. $4x^2 - 25 = 0$

$x_1 = -5/2,\ x_2 = 5/2$

180. $2x^2 + x - 6 = 0$

$x_1 = -2,\ x_2 = 3/2$

181. $5x^2 - 7x + 2 = 0$

$x_1 = 2/5,\ x_2 = 1$

182. $x^2 - 169 = 0$

$x_1 = -13,\ x_2 = 13$

183. $3x^2 - 11x + 6 = 0$

$x_1 = 2/3,\ x_2 = 3$

184. $5x^2 - 9x = 0$

$x_1 = 0,\ x_2 = 9/5$

185. $x^2 = 4x$

$x_1 = 0,\ x_2 = 4$

186. $25x^2 - 25x + 4 = 0$

$x_1 = 4/5,\ x_2 = 1/5$

187. $4x^2 - 81 = 0$

$x_1 = -9/2,\ x_2 = 9/2$

188. $6x^2 + 11x - 2 = 0$

$x_1 = -2,\ x_2 = 1/6$

189. $4x^2 + 9x = 0$

$x_1 = 0,\ x_2 = -9/4$

190. $4x^2 - 7x + 3 = 0$

$x_1 = 3/4,\ x_2 = 1$

191. $9x^2 - 1 = 0$

$x_1 = -1/3,\ x_2 = 1/3$

192. $4x^2 - 8x + 3 = 0$

$x_1 = 3/2,\ x_2 = 1/2$

193. $5x^2 + x = 0$

$x_1 = -1/5,\ x_2 = 0$

194. $x^2 - 9x + 20 = 0$

$x_1 = 5,\ x_2 = 4$

195. $4x^2 + 3x - 10 = 0$

$x_1 = -2,\ x_2 = 5/4$

196. $25x^2 - 1 = 0$

$x_1 = -1/5,\ x_2 = 1/5$

197. $9x^2 - 18x - 7 = 0$

$x_1 = -1/3,\ x_2 = 7/3$

198. $5x^2 + 8x - 4 = 0$

$x_1 = -2,\ x_2 = 2/5$

199. $x + 4x^2 = 0$

$x_1 = -1/4,\ x_2 = 0$

200. $4x^2 - 17x + 15 = 0$

$x_1 = 3,\ x_2 = 5/4$

201. $7x^2 - 5x - 2 = 0$

$x_1 = -2/7,\ x_2 = 1$

202. $(3x - 1)^2 = 0$

$x_1 = x_2 = 1/3$

203. $x(x - 3) = 0$

$x_1 = 0,\ x_2 = 3$

204. $(x - 1)(2x - 3) = 0$

$x_1 = 1,\ x_2 = 3/2$

205. $(x + 2)(x - 2) = 2(x + 3) + 5$

$x_1 = -3,\ x_2 = 5$

206. $2x(x + 1) - (6 + x) = (x + 3)(x - 2)$

$x_1 = x_2 = 0$

207. $x^2 + \frac{3x}{5} - \frac{26}{5} = 0$

$x_1 = -13/5,\ x_2 = 2$

208. $x^2 - \frac{3x}{4} - \frac{5}{8} = 0$

$x_1 = -1/2,\ x_2 = 5/4$

209. $x^2 - \frac{2x}{3} = \frac{8}{3}$

$x_1 = 2,\ x_2 = -4/3$

210. $x^2 - \frac{10x}{3} - \frac{8}{3} = 0$

$x_1 = -2/3,\ x_2 = 4$

211. $x^2 - 2x - \frac{3}{2} = \frac{x}{2}$

$x_1 = -1/2,\ x_2 = 3$

212. $6x^2 + 5 = 5x^2 + 8x - 10$

$x_1 = 5,\ x_2 = 3$

213. $10x^2 - 23x = 4x^2 - 7$

$x_1 = 1/3,\ x_2 = 7/2$

214. $(x - 7)^2 - 81 = 0$

$x_1 = -2,\ x_2 = 16$

215. $11x^2 - 6x - 3 = 2x^2 - 4$

$x_1 = x_2 = 1/3$

216. $\frac{2x^2}{3} - \frac{x + 3}{2} = 3$

$x_1 = -9/4,\ x_2 = 3$

217. $\frac{x^2}{6} + \frac{x}{3} = \frac{x^2}{4} + \frac{1}{3}$

$x_1 = x_2 = 2$

218. $\frac{x^2 + 2}{5} - \frac{x^2 + x}{2} = \frac{3x + 1}{10}$

$x_1 = -3,\ x_2 = 1/3$

219. $\frac{14x - 3}{6} = \frac{x^2 - x}{3} + \frac{10x + 1}{6}$

$x_1 = 1,\ x_2 = 4/3$

220. $\frac{x^2 - 4x + 1}{2} = \frac{2x^2 - 4x - 3}{5}$

$x_1 = 11,\ x_2 = 1$

PROBLEMAS

221. Se ha plantado 1/5 de la superficie de una huerta con cebollas; 1/15 con patatas; 2/3 con judías, y el resto, que son 240 m², con tomates. ¿Qué superficie tiene la huerta?

Superficie de la huerta: x

$\frac{x}{5} + \frac{x}{15} + \frac{2x}{3} + 240 = x \Rightarrow x = 3\,600$

La huerta mide 3 600 m²

222. Natalia y Roberto tienen, respectivamente, 8 y 2 años. ¿Al cabo de cuántos años la edad de Natalia será el doble de la de Roberto?

	Actualmente	Dentro de x años
Natalia	8	$8 + x$
Roberto	2	$2 + x$

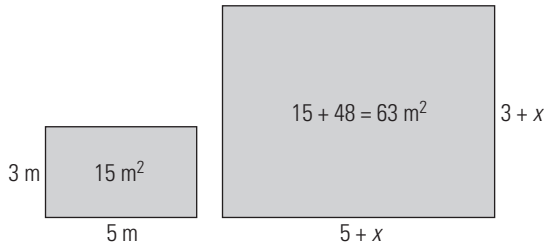
$8 + x = 2(2 + x) \Rightarrow x = 4$

Dentro de 4 años, Natalia tendrá 12 y Roberto 6 años.

223. ¿Qué ángulo forman las agujas del reloj a las tres y cuarto?

Ángulo que forman las agujas: x
$12x = 90 \Rightarrow x = 7{,}5$
Formarán un ángulo de 7,5°

224. Los lados de un rectángulo miden 5 m y 3 m. Al aumentar los lados en una misma cantidad, el área aumenta en 48 m². ¿Cuánto se ha ampliado cada lado?



$(5 + x)(3 + x) = 63$
$x^2 + 8x + 15 = 63$
$x^2 + 8x - 48 = 0$
$x_1 = -12$, $x_2 = 4$
La solución negativa no tiene sentido.
Se aumenta 4 m

225. Dos ciudades A y B están a 300 km de distancia. A las diez de la mañana un coche sale desde A hacia B con una velocidad de 80 km/h. Dos horas más tarde, otro coche sale desde B hacia A con una velocidad de 120 km/h. ¿A qué hora se encuentran y a qué distancia de A?

$80t + 120(t - 2) = 300 \Rightarrow t = 2{,}7$
Se encuentran a 2,7 h = 2 h 42 minutos, es decir, a las 12 horas y 42 minutos, y a una distancia $x = 216$ km de A

226. La edad de Rubén es la quinta parte de la edad de su padre. Dentro de 3 años, la edad de Rubén será la cuarta parte de la edad de su padre. ¿Qué edad tiene cada uno actualmente?

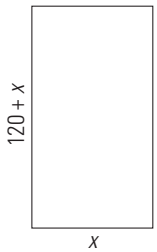
	Actualmente	Dentro de 3 años
Rubén	x	$x + 3$
Padre	$5x$	$5x + 3$

$4(x + 3) = 5x + 3 \Rightarrow x = 9$
Edad de Rubén = 9 años.
Edad del padre = 45 años.

227. Calcula un número tal que si se le quita su quinta parte, el resultado sea 60

Número: x
$x - x/5 = 60$
$x = 75$

228. El cristal rectangular de una puerta mide 120 cm más de alto que de ancho y su superficie mide 10 800 cm². Calcula cuánto miden los lados del cristal.



$x(120 + x) = 10\,800 \Rightarrow x = 60$, $x = -180$
La solución negativa no tiene sentido.
Ancho: 60 cm
Alto: 180 cm

229. El producto de dos números enteros consecutivos es igual al cuádruple del menor menos 2 unidades. Encuentra dichos números.

Número menor: x
Número mayor: $x + 1$
$x(x + 1) = 4x - 2 \Rightarrow x = 1$, $x = 2$
Hay dos soluciones:
El número menor: 1; el número mayor: 2
El número menor: 2; el número mayor: 3

230. Ana tiene 12 años, su hermano Pablo tiene 14, y su padre, 42. ¿Cuántos años deben pasar para que la suma de las edades de Ana y Pablo sea igual a la de su padre?

	Actualmente	Dentro de x años
Ana	12	$12 + x$
Pablo	14	$14 + x$
Padre	42	$42 + x$

$12 + x + 14 + x = 42 + x \Rightarrow x = 16$
Tienen que pasar 16 años.

231. Calcula el área de un círculo sabiendo que si aumentamos el radio en 6 cm, el área se hace nueve veces más grande.

$9\pi R^2 = \pi(R + 6)^2 \Rightarrow R = 3$, $R = -3/2$
El radio negativo no tiene sentido.
El radio vale $R = 3$ cm y su área es 9π cm²

232. Se mezclan 1 800 kg de harina de 0,42 €/kg con 3 500 kg de harina de 0,54 €/kg. ¿Qué precio tiene el kilo de la mezcla?

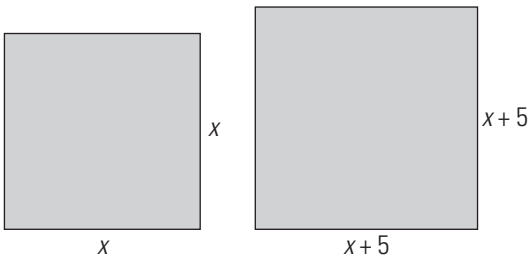
	Harina A	Harina B	Mezcla
Precio (€/kg)	0,42	0,54	x
Masa (kg)	1 800	3 500	5 300
Dinero (€)	$0{,}42 \cdot 1\,800 + 0{,}54 \cdot 3\,500 = 5\,300 \cdot x$		

$0{,}42 \cdot 1\,800 + 0{,}54 \cdot 3\,500 = 5\,300x$
$x = 0{,}499 = 0{,}5$

233. Sonia se ha comprado un libro y un disco que tenían el mismo precio, pero que han rebajado un 15% y un 10%, respectivamente, cuando ha ido a pagar. Si se ha ahorrado 9 €, ¿cuánto costaba cada producto?

Precio del libro = precio del disco: x
$0{,}15x + 0{,}1x = 9 \Rightarrow x = 36$
Los dos productos valían 36 €

234. Halla el lado de un cuadrado tal que, al aumentarlo en 5 unidades, el área aumente en 395 unidades cuadradas.

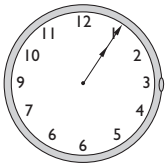


$(x + 5)^2 = x^2 + 395$
$x = 37$
El lado del cuadrado mide 37 unidades.

235. Calcula dos números enteros tales que su diferencia sea 2 y la suma de sus cuadrados sea 884

$x^2 + (x - 2)^2 = 884 \Rightarrow x = -20,\ x = 22$
Hay dos soluciones:
Número menor: $-22 \Rightarrow$ número mayor: -20
Número menor: $20 \Rightarrow$ número mayor: 22

236. ¿A qué hora coinciden, por primera vez, las manecillas del reloj después de las 12 horas?



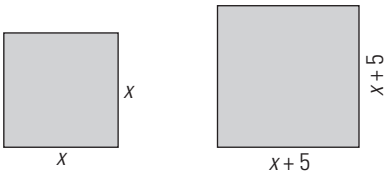
Sea x el ángulo que recorre la aguja minutera.
$12(x - 30) = x \Rightarrow x = 32{,}73°$
Se encontrarán cuando la aguja minutera haya recorrido un ángulo de 32,73°, es decir, 32,73° : 30 = 1,09 h = 1 hora 5 minutos 24 segundos.

237. Ruth tiene 17 años y su madre tiene 47. ¿Cuánto ha de transcurrir para que la edad de la hija sea la mitad de la de la madre?

	Actualmente	Dentro de x años
Ruth	17	$17 + x$
Madre	47	$47 + x$

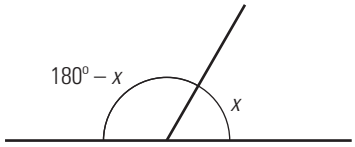
$47 + x = 2(17 + x) \Rightarrow x = 13$
A los 13 años.

238. De un tablero de 2 400 cm² se cortan dos piezas cuadradas, una de ellas con 5 cm más de lado que la otra. Si las tiras de madera que sobran miden 1 283 cm², ¿cuánto miden los lados de las piezas cuadradas cortadas?



$x^2 + (x + 5)^2 + 1\,283 = 2\,400 \Rightarrow x = -26,\ x = 21$
La solución negativa no tiene sentido.
Las piezas son de 21 cm de lado y de 21 + 5 = 26 cm de lado, respectivamente.

239. Halla un ángulo que sea igual a un tercio de su ángulo suplementario.



$3x = 180 - x \Rightarrow x = 45$
El ángulo es de 45°

240. Se desea obtener 8 000 kg de pienso mezclando maíz a un precio de 0,5 €/kg con cebada a un precio de 0,3 €/kg. Si se desea que el precio de la mezcla sea de 0,45 €/kg, ¿cuántos kilos de maíz y de cebada necesitamos?

	Maíz	Cebada	Mezcla
Precio (€/kg)	0,5	0,54	x
Masa (kg)	x	$8\,000 - x$	8 000
Dinero (€)	$0{,}5x + 0{,}3(8\,000 - x) = 45 \cdot 8\,000$		

$0{,}5x + 0{,}3(8\,000 - x) = 0{,}45 \cdot 8\,000$
$x = 6\,000$
Maíz: 6 000 kg
Cebada: 2 000 kg

241. Andrés sale a caminar desde su casa a una velocidad de 6 km/h. Una hora más tarde, su hermana Virginia sale a buscarle en bicicleta a una velocidad de 26 km/h. ¿Cuánto tardará en alcanzarlo?

Tiempo que tarda Virginia en alcanzar a Andrés desde la salida de Andrés:
$6t = 26(t - 1) \Rightarrow t = 13/10$ h = 1,3 h
Tarda en alcanzarlo 3/10 h = 0,3 h = 18 min

242. Se desea mezclar 50 kg de azúcar blanca de 1,24 €/kg con azúcar morena de 1,48 €/kg. ¿Cuántos kilos de azúcar morena se necesitan para que la mezcla salga a 1,32 €/kg?

	Azúcar blanca	Azúcar morena	Mezcla
Precio (€/kg)	1,24	1,48	1,32
Masa (kg)	50	x	$50 + x$
Dinero (€)	$1{,}24 \cdot 50 + 1{,}48 \cdot x = 1{,}32(50 + x)$		

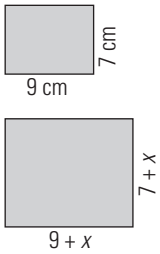
$1{,}24 \cdot 50 + 1{,}48 \cdot x = 1{,}32(50 + x) \Rightarrow x = 25$
Se necesitan 25 kg de azúcar morena.

PARA PROFUNDIZAR

243. Elvira compra unos zapatos, una camisa y una chaqueta. Si la camisa cuesta la mitad que la chaqueta y esta la mitad que los zapatos, y ha pagado 126 €, ¿cuánto cuesta cada cosa?

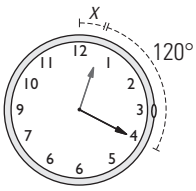
Precio de la camisa: x
$x + 2x + 4x = 126 \Rightarrow x = 18$
La camisa vale 18 €, la chaqueta, 36 € y los zapatos, 72 €

244. Los lados de un rectángulo miden 7 y 9 cm. Si se amplían los lados en una misma cantidad, la nueva área es de 143 cm². ¿Cuánto se ha ampliado cada lado?



$(7 + x)(9 + x) = 143$
$x = -20$, $x = 4$
La solución negativa no tiene sentido.
Se ha ampliado 4 cm

245. ¿A qué hora forman las manecillas del reloj un ángulo de 120° por primera vez después de las 12 horas?



Sea x el ángulo de la aguja horaria.
$120 + x = 12x \Rightarrow x = 10{,}91$
La aguja horaria recorre un ángulo de 10,91°
La aguja minutera recorre un ángulo de 130,91° que corresponde a 21,818 minutos, es decir, serán las: 12 horas 21 minutos y 49 segundos.

246. Calcula un número tal que multiplicado por su mitad sea igual a su cuarta parte más 9

Número: x

$$x\,\frac{x}{2} = \frac{x}{4} + 9 \Rightarrow x = -4,\ x = 9/2$$

247. Halla un número cuya mitad más su cuarta parte sea igual a 39

Número: x

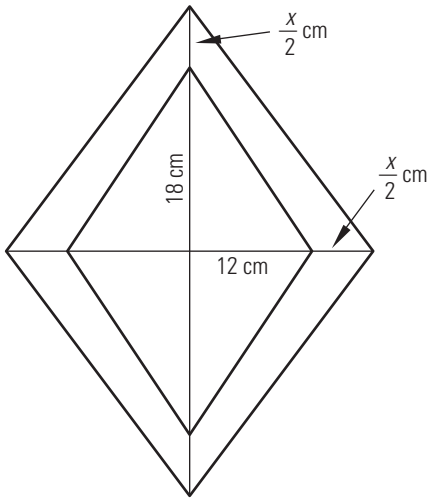
$$\frac{x}{2} + \frac{x}{4} = 39 \Rightarrow x = 52$$

248. Halla un número cuya mitad, más su tercera parte, más una unidad, sea igual que el número.

Número: x

$$\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + 1 = x \Rightarrow x = 6$$

249. Las diagonales de un rombo miden 18 cm y 12 cm. ¿Qué longitud se debe añadir a las diagonales para que el área del rombo se duplique?



$$\frac{(18 + x)(12 + x)}{4} = 2\,\frac{18 \cdot 12}{4}$$

$x_1 = -36$, $x_2 = 6$
La solución negativa no tiene sentido.
Hay que aumentar 6 cm

250. Halla el valor de *k* en la siguiente ecuación de forma que su solución sea 2:

$$kx - 3 = 3x - 1$$

$2k - 3 = 6 - 1$
$k = 4$

251. Una solución de la ecuación $10x^2 - 11x - 6 = 0$ es 3/2. Calcula la otra solución sin resolver la ecuación.

$3/2 + x_2 = -b/a$
$3/2 + x_2 = 11/10$
$x_2 = 11/10 - 3/2 = -2/5$

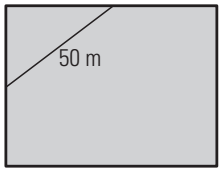
252. En la ecuación $8x^2 - 18x + k = 0$, halla el valor de *k* de forma que una solución sea el doble de la otra.

Sean las soluciones x_1, $x_2 = 2x_1$
$x_1 + x_2 = -b/a \Rightarrow 3x_1 = 9/4 \Rightarrow x_1 = 3/4$
$x_1 \cdot x_2 = c/a \Rightarrow 2x_1^2 = k/8$
$9/8 = k/8$
$k = 9$
Para $k = 9$ las soluciones son $x_1 = 3/4$, $x_2 = 3/2$

253. Un grifo llena un depósito en 3 horas y otro lo hace en 6 horas. ¿Cuánto tiempo tardarán en llenar el depósito los dos grifos a la vez?

Tiempo que tardan: x
$(1/3 + 1/6)x = 1 \Rightarrow x = 2$
Tardan 2 horas.

254. En un rectángulo, el segmento que une los puntos medios de dos lados consecutivos mide 50 m. Si la razón de los lados es 4/3, calcula el área del rectángulo.



Sea x la mitad del lado menor.

$$x^2 + \left(\frac{4}{3}x\right)^2 = 50^2 \Rightarrow x = -30,\ x = 30$$

La solución negativa no tiene sentido.
Para $x = 30$ m, el área es:
$A = 80 \cdot 60 = 4\,800$ m²

255. Julio invierte 14 000 € en acciones de dos empresas. En una gana el 15% y en otra pierde un 3,5%. Si al venderlas obtiene 14 620 €, ¿cuánto invirtió en cada empresa?

Dinero invertido en una empresa: x
$0{,}15x - 0{,}035(14\,000 - x) = 620 \Rightarrow x = 6\,000$
En una empresa invierte 6 000 € y en la otra 8 000 €

APLICA TUS COMPETENCIAS

256. ¿En cuánto tiempo recorrerá un móvil 4 200 m, si parte con una velocidad de 15 m/s y con una aceleración de 4,5 m/s²?

$\frac{1}{2} \cdot 4{,}5 \cdot t^2 + 15t = 4\,200$

$t = 40$ segundos

257. Se deja caer una pelota desde 30 m. Si la aceleración es de 9,8 m/s², ¿cuánto tiempo tardará la pelota en llegar al suelo? La fórmula que tienes que aplicar es:

$$e = \frac{1}{2} gt^2$$

$\frac{1}{2} \cdot 9{,}8 \cdot t^2 = 30$ $\qquad t = 2{,}47$ segundos

COMPRUEBA LO QUE SABES

1. Explica cómo se factoriza un trinomio de segundo grado y pon un ejemplo.

Un trinomio de segundo grado $ax^2 + bx + c$ con las soluciones x_1 y x_2 se descompone factorialmente de la siguiente forma:
$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$
Ejemplo:
Halla la descomposición factorial de $4x^2 + 8x - 5$:
$4x^2 + 8x - 5 = 0$ tiene las soluciones

$x_1 = -\frac{5}{2}, x_2 = \frac{1}{2}$

Luego: $4x^2 + 8x - 5 = 4\left(x + \frac{5}{2}\right)\left(x - \frac{1}{2}\right)$

2. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $2(3x - 5) - 4(x - 2) = 2 - (x - 1)$

b) $\frac{7 - x}{5} = \frac{7}{2} - (x + 2) - \frac{7x - 5}{10}$

a) 5/3 $\qquad$ b) 2/5

3. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $x^2 + 4x - 12 = 0$

b) $\frac{x^2 + 5x}{5} = \frac{4 + 10x}{10} + \frac{7x}{15}$

a) $x_1 = -6, x_2 = 2$ $\qquad$ b) $x_1 = -2/3, x_2 = 3$

4. Justifica el número de soluciones que tienen las siguientes ecuaciones, sin resolverlas:
a) $x^2 - 5x + 7 = 0$
b) $3x^2 - 12x + 8 = 0$
c) $x^2 - 4x = 0$
d) $9x^2 + 24x + 16 = 0$

a) $\Delta = 25 - 28 = -3 < 0 \Rightarrow$ No tiene solución real.
b) $\Delta = 144 - 96 = 48 > 0 \Rightarrow$ Tiene dos soluciones.
c) $\Delta = 16 > 0 \Rightarrow$ Tiene dos soluciones.
d) $\Delta = 576 - 576 = 0 \Rightarrow$ Tiene una solución doble.

5. Halla una ecuación de segundo grado que tenga como soluciones: $x_1 = 3/2$, $x_2 = -5$

$(x - 3/2)(x + 5) = 0$
$x^2 + 7x/2 - 15/2 = 0$
$2x^2 + 7x - 15 = 0$

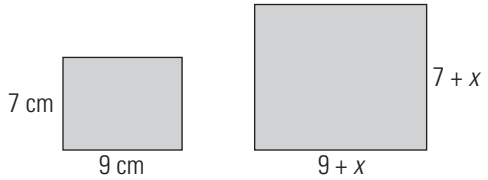
6. Encuentra un número tal que multiplicado por su cuarta parte sea igual al doble del número menos 3 unidades.

Número: x

$x \cdot \frac{x}{4} = 2x - 3 \Rightarrow x^2 - 8x + 12 = 0$

$x_1 = 2, x_2 = 6$
Hay dos soluciones: el número 2 y el número 6

7. Los lados de un rectángulo miden 9 cm y 7 cm. Si se amplían los lados en una misma cantidad, la nueva área es de 143 cm². ¿Cuánto se ha ampliado cada uno?



$(9 + x)(7 + x) = 143$
$x^2 + 16x - 80 = 0$
$x_1 = -20, x_2 = 4$
La solución negativa no tiene sentido.
Se ha ampliado 4 cm

8. Teresa tiene 12 años, su hermano Diego tiene 7, y su padre, 44. ¿Cuántos años deben pasar para que la suma de las edades de Teresa y de Diego sea igual a la del padre?

	Edad actual	Dentro de x años
Teresa	12	$12 + x$
Diego	7	$7 + x$
Padre	44	$44 + x$

$12 + x + 7 + x = 44 + x \Rightarrow x = 25$ años.

WINDOWS/LINUX WIRIS

PASO A PASO

258. Resuelve la siguiente ecuación:

$$4 + \frac{x - 2}{3} - \frac{x - 1}{2} = x - \frac{1}{4}$$

Resuelto en el libro del alumnado.

259. Resuelve la siguiente ecuación:

$$3x^2 + x - 4 = 0$$

Resuelto en el libro del alumnado.

260. Representa gráficamente la siguiente parábola y calcula las soluciones de la ecuación correspondiente observando la gráfica.

$$y = 3x^2 + x - 4$$

Resuelto en el libro del alumnado.

261. Halla la descomposición factorial del polinomio $x^2 + x - 6$

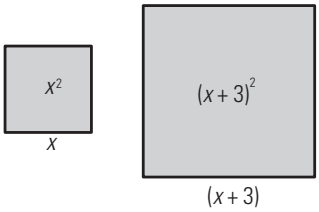
Resuelto en el libro del alumnado.

262. Halla una ecuación de 2.º grado que tenga las raíces 5 y –3

Resuelto en el libro del alumnado.

Plantea el siguiente problema y resuélvelo con ayuda de Wiris:

263. El lado de un cuadrado mide 3 m más que el lado de otro cuadrado. Si la suma de las dos áreas es 89 m², calcula las dimensiones de los cuadrados.



Resuelto en el libro del alumnado.

PRACTICA

Resuelve las siguientes ecuaciones:

264. $6 + 3x = 4 + 7x - 2x$

$x = 1$

265. $4 - 3(2x + 5) = 5 - (x - 3)$

$x = -19/5$

266. $\dfrac{7-x}{2} = \dfrac{9}{2} + \dfrac{7x-5}{10}$

$x = -5/12$

267. $\dfrac{x-1}{2} - \dfrac{x-2}{3} + \dfrac{10-3x}{5} = 0$

$x = 5$

268. $4x^2 - 3x = 0$

$x_1 = 0,\ x_2 = 3/4$

269. $4x^2 - 81 = 0$

$x_1 = -9/2,\ x_2 = 9/2$

270. $x^2 - 5x + 6 = 0$

$x_1 = 3,\ x_2 = 2$

271. $x^2 - 4x + 4 = 0$

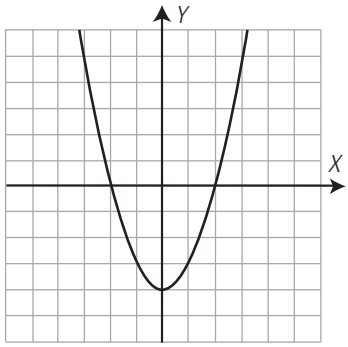
$x_1 = x_2 = 2$

272. $8x^2 - 2x - 3 = 0$

$x_1 = -1/2,\ x_2 = 3/4$

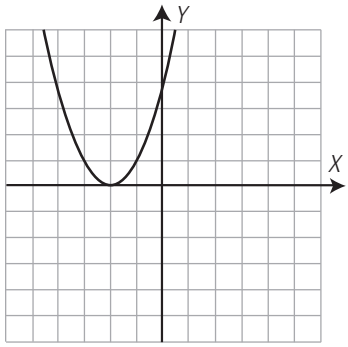
Representa gráficamente las siguientes parábolas y calcula las soluciones de las ecuaciones correspondientes observando las gráficas.

273. $y = x^2 - 4$



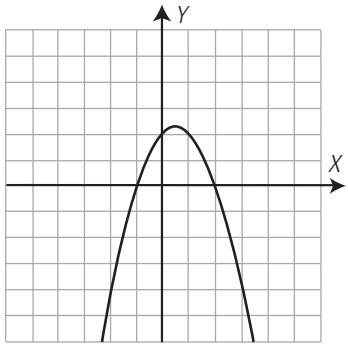
$x_1 = -2,\ x_2 = 2$

274. $y = x^2 + 4x + 4$



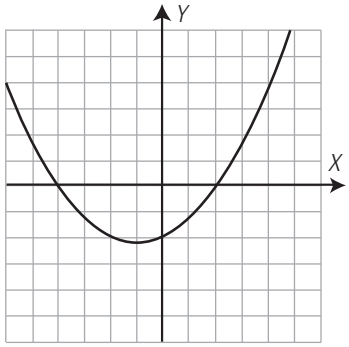
$x_1 = x_2 = -2$

275. $y = -x^2 + x + 2$



$x_1 = -1,\ x_2 = 2$

276. $y = \dfrac{1}{4}x^2 + \dfrac{1}{2}x - 2$



$x_1 = -4,\ x_2 = 2$

Halla la descomposición factorial de los siguientes trinomios de segundo grado:

277. $x^2 - x - 20$

$(x + 4)(x - 5)$

278. $x^2 + 8x + 15$

$(x + 3)(x + 5)$

Halla una ecuación de segundo grado que tenga las raíces:

279. $x_1 = 7,\ x_2 = -9$

$x^2 + 2x - 63 = 0$

280. $x_1 = 1,\ x_2 = 2$

$x^2 - 3x + 2 = 0$

Plantea los siguientes problemas y resuélvelos con ayuda de Wiris:

281. Calcula un número tal que, si se le quita su quinta parte, el resultado sea 60

$x - x/5 = 60$

$x = 75$

282. Halla los lados de un triángulo rectángulo sabiendo que son números enteros consecutivos.

Cateto menor: x

$x^2 + (x + 1)^2 = (x + 2)^2$

$x_1 = -1,\ x_2 = 3$

La solución negativa no tiene sentido.

Los lados del triángulo miden: 3, 4 y 5 cm

283. Halla el lado de un cuadrado tal que, al aumentarlo en 5 unidades, el área aumente en 395 unidades cuadradas.

$(x + 5)^2 = x^2 + 395 \qquad x = 37$

284. Se desea mezclar 50 kg de azúcar blanca de 1,24 €/kg con azúcar moreno de 1,48 €/kg. ¿Cuántos kilos de azúcar moreno se necesitan para que la mezcla salga a 1,32 €/kg?

$1{,}24 \cdot 50 + 1{,}48 \cdot x = 1{,}32(50 + x) \qquad x = 25$ kg

285. Las diagonales de un rombo miden 18 cm y 12 cm. ¿Qué longitud se debe añadir a las diagonales para que el área del rombo se duplique?

$$\frac{(18 + x)(12 + x)}{2} = 2\ \frac{18 \cdot 12}{2}$$

$x_1 = -36,\ x_2 = 6$

La solución negativa no tiene sentido.

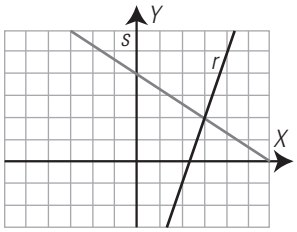
Hay que aumentar 6 cm

7. Sistemas de ecuaciones lineales

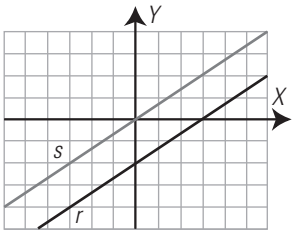
1. SISTEMAS LINEALES. RESOLUCIÓN GRÁFICA

PIENSA Y CALCULA

a) ¿En qué punto se cortan la gráfica roja y la azul del dibujo?



b) ¿Tienen algún punto en común las rectas del dibujo? ¿Cómo son estas rectas?



a) $P(3, 2)$ b) No. Son paralelas.

CARNÉ CALCULISTA

Calcula con dos decimales: 73,58 : 0,24

$C = 306{,}58$; $R = 0{,}0008$

APLICA LA TEORÍA

1. Comprueba que $x = 2$, $y = -3$ es solución del siguiente sistema:

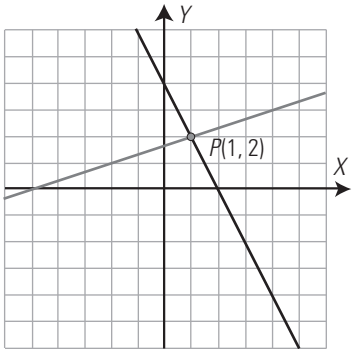
$$\left.\begin{array}{r} 3x - y = 9 \\ 5x + 2y = 4 \end{array}\right\}$$

$3 \cdot 2 - (-3) = 6 + 3 = 9$

$5 \cdot 2 + 2 \cdot (-3) = 10 - 6 = 4$

2. Resuelve gráficamente el siguiente sistema:

$$\left.\begin{array}{r} 2x + y = 4 \\ x - 3y = -5 \end{array}\right\}$$



$x = 1$, $y = 2$

3. Aplica el criterio que relaciona los coeficientes del siguiente sistema para hallar cuántas soluciones tiene, haz la interpretación gráfica, clasifícalo y resuélvelo gráficamente:

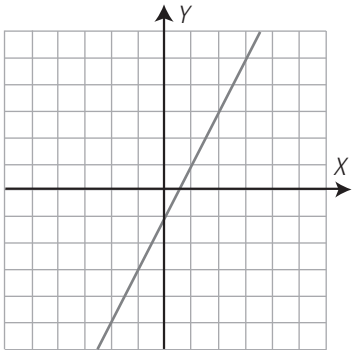
$$\left.\begin{array}{r} -2x + y = -1 \\ 4x - 2y = 2 \end{array}\right\}$$

Criterio: $\frac{-2}{4} = \frac{1}{-2} = \frac{-1}{2}$

Tiene infinitas soluciones.

Son rectas coincidentes.

Sistema compatible indeterminado.



$x_1 = 1$, $y_1 = 1$; $x_2 = 2$, $y_2 = 3$; $x_3 = 3$, $y_3 = 5$, …

4. Aplica el criterio que relaciona los coeficientes del siguiente sistema para hallar cuántas soluciones tiene, haz la interpretación gráfica, clasifícalo y resuélvelo gráficamente:

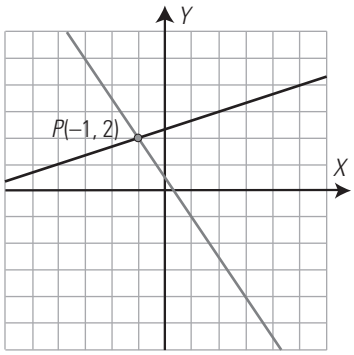
$$\left.\begin{array}{r} x - 3y = -7 \\ 3x + 2y = 1 \end{array}\right\}$$

Criterio: $\frac{1}{3} \neq \frac{-3}{2}$

Tiene una solución.

Son rectas secantes.

Sistema compatible determinado.



$x = -1$, $y = 2$

5. Aplica el criterio que relaciona los coeficientes del siguiente sistema para hallar cuántas soluciones tiene. Haz la interpretación gráfica, clasifícalo y resuélvelo gráficamente:

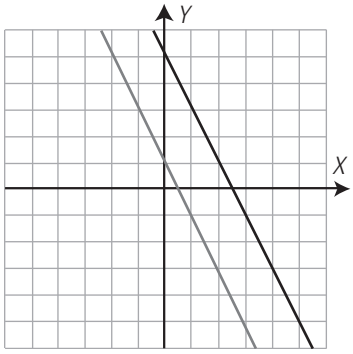
$$\left.\begin{array}{r} 2x + y = 5 \\ 6x + 3y = 3 \end{array}\right\}$$

Criterio: $\frac{2}{6} = \frac{1}{3} \neq \frac{5}{3}$

No tiene una solución.

Son rectas paralelas.

Sistema incompatible.



6. Escribe un sistema que tenga como solución $x = 2$, $y = -3$

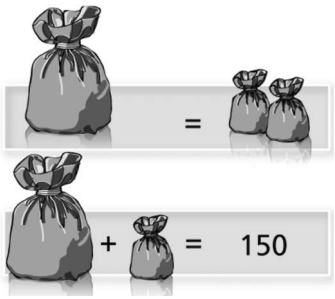
$$\left.\begin{array}{l} x + y = 5 \\ x - y = -1 \end{array}\right\}$$

2. MÉTODOS DE SUSTITUCIÓN E IGUALACIÓN

PIENSA Y CALCULA

Resuelve mentalmente el siguiente sistema sustituyendo el valor de y de la primera ecuación en la segunda:

$$\left.\begin{array}{l} y = 2x \\ x + y = 150 \end{array}\right\}$$



$x + 2x = 150 \Rightarrow 3x = 150 \Rightarrow x = 50$
$y = 2x \Rightarrow y = 2 \cdot 50 = 100$

CARNÉ CALCULISTA

Desarrolla: $(2a - 5)^2 =$ $4a^2 - 20a + 25$
Factoriza: $x^2 - 10x + 25 =$ $(x - 5)^2$

APLICA LA TEORÍA

7. Resuelve por el método más sencillo:

$$\left.\begin{array}{l} y = 3 - 2x \\ 3x - 4y = 10 \end{array}\right\}$$

Se sustituye el valor de y de la primera ecuación en la segunda.
$x = 2$, $y = -1$

8. Resuelve por el método más sencillo:

$$\left.\begin{array}{l} y = 3x - 7 \\ y = 13 - 2x \end{array}\right\}$$

Se igualan los valores de la y.
$x = 4$, $y = 5$

9. Resuelve por el método más sencillo:

$$\left.\begin{array}{l} 2x + 3y = 12 \\ x = 5y - 7 \end{array}\right\}$$

Se sustituye el valor de x de la segunda ecuación en la primera ecuación.
$x = 3$, $y = 2$

10. Resuelve el siguiente sistema:

$$\left.\begin{array}{l} x = 2y + 1 \\ x = -1 - 6y \end{array}\right\}$$

Se igualan los valores de la x.
$x = 1/2$, $y = -1/4$

11. Resuelve el siguiente sistema:

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{x}{2} = 11 - 3y \\ 2x - \dfrac{y}{3} = 7 \end{array}\right\}$$

Se eliminan los denominadores:

$$\left.\begin{array}{l} x = 22 - 6y \\ 6x - y = 21 \end{array}\right\}$$

Se sustituye el valor de x de la primera ecuación en la segunda.
$x = 4$, $y = 3$

12. Resuelve el siguiente sistema:

$$\left.\begin{array}{l} y = 1 - 0{,}5x \\ y = 0{,}25x + 0{,}25 \end{array}\right\}$$

Se igualan los valores de la y.
$x = 1$, $y = 0{,}5$

3. REDUCCIÓN Y QUÉ MÉTODO UTILIZAR

PIENSA Y CALCULA

Suma mentalmente las dos ecuaciones del sistema y halla el valor de x
Sustituye mentalmente este valor en la primera ecuación y halla el valor de y

$$\left.\begin{array}{l} 5x + 2y = 12 \\ 3x - 2y = 4 \end{array}\right\}$$

$8x = 16 \Rightarrow x = 2$
$5 \cdot 2 + 2y = 12 \Rightarrow y = 1$

CARNÉ CALCULISTA

Resuelve la ecuación: $\dfrac{2x - 1}{4} - \dfrac{3x + 1}{5} = \dfrac{5x - 2}{6}$

$x = \dfrac{1}{8}$

APLICA LA TEORÍA

13. Resuelve por el método más sencillo:

$$\left.\begin{array}{l} 3x + 2y = 7 \\ 5x - 2y = 1 \end{array}\right\}$$

Se suman las dos ecuaciones.
$x = 1$, $y = 2$

14. Resuelve por el método más sencillo:

$$\left.\begin{array}{l} 3x - 2y = 8 \\ 3x + 7y = -1 \end{array}\right\}$$

Se cambia de signo la primera ecuación y se suman.
$x = 2$, $y = -1$

15. Resuelve por el método más sencillo:

$$\left.\begin{array}{r} 2x + 3y = 5 \\ 6x + 5y = 3 \end{array}\right\}$$

Se multiplica la primera ecuación por 3 y se le resta la segunda.
$x = -2$, $y = 3$

16. Resuelve por el método más sencillo:

$$\left.\begin{array}{r} 3x - 2y = 13 \\ 4x + 5y = 2 \end{array}\right\}$$

Se multiplica la primera ecuación por 5 y la segunda por 2 y se suman.
$x = 3$, $y = -2$

17. Resuelve el siguiente sistema por el método más sencillo:

$$\left.\begin{array}{r} y = 4x - 1 \\ 2x + 3y = 25 \end{array}\right\}$$

Por sustitución.
$x = 2$, $y = 7$

18. Resuelve por el método más sencillo el siguiente sistema:

$$\left.\begin{array}{r} 2x + 3y = 7 \\ 4x - 3y = -4 \end{array}\right\}$$

Por reducción, se suman las dos ecuaciones.
$x = 1/2$, $y = 2$

19. Resuelve el siguiente sistema por el método más sencillo:

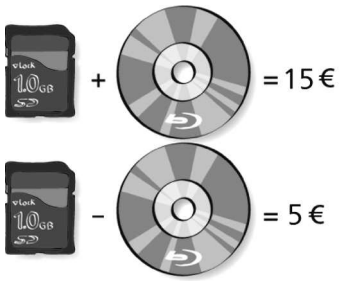
$$\left.\begin{array}{r} x = 2y - 1 \\ x = 3y - 6 \end{array}\right\}$$

Por igualación.
$x = 9$, $y = 5$

4. PROBLEMAS DE SISTEMAS

PIENSA Y CALCULA

En el dibujo está planteado un sistema correspondiente a dos ecuaciones con dos incógnitas.



a) Suma las dos ecuaciones y halla el valor de una tarjeta.
b) Observando la primera ecuación y sabiendo el valor de una tarjeta, calcula el valor de un disco blu-ray.

a) 2 tarjetas = 20 € ⇒ 1 tarjeta = 10 €
b) 1 disco blu-ray = 5 €

CARNÉ CALCULISTA

Resuelve la ecuación: $3x^2 - 6x = 0$
$x = 0$, $x = 2$

APLICA LA TEORÍA

20. Halla dos números sabiendo que uno es el doble del otro y que entre los dos suman 51

Primer número: x
Segundo número: y

$$\left.\begin{array}{r} y = 2x \\ x + y = 51 \end{array}\right\}$$

$x = 17$, $y = 34$

21. En un garaje hay 18 vehículos entre coches y motos. Sin contar las ruedas de repuesto hay 58 ruedas. ¿Cuántas motos y coches hay?

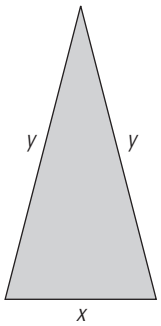
Número de coches: x
Número de motos: y

$$\left.\begin{array}{r} x + y = 18 \\ 4x + 2y = 58 \end{array}\right\}$$

Coches: $x = 11$, motos: $y = 7$

22. El perímetro de un triángulo isósceles mide 65 m, y cada uno de los lados iguales mide el doble del lado desigual. ¿Cuánto mide cada lado?

Medida del lado desigual: x
Medida de cada uno de los lados iguales: y



$$\left.\begin{array}{r} x + 2y = 65 \\ y = 2x \end{array}\right\}$$

Lado desigual: $x = 13$ m
Cada lado igual: $y = 26$ m

23. El doble de un número más el triple de otro número es igual a 80, y el quíntuplo del primero menos la mitad del segundo es igual a 56. ¿De qué números se trata?

Primer número: x
Segundo número: y

$$\left.\begin{array}{r} 2x + 3y = 80 \\ 5x - y/2 = 56 \end{array}\right\}$$

$x = 13$, $y = 18$

24. Los alumnos de un centro van a ir al teatro. El precio de una entrada sin descuento es de 4,5 € y con descuento especial para colegios es de 1,5 €. Se sacan 250 entradas, unas con descuento y otras sin descuento, y en total se pagan 675 €. ¿Cuántas entradas se han comprado con descuento? ¿Y sin descuento?

Número de entradas sin descuento: x
Número de entradas con descuento: y

$$\left.\begin{array}{r} x + y = 250 \\ 4{,}5x + 1{,}5y = 675 \end{array}\right\}$$

Entradas sin descuento: $x = 100$ entradas.
Entradas con descuento: $y = 150$ entradas.

25. Tres DVD y 2 CD cuestan 12 €; 4 DVD y 4 CD cuestan 18 €. Calcula cuánto cuestan cada DVD y cada CD.

Precio del DVD: x
Precio del CD: y
$\left.\begin{array}{l}3x + 2y = 12\\4x + 4y = 18\end{array}\right\}$
Cada DVD: $x = 3$ €
Cada CD: $y = 1{,}5$ €

26. Halla la ecuación de la recta $ax + by = 2$ sabiendo que pasa por los puntos $A(1, 2)$ y $B(3, 7)$

$\left.\begin{array}{l}a + 2b = 2\\3a + 7b = 2\end{array}\right\}$
$a = 10$, $b = -4$
La recta es: $10x - 4y = 2 \Rightarrow 5x - 2y = 1$

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

1. SISTEMAS LINEALES. RESOLUCIÓN GRÁFICA

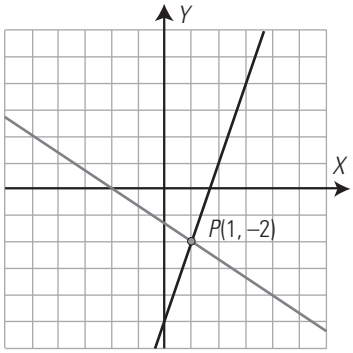
27. Comprueba que $x = -1$, $y = 5$ es solución del siguiente sistema:

$$\left.\begin{array}{r}-3x + 2y = 13\\4x + y = 1\end{array}\right\}$$

$-3 \cdot (-1) + 2 \cdot 5 = 3 + 10 = 13$
$4 \cdot (-1) + 5 = -4 + 5 = 1$

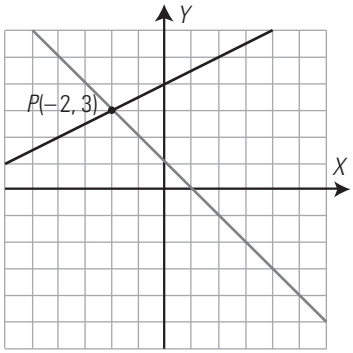
Resuelve gráficamente los siguientes sistemas:

28. $\left.\begin{array}{r}3x - y = 5\\2x + 3y = -4\end{array}\right\}$



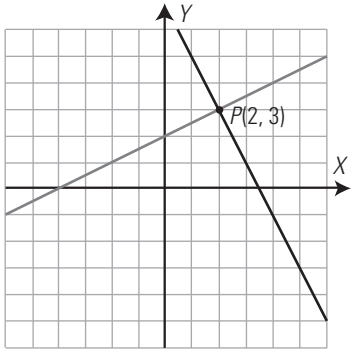
$x = 1$, $y = -2$

29. $\left.\begin{array}{r}x - y = 1\\x + 2y = -8\end{array}\right\}$



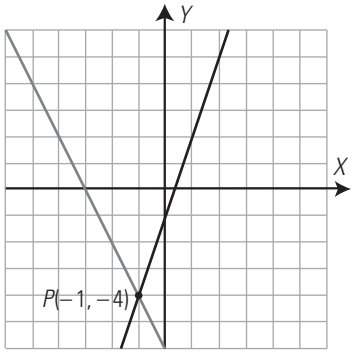
$x = -2$, $y = 3$

30. $\left.\begin{array}{r}x - 2y = -4\\2x + y = 7\end{array}\right\}$



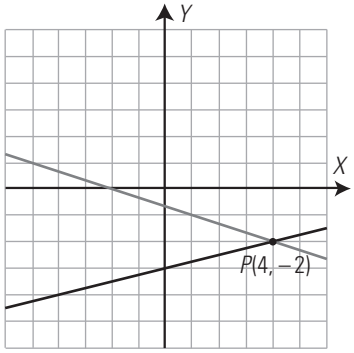
$x = 2$, $y = 3$

31. $\left.\begin{array}{r}2x + y = -6\\3x - y = 1\end{array}\right\}$



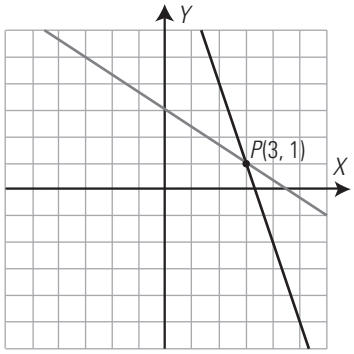
$x = -1$, $y = -4$

32. $\left.\begin{array}{r}x - 4y = 12\\x + 3y = -2\end{array}\right\}$



$x = 4$, $y = -2$

33. $\left.\begin{array}{r}3x + y = 10\\2x + 3y = 9\end{array}\right\}$



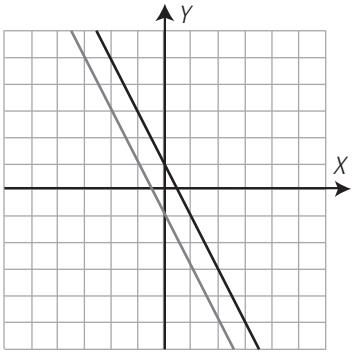
$x = 3$, $y = 1$

Aplica el criterio que relaciona los coeficientes de cada sistema para hallar cuántas soluciones tiene, haz la interpretación gráfica, clasifícalo y resuélvelo gráficamente:

34. $\left.\begin{array}{l} 2x + y = 1 \\ 2x + y = -1 \end{array}\right\}$

Criterio: $\frac{2}{2} = \frac{1}{1} \neq \frac{1}{-1}$

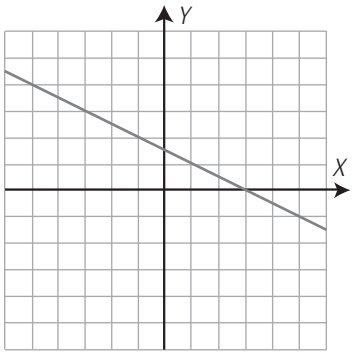
No tiene solución.
Son rectas paralelas.
Sistema incompatible.



35. $\left.\begin{array}{l} x + 2y = 3 \\ 2x + 4y = 6 \end{array}\right\}$

Criterio: $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6}$

Tiene infinitas soluciones.
Son rectas coincidentes.
Sistema compatible indeterminado.

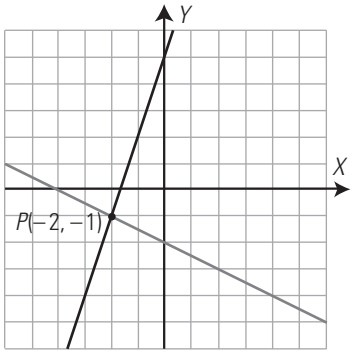


$x_1 = -1$, $y_1 = 2$; $x_2 = 3$, $y_2 = 0$; $x_3 = 5$, $y_3 = -1 \ldots$

36. $\left.\begin{array}{l} 3x - y = -5 \\ x + 2y = -4 \end{array}\right\}$

Criterio: $\frac{3}{1} \neq \frac{-1}{2}$

Tiene una solución.
Son rectas secantes.
Sistema compatible determinado.

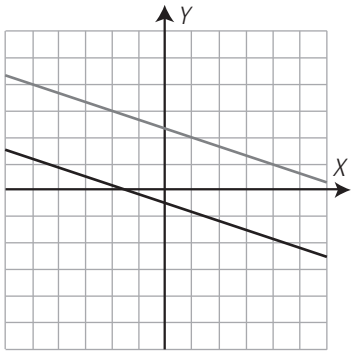


$x = -2$, $y = -1$

37. $\left.\begin{array}{l} x + 3y = 7 \\ 3x + 9y = -5 \end{array}\right\}$

Criterio: $\frac{1}{3} = \frac{3}{9} \neq \frac{7}{-5}$

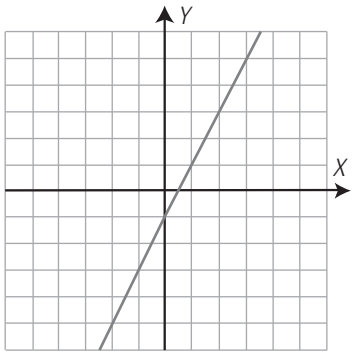
No tiene solución.
Son rectas paralelas.
Sistema incompatible.



38. $\left.\begin{array}{l} -2x + y = -1 \\ 4x - 2y = 2 \end{array}\right\}$

Criterio: $\frac{-2}{4} = \frac{1}{-2} = \frac{-1}{2}$

Tiene infinitas soluciones
Son rectas coincidentes.
Sistema compatible indeterminado.

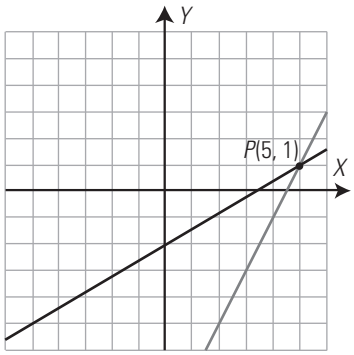


$x_1 = 0$, $y_1 = -1$; $x_2 = 1$, $y_2 = 1$; $x_3 = 2$, $y_3 = 3 \ldots$

39. $\left.\begin{array}{l} 2x - y = 9 \\ 3x - 5y = 10 \end{array}\right\}$

Criterio: $\frac{2}{3} \neq \frac{-1}{-5}$

Tiene una solución.
Son rectas secantes.
Sistema compatible determinado.



$x = 5$, $y = 1$

40. Escribe un sistema que tenga como solución:

$$x = -1,\ y = 2$$

$$\left.\begin{array}{r} x + y = 1 \\ -x + y = 3 \end{array}\right\}$$

2. MÉTODOS DE SUSTITUCIÓN E IGUALACIÓN

Resuelve por el método más sencillo:

41. $\left.\begin{array}{l} x = -2y \\ 3x + 7y = 1 \end{array}\right\}$

Se sustituye el valor de x de la primera ecuación en la segunda ecuación.
$x = -2$, $y = 1$

42. $\left.\begin{array}{l} 7x + 2y = 4 \\ y = 1 - 5x \end{array}\right\}$

Se sustituye el valor de y de la segunda ecuación en la primera ecuación.
$x = -2/3$, $y = 13/3$

43. $\left.\begin{array}{l} y = 3x - 5 \\ y = 1 - 2x \end{array}\right\}$

Se igualan los valores de la y.
$x = 6/5$, $y = -7/5$

44. $\left.\begin{array}{l} y = -2x + 3 \\ y = 5x - 4 \end{array}\right\}$

Se aplica el método de igualación.
Se igualan los valores de y.
$x = 1$, $y = 1$

45. $\left.\begin{array}{l} 2x - 3y = 1 \\ y = 7 - 3x \end{array}\right\}$

Se sustituye el valor de y de la segunda ecuación en la primera ecuación.
$x = 2$, $y = 1$

46. $\left.\begin{array}{l} x = 3 - 0{,}75y \\ x = 0{,}5y + 5 \end{array}\right\}$

Se aplica el método de igualación.
Se igualan los valores de x.
$x = 4{,}2$, $y = -1{,}6$

3. REDUCCIÓN Y QUÉ MÉTODO UTILIZAR

Resuelve por el método más sencillo:

47. $\left.\begin{array}{l} 3x + 2y = 17 \\ -3x + 5y = 11 \end{array}\right\}$

Se aplica el método de reducción.
Se suman las dos ecuaciones.
$x = 3$, $y = 4$

48. $\left.\begin{array}{l} y = 3 - 2x \\ 3x - 4y = 10 \end{array}\right\}$

Se aplica el método de sustitución.
Se sustituye el valor de y de la primera ecuación en la segunda ecuación.
$x = 2$, $y = -1$

49. $\left.\begin{array}{l} 4x - 5y = 22 \\ 3x - 5y = 19 \end{array}\right\}$

Se aplica el método de reducción.
Se cambia de signo la segunda ecuación y se suman.
$x = 3$, $y = -2$

50. $\left.\begin{array}{l} x = 2y + 3 \\ 3x + 4y = 5 \end{array}\right\}$

Se aplica el método de sustitución.
Se sustituye el valor de x de la primera ecuación en la segunda ecuación.
$x = 11/5$, $y = -2/5$

51. $\left.\begin{array}{l} 3x - 4y = 3 \\ 5x + 6y = 5 \end{array}\right\}$

Se aplica el método de reducción.
m.c.m. (4, 6) = 12
Se multiplica la primera por 3 y la segunda por 2 y se suman.
$x = 1$, $y = 0$

52. $\left.\begin{array}{l} y = 3x + 1 \\ y = 4x - 2 \end{array}\right\}$

Se aplica el método de igualación.
Se igualan los valores de y de las dos ecuaciones.
$x = 3$, $y = 10$

53. $\left.\begin{array}{l} 2x - 3y = 9 \\ 5x + 4y = 11 \end{array}\right\}$

Se aplica el método de reducción.
Se multiplica la primera ecuación por 4 y la segunda por 3 y se suman.
$x = 3$, $y = -1$

54. $\left.\begin{array}{l} y = 2x + 8 \\ y = -x - 1 \end{array}\right\}$

Se aplica el método de igualación.
Se igualan los valores de y
$x = -3$, $y = 2$

55. $\left.\begin{array}{l} \dfrac{x}{3} + \dfrac{y}{2} = 5 \\ \dfrac{x}{2} - \dfrac{y}{4} = 1 \end{array}\right\}$

Se eliminan denominadores.

$\left.\begin{array}{l} 2x + 3y = 30 \\ 2x - y = 4 \end{array}\right\}$

Se aplica el método de sustitución.
Se despeja y de la segunda ecuación y se sustituye en la primera.
$x = 21/4$, $y = 13/2$

56. $\left.\begin{array}{l} \dfrac{x-2}{4} + \dfrac{y}{5} = \dfrac{1}{2} \\ 3(x - 1) + 2(y + 3) = 4 \end{array}\right\}$

Se eliminan denominadores:

$\left.\begin{array}{l} 5x - 4y = 20 \\ 3x + 2y = 1 \end{array}\right\}$

Se resuelve por reducción multiplicando la segunda ecuación por 2 y sumando.
$x = 2$, $y = -5/2$

4. PROBLEMAS DE SISTEMAS

57. Halla dos números sabiendo que uno es el cuádruplo del otro y que entre los dos suman 55

Primer número: x
Segundo número: y

$$\left.\begin{array}{r} y = 4x \\ x + y = 55 \end{array}\right\}$$

$x = 11$, $y = 44$

58. Dos hogazas de pan y 8 barras pesan 6 kg y 12 barras y una hogaza pesan 4 kg. ¿Cuánto pesa cada barra de pan y cada hogaza?

Peso de la hogaza: x
Peso de la barra: y

$$\left.\begin{array}{r} 2x - 8y = 6 \\ x + 12y = 4 \end{array}\right\}$$

Peso hogaza: $x = 2{,}5$ kg
Peso de la barra: $y = 0{,}125$ kg = 125 g

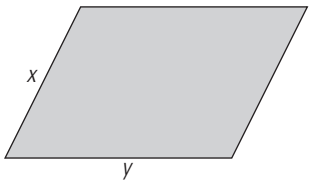
59. El triple de un número menos el doble de otro número es igual a 45 y el doble del primero menos la cuarta parte del segundo es igual a 43. ¿De qué números se trata?

Primer número: x
Segundo número: y

$$\left.\begin{array}{r} 3x - 2y = 45 \\ 2x + y/4 = 43 \end{array}\right\}$$

$x = 23$, $y = 12$

60. El perímetro de un romboide mide 42 m y un lado mide 7 metros más que el otro. ¿Cuánto mide cada lado?

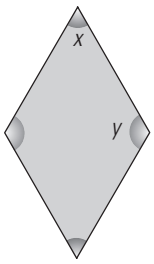


Lado menor: x
Lado mayor: y

$$\left.\begin{array}{l} 2x + 2y = 42 \\ y = x + 7 \end{array}\right\}$$

$x = 7$ m, $y = 14$ m

61. Un ángulo de un rombo mide el doble que el otro. ¿Cuánto mide cada ángulo?



Ángulo menor: x
Ángulo mayor: y

$$\left.\begin{array}{l} y = 2x \\ x + y = 180 \end{array}\right\}$$

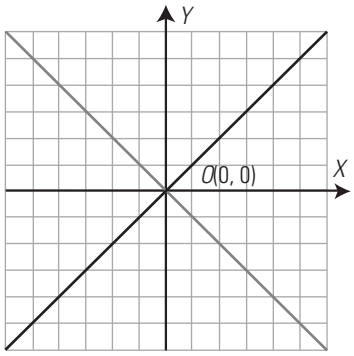
$x = 60°$, $y = 120°$

PARA AMPLIAR

62. Resuelve gráficamente los sistemas:

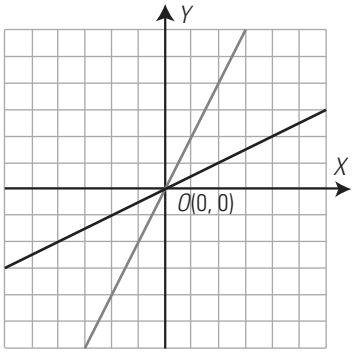
a) $\left.\begin{array}{r} x + y = 0 \\ x - y = 0 \end{array}\right\}$ **b)** $\left.\begin{array}{r} 2x - y = 0 \\ x - 2y = 0 \end{array}\right\}$

a)



$x = 0$, $y = 0$

b)



$x = 0$, $y = 0$

Resuelve por el método más sencillo los siguientes sistemas:

63. $\left.\begin{array}{r} 3x + 2y = 2 \\ 5x - 4y = 40 \end{array}\right\}$

Se aplica el método de reducción.
Se multiplica la primera ecuación por 2 y se suman.
$x = 4$, $y = -5$

64. $\left.\begin{array}{l} x = 16 - y \\ x = y - 2 \end{array}\right\}$

Se aplica el método de igualación.
Se igualan los valores de x
$x = 7$, $y = 9$

65. $\left.\begin{array}{r} 2x + 3y = 12 \\ 3x - 2y = 5 \end{array}\right\}$

Se aplica el método de reducción.
Se multiplica la primera ecuación por 2, la segunda por 3 y se suman.
$x = 3$, $y = 2$

66. $\left.\begin{array}{l} 3x - 5y = 4 \\ y = 7 - 2x \end{array}\right\}$

Se aplica el método de sustitución.
Se sustituye y de la segunda ecuación y se sustituye en la primera.
$x = 3$, $y = 1$

67. $\left.\begin{array}{l} x = y - 7 \\ x = 5 - 2y \end{array}\right\}$

Se aplica el método de igualación.
Se igualan los valores de x
$x = -3$, $y = 4$

68. $\left.\begin{array}{l} 5x + 3y = 11 \\ 3x + 5y = 13 \end{array}\right\}$

Se aplica el método de reducción.
Se multiplica la primera ecuación por 5, la segunda por –3 y se suman.
$x = 1$, $y = 2$

69. $\left.\begin{array}{l} \dfrac{x}{3} = \dfrac{y}{4} \\ 2x + 3y = 9 \end{array}\right\}$

Se eliminan denominadores.

$\left.\begin{array}{l} 4x = 3y \\ 2x + 3y = 9 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 4x - 3y = 0 \\ 2x + 3y = 9 \end{array}\right\}$

Se aplica el método de reducción. Se suman las ecuaciones.
$x = 3/2$, $y = 2$

70. $\left.\begin{array}{l} \dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{3} = 3 \\ 5x + 2y = 4x + 10 \end{array}\right\}$

Se eliminan denominadores y se simplifica.

$\left.\begin{array}{l} 3x + 2y = 18 \\ x + 2y = 10 \end{array}\right\}$

Se aplica el método de reducción.
Se le resta a la primera ecuación la segunda.
$x = 4$, $y = 3$

71. $\left.\begin{array}{l} \dfrac{x + 2y}{5} = 3 \\ 2x + 5y - 8 = 4(y + 1) \end{array}\right\}$

Se eliminan los denominadores, paréntesis y se simplifica.

$\left.\begin{array}{l} x + 2y = 15 \\ 2x + y = 12 \end{array}\right\}$

Se aplica el método de reducción.
Se multiplica por –2 la segunda ecuación y se suman.
$x = 3$, $y = 6$

72. $\left.\begin{array}{l} 0{,}25x + 0{,}5y = 2 \\ 0{,}75x - 0{,}5y = 5 \end{array}\right\}$

Se aplica el método de reducción. Se suman las ecuaciones
$x = 7$, $y = 0{,}5$

73. Escribe un sistema que tenga la solución:

$$x = 3,\ y = -1$$

$\left.\begin{array}{l} x + y = 2 \\ x - y = 4 \end{array}\right\}$

74. Calcula el valor de *k* para que *x* = 2, *y* = 1 sea solución del sistema:

$$\left.\begin{array}{l} x + 2y = 4 \\ kx - y = 9 \end{array}\right\}$$

$2 + 2 \cdot 1 = 2 + 2 = 4$
$2k - 1 = 9 \Rightarrow k = 5$

75. Calcula dos números sabiendo que suman 92 y que su diferencia es 22

Primer número: x
Segundo número: y

$\left.\begin{array}{l} x + y = 92 \\ x - y = 22 \end{array}\right\}$

$x = 57$, $y = 35$

76. Para una fiesta se compran refrescos a 0,85 € y bolsas de frutos secos a 1,25 €. Por cada refresco se compran tres bolsas de frutos secos y en total se pagan 230 €. ¿Cuántos refrescos y bolsas se han comprado?

N.º de refrescos: x
N.º de bolsas de frutos secos: y

$\left.\begin{array}{l} 0{,}85x + 1{,}25y = 230 \\ y = 3x \end{array}\right\}$

N.º de refrescos: $x = 50$
N.º de bolsas de frutos secos: $y = 150$

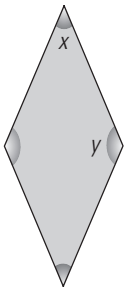
77. Halla dos números cuya suma sea 12 y el primero más el doble del segundo sea igual a 19

Primer número: x
Segundo número: y

$\left.\begin{array}{l} x + y = 12 \\ x + 2y = 19 \end{array}\right\}$

$x = 5$, $y = 7$

78. Un ángulo de un rombo mide el triple que el otro. ¿Cuánto mide cada ángulo?



Ángulo menor: x
Ángulo mayor: y

$\left.\begin{array}{l} y = 3x \\ x + y = 28 \end{array}\right\}$

$x = 45°$, $y = 135°$

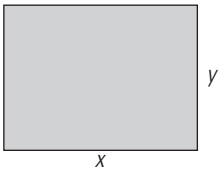
79. Halla la edad de un padre y la de su hijo sabiendo que la edad del padre es el triple de la del hijo y la diferencia de las edades es de 28 años.

Edad del hijo: x
Edad del padre: y

$\left.\begin{array}{l} y = 3x \\ y - x = 28 \end{array}\right\}$

Edad del hijo: $x = 14$ años.
Edad del padre: $y = 42$ años.

80. Halla los lados de un rectángulo sabiendo que el perímetro mide 130 m y que la base es 3/2 de la altura.



Base: x
Altura: y

$\left.\begin{array}{l} 2x + 2y = 130 \\ x = 3y/2 \end{array}\right\}$

Base: $x = 39$ m
Altura: $y = 26$ m

81. Un pantalón y una camisa cuestan 60 € y he pagado por ellos 52,8 €. Si en el pantalón me han hecho el 10% de descuento y en la camisa, el 15%, ¿cuánto costaba cada prenda?

Precio del pantalón: x
Precio de la camisa: y

$$\left.\begin{aligned} x + y &= 60 \\ 0{,}9x + 0{,}85y &= 52{,}8 \end{aligned}\right\}$$

Coste del pantalón: $x = 36$ €
Coste de la camisa: $y = 24$ €

82. Halla dos números cuya suma es 72 y son proporcionales a 5 y 3

Primer número: x
Segundo número: y

$$\left.\begin{aligned} x + y &= 72 \\ \frac{x}{5} &= \frac{y}{3} \end{aligned}\right\}$$

Primer número: $x = 45$
Segundo número: $y = 27$

PROBLEMAS

83. Se mezcla café de calidad extra de 12 €/kg con café normal de 7 €/kg para obtener una mezcla de 40 kg a 9 €/kg. ¿Cuántos kilos hemos mezclado de cada clase?

	Café extra	Café normal	Mezcla
Precio (€/kg)	12	7	9
Peso (kg)	x	y	40

$$\left.\begin{aligned} x + y &= 40 \\ 12x + 7y &= 40 \cdot 9 \end{aligned}\right\}$$

Café extra de 12 €/kg: $x = 16$ kg
Café de 7 €/kg: $y = 24$ kg

84. Halla la ecuación de la recta $y = ax + b$ sabiendo que pasa por los puntos $A(1, 5)$ y $B(-1, 1)$

$$\left.\begin{aligned} a + b &= 5 \\ -a + b &= 1 \end{aligned}\right\}$$

$a = 2$, $b = 3$
La recta es: $y = 2x + 3$

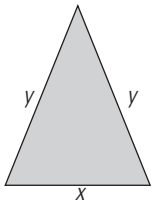
85. José ha comprado en el mercado 3 kg de manzanas y 2 kg de higos y ha pagado 14 € por toda la fruta. Sabiendo que el precio del kilo de higos es el doble que el de manzanas, halla el precio del kilo de manzanas y del kilo de higos.

Precio del kilo de manzanas: x
Precio del kilo de higos: y

$$\left.\begin{aligned} 3x + 2y &= 14 \\ y &= 2x \end{aligned}\right\}$$

Precio del kilo de manzanas: $x = 2$ €
Precio del kilo de higos: $y = 4$ €

86. El perímetro de un triángulo isósceles mide 27,5 m y cada uno de los lados iguales mide 2,5 m más que el desigual. ¿Cuánto mide cada lado?



Medida del lado desigual: x
Medida de cada uno de los lados iguales: y

$$\left.\begin{aligned} x + 2y &= 27{,}5 \\ y &= x + 2{,}5 \end{aligned}\right\}$$

Medida del lado desigual: $x = 7{,}5$ m
Medida de cada uno de los lados iguales: $y = 10$ m

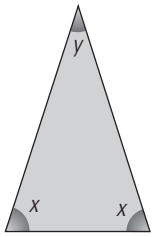
87. Por una camisa y un pantalón se han pagado 120 €, y por dos camisas y tres pantalones se han pagado 312 €. ¿Cuánto cuestan cada camisa y cada pantalón?

Coste de una camisa: x
Coste de un pantalón: y

$$\left.\begin{aligned} x + y &= 120 \\ 2x + 3y &= 312 \end{aligned}\right\}$$

Coste de una camisa: $x = 48$ €
Coste de un pantalón: $y = 72$ €

88. El ángulo desigual de un triángulo isósceles mide la mitad de cada uno de los iguales. ¿Cuánto mide cada uno de los ángulos?



Ángulo igual: x
Cada ángulo desigual: y

$$\left.\begin{aligned} y &= x/2 \\ 2x + y &= 180 \end{aligned}\right\}$$

Cada uno de los ángulos iguales: $x = 72°$
El ángulo desigual: $y = 36°$

89. Pedro y María van a comprar cuadernos y bolígrafos. Pedro paga 30 € por 5 cuadernos y 6 bolígrafos, y María paga 34 € por 7 cuadernos y 2 bolígrafos. ¿Cuánto cuestan cada cuaderno y cada bolígrafo?

Precio de un cuaderno: x
Precio de un bolígrafo: y

$$\left.\begin{aligned} 5x + 6y &= 30 \\ 7x + 2y &= 34 \end{aligned}\right\}$$

Precio de un cuaderno: $x = 4{,}5$ €
Precio de un bolígrafo: $y = 1{,}25$ €

90. Una fábrica hace bicicletas del tipo A, que llevan 1 kg de acero y 3 kg de aluminio, y otras del tipo B, que llevan 2 kg de acero y 2 kg de aluminio. Si la empresa tiene 240 kg de acero y 360 kg de aluminio, ¿cuántas bicicletas puede construir de cada modelo?

Bicicletas del tipo A: x
Bicicletas del tipo B: y

$$\left.\begin{aligned} x + 2y &= 240 \\ 3x + 2y &= 360 \end{aligned}\right\}$$

Bicicletas del tipo A: $x = 60$
Bicicletas del tipo B: $y = 90$

91. Se mezcla aceite puro de oliva de 3,5 € el litro con aceite de orujo de 2,5 € el litro, para obtener 400 litros de mezcla a 2,75 € el litro. ¿Cuántos litros hemos mezclado de cada aceite?

	Aceite puro	Aceite orujo	Mezcla
Precio (€/L)	3,5	2,5	2,75
Capacidad (L)	x	y	400

$$\left.\begin{aligned} x + y &= 400 \\ 3{,}5x + 2{,}5y &= 400 \cdot 2{,}75 \end{aligned}\right\}$$

Aceite de oliva: $x = 100$ litros
Aceite de orujo: $y = 300$ litros

92. Halla dos números sabiendo que al dividir el mayor entre el menor se obtiene de cociente 2 y de resto 3, y que la suma de los dos números es 39

Número menor: x
Número mayor: y

$$\left.\begin{aligned} x + y &= 39 \\ y &= 2x + 3 \end{aligned}\right\}$$

Número menor: $x = 12$
Número mayor: $y = 27$

93. Entre conejos y gallinas hay 48 animales en un corral. Sabiendo que en total hay 86 patas, ¿cuántos conejos y gallinas hay? Interpreta el resultado.

Cantidad de conejos: x
Cantidad de gallinas: y

$$\left.\begin{aligned} x + y &= 48 \\ 4x + 2y &= 86 \end{aligned}\right\}$$

Cantidad de conejos: $x = -5$
Cantidad de gallinas: $y = 53$
Interpretación: el número de conejos no puede ser negativo, por lo que el problema no tiene solución.

94. El triple de un número más otro número es igual a 29 y el doble del primero menos la mitad del segundo es igual a 10. ¿De qué números se trata?

Primer número: x
Segundo número: y

$$\left.\begin{aligned} 3x + y &= 29 \\ 2x - y/2 &= 10 \end{aligned}\right\}$$

$x = 7$, $y = 8$

95. Reparte 55 € proporcionalmente a 2 y 3

Primera cantidad: x
Segunda cantidad: y

$$\left.\begin{aligned} x + y &= 55 \\ \frac{x}{2} &= \frac{y}{3} \end{aligned}\right\}$$

$x = 22$, $y = 33$

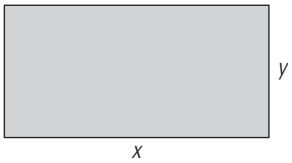
96. En una tienda, 2 pares de zapatos y 3 pares de deportivos cuestan 170 €, y se han pagado por ellos 132 €. Si en los zapatos han hecho el 25% de descuento y en los deportivos el 20%, ¿cuánto costaba cada par?

Pares de zapatos: x
Pares de deportivos: y

$$\left.\begin{aligned} 2x + 3y &= 170 \\ 2x \cdot 0{,}75 + 3y \cdot 0{,}8 &= 132 \end{aligned}\right\}$$

Pares de zapatos: $x = 40$
Pares de deportivos: $y = 30$

97. El perímetro de un rectángulo mide 21 m y uno de los lados mide el doble del otro. ¿Cuánto mide cada lado?



Base: x
Altura: y

$$\left.\begin{aligned} 2x + 2y &= 21 \\ x &= 2y \end{aligned}\right\}$$

Base: $x = 7$ m
Altura: $y = 3{,}5$ m

98. Dos revistas deportivas y una de automóviles cuestan 6 €. Cuatro revistas deportivas y dos de automóviles cuestan 12 €. Calcula cuánto cuesta cada revista deportiva y cada revista de automóviles. Interpreta el resultado que se obtiene.

Cantidad de revistas deportivas: x
Cantidad de revistas de automóviles: y

$$\left.\begin{aligned} 2x + y &= 6 \\ 4x + 2y &= 12 \end{aligned}\right\}$$

Los coeficientes de la segunda ecuación son el doble de los de la primera. El sistema es compatible indeterminado, es decir, tiene infinitas soluciones.

PARA PROFUNDIZAR

99. Halla dos números tales que su suma sea 25 y la sexta parte del primero más cinco veces el segundo sea igual a 38

Primer número: x
Segundo número: y

$$\left.\begin{aligned} x + y &= 25 \\ x/6 + 5y &= 38 \end{aligned}\right\}$$

$x = 18$, $y = 7$

100. Entre Juan y Antonio hacen un trabajo por el que cobran 654 €. Si Juan ha hecho los 2/3 del trabajo que ha hecho Antonio, ¿cuánto tiene que cobrar cada uno?

Cantidad que cobra Juan: x
Cantidad que cobra Antonio: y

$$\left.\begin{aligned} x + y &= 654 \\ x &= 2y/3 \end{aligned}\right\}$$

Juan cobra: $x = 261{,}6$ €
Antonio cobra: $y = 392{,}4$ €

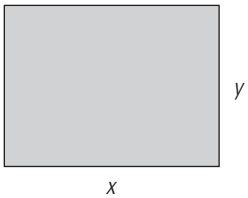
101. En un puesto se venden melones y sandías por unidades. Por la compra de 3 melones y 2 sandías se pagan 8 €, y por la compra de 6 melones y 4 sandías se pagan 15 €. Calcula el precio de cada melón y de cada sandía e interpreta el resultado que obtengas.

Precio de un melón: x
Precio de una sandía: y

$$\left.\begin{array}{l} 3x + 2y = 8 \\ 6x + 4y = 15 \end{array}\right\}$$

Los coeficientes de las incógnitas de la segunda ecuación son el doble que los de la primera y, sin embargo, el segundo miembro no es el doble. El sistema es incompatible, no tiene solución.

102. Calcula las dimensiones de un rectángulo cuyo perímetro es 306 m y cuya altura mide los 3/4 de la base.



Base: x
Altura: y

$$\left.\begin{array}{l} 2x + 2y = 306 \\ \quad y = 3x/4 \end{array}\right\}$$

Base: $x = 612/7 = 87{,}43$ m
Altura: $y = 459/7 = 65{,}57$ m

103. Se mezcla cebada de 0,15 €/kg con trigo de 0,2 €/kg para obtener 500 kg de pienso para animales a 0,17 €/kg. ¿Cuántos kilos de cebada y de trigo hemos mezclado?

	Cebada	Trigo	Mezcla
Precio (€/kg)	0,15	0,2	0,17
Masa (kg)	x	y	500

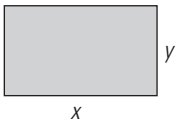
$$\left.\begin{array}{r} x + y = 500 \\ 0{,}15x + 0{,}2y = 500 \cdot 0{,}17 \end{array}\right\}$$

Cebada: $x = 300$ kg
Trigo: $y = 200$ kg

104. El perímetro de un rectángulo mide 24 m y la suma de dos lados contiguos mide 12 m. Calcula la longitud de los lados del rectángulo e interpreta el resultado que obtengas.

Base: x
Altura: y

$$\left.\begin{array}{l} 2x + 2y = 24 \\ x + \ \ y = 12 \end{array}\right\}$$



El sistema es compatible indeterminado, tiene infinitas soluciones, porque los coeficientes de la segunda ecuación son la mitad que los de la primera.

105. Halla dos números directamente proporcionales a 5 y 7 cuya suma sea 36

Primer número: x
Segundo número: y

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{x}{5} = \dfrac{y}{7} \\ x + y = 36 \end{array}\right\}$$

$x = 15$, $y = 21$

106. La suma de las edades de un padre y su hijo es de 75 años y la diferencia es de 45 años. ¿Qué edad tienen el padre y el hijo?

Edad del padre: x
Edad del hijo: y

$$\left.\begin{array}{l} x + y = 75 \\ x - y = 45 \end{array}\right\}$$

Edad del padre: $x = 60$ años.
Edad del hijo: $x = 15$ años.

107. Un número está compuesto de dos cifras que suman 6 unidades. Si cambiamos las dos cifras de orden, el número aumenta en 18 unidades. ¿De qué número se trata?

Cifra de las unidades: x
Cifra de las decenas: y

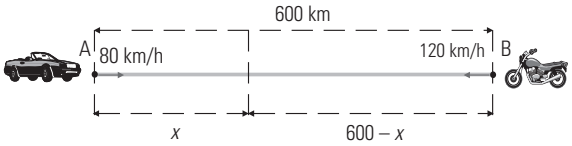
$$\left.\begin{array}{l} x + \ \ y = 6 \\ 10x + y = x + 10y + 18 \end{array}\right\}$$

$x = 4$, $y = 2$
El número es 24

APLICA TUS COMPETENCIAS

108. Dos ciudades, A y B, distan entre sí 600 km. De la ciudad A sale hacia la ciudad B un coche a 80 km/h. Al mismo tiempo sale de la ciudad B hacia la ciudad A una moto a 120 km/h. Calcula el tiempo que tardarán en encontrarse y la distancia que ha recorrido cada vehículo.

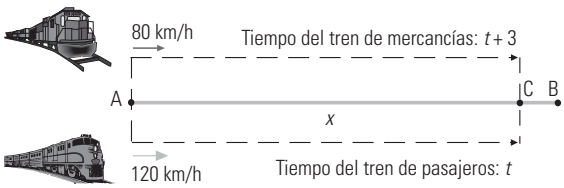
El tiempo *t* es el mismo para los dos y hay que aplicar la fórmula *e = v · t*



$$\left.\begin{array}{r} x = 80t \\ 600 - x = 120t \end{array}\right\}$$

$t = 3$ h, $x = 240$ km
El tiempo es el mismo para los dos: 3 h
El espacio que recorre el coche que sale de A es de 240 km
El espacio que recorre la moto que sale de B es de $600 - 240 = 360$ km

109. Dos ciudades, A y B, distan entre sí 800 km. De la ciudad A sale hacia la ciudad B un tren de mercancías a 80 km/h. Tres horas más tarde sale de la misma estación A otro tren de pasajeros a 120 km/h. Calcula el tiempo que tardará el segundo tren en alcanzar al primero y la distancia que han recorrido los dos trenes.



$$\left.\begin{array}{l} x = 80(t + 3) \\ x = 120t \end{array}\right\}$$

$t = 6$ h, $x = 720$ km

COMPRUEBA LO QUE SABES

1. Clasifica un sistema a partir del número de soluciones y pon un ejemplo de un sistema incompatible.

Un sistema lineal se puede clasificar, según el número de soluciones en:

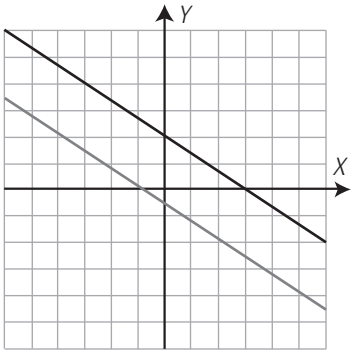
a) **Compatible determinado:** el sistema **tiene una solución** y las dos rectas se cortan en un punto.

b) **Incompatible:** el sistema **no tiene solución** y las dos rectas son paralelas.

c) **Compatible indeterminado:** el sistema **tiene infinitas soluciones** y las dos rectas son la misma.

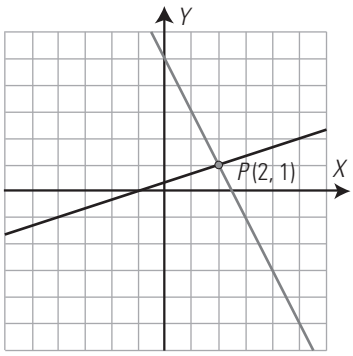
Ejemplo:

$$\left.\begin{array}{r} 2x + 3y = 6 \\ 4x + 6y = -3 \end{array}\right\}$$



2. Resuelve gráficamente el sistema:

$$\left.\begin{array}{r} \mathbf{2x + y = 5} \\ \mathbf{x - 3y = -1} \end{array}\right\}$$



$x = 2$, $y = 1$

3. Resuelve por el método más sencillo el siguiente sistema:

$$\left.\begin{array}{l} y = -3x \\ 2x - 3y = 11 \end{array}\right\}$$

Se resuelve por sustitución. Se sustituye el valor de y en la segunda ecuación.

$x = 1$, $y = -3$

4. Resuelve por el método más sencillo el siguiente sistema:

$$\left.\begin{array}{l} y = 2 - 2x \\ 3x - y = -7 \end{array}\right\}$$

Se resuelve por sustitución.

Se sustituye el valor de y en la segunda ecuación.

$x = -1$, $y = 4$

5. Resuelve por el método más sencillo el siguiente sistema:

$$\left.\begin{array}{l} 2x + 3y = 7 \\ 5x - 6y = 4 \end{array}\right\}$$

Se resuelve por reducción. Se multiplica la primera por 2 y se suman.

$x = 2$, $y = 1$

6. Resuelve por el método más sencillo el siguiente sistema:

$$\left.\begin{array}{l} x = 2y - 1 \\ x = 3y - 6 \end{array}\right\}$$

Se resuelve por igualación.

$x = 9$, $y = 5$

7. Ana tiene el triple de dinero que Julio y entre los dos tienen 800 €. ¿Cuánto dinero tiene cada uno?

Dinero que tiene Ana: x

Dinero que tiene Julio: y

$$\left.\begin{array}{l} x = 3y \\ x + y = 800 \end{array}\right\}$$

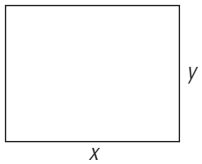
Se resuelve por sustitución.

$x = 600$, $y = 200$

Ana tiene: 600 €

Julio tiene: 200 €

8. Un prado tiene forma rectangular. La altura del rectángulo mide 5 m menos que la base, y el perímetro mide 82 m. Halla el área del prado.



Base: x

Altura: y

$$\left.\begin{array}{l} y = x - 5 \\ 2x + 2y = 82 \end{array}\right\}$$

Base: $x = 23$ m, altura: $y = 18$ m

Área $= 23 \cdot 18 = 414$ m^2

WINDOWS/LINUX WIRIS

PASO A PASO

110. Resuelve gráficamente el siguiente sistema, clasifícalo y, si es compatible determinado, halla la solución.

$$\left.\begin{array}{l} 2x + y = 9 \\ x - 3y = 1 \end{array}\right\}$$

Resuelto en el libro del alumnado.

111. Resuelve algebraicamente el siguiente sistema y clasifícalo a la vista del resultado:

$$\left.\begin{array}{l} x + 2y = 8 \\ 3x - y = 3 \end{array}\right\}$$

Resuelto en el libro del alumnado.

112. Resuelve algebraicamente el siguiente sistema y clasifícalo a la vista del resultado:

$$\left.\begin{array}{l} 2x + 3y = 6 \\ 4x + 6y = -3 \end{array}\right\}$$

Resuelto en el libro del alumnado.

113. Resuelve algebraicamente el siguiente sistema y clasifícalo a la vista del resultado:

$$\left.\begin{array}{r} 3x - y = -1 \\ -9x + 3y = 3 \end{array}\right\}$$

Resuelto en el libro del alumnado.

114. En un rectángulo, la suma de las longitudes de la base y de la altura es 35 m, y la longitud de la base menos la longitud de la altura es 7 m. ¿Cuánto mide cada lado?

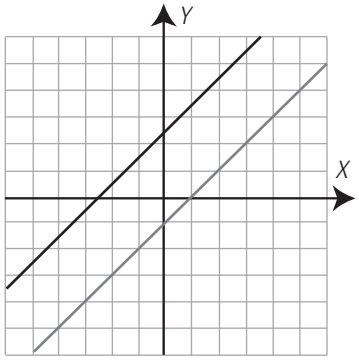
Resuelto en el libro del alumnado.

PRACTICA

115. Resuelve gráficamente los siguientes sistemas, clasifícalos y, si es compatible determinado, halla la solución.

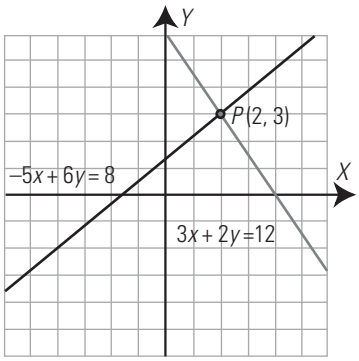
a) $\left.\begin{array}{r} x - y = 1 \\ -2x + 2y = 5 \end{array}\right\}$ **b)** $\left.\begin{array}{r} 3x + 2y = 12 \\ -5x + 6y = 8 \end{array}\right\}$

a)



Sistema incompatible.

b)



Sistema compatible determinado.

$x = 2$, $y = 3$

116. Resuelve algebraicamente los siguientes sistemas y clasifícalos a la vista del resultado:

a) $\left.\begin{array}{r} 3x - 5y = 4 \\ 2x + y = 7 \end{array}\right\}$ **b)** $\left.\begin{array}{r} 4x - 6y = 3 \\ -2x + 3y = 5 \end{array}\right\}$

a) $x = 3$, $y = 1$
Sistema compatible determinado.

b) No tiene solución.
Sistema incompatible.

117. Resuelve algebraicamente los siguientes sistemas y clasifícalos a la vista del resultado:

a) $\left.\begin{array}{r} 9x - 6y = 12 \\ -3x + 2y = -4 \end{array}\right\}$ **b)** $\left.\begin{array}{r} 5x + y = 15 \\ y = 3x - 1 \end{array}\right\}$

a) $3x - 2y = 4$
Sistema compatible indeterminado.

b) $x = 2$, $y = 5$
Sistema compatible determinado.

118. Resuelve algebraicamente los siguientes sistemas y clasifícalos a la vista del resultado:

a) $\left.\begin{array}{r} \dfrac{x}{2} = \dfrac{y}{4} \\ \dfrac{5x}{2} - \dfrac{7y}{6} = \dfrac{1}{2} \end{array}\right\}$ **b)** $\left.\begin{array}{r} 0{,}5x + y = 1 \\ 0{,}25x - y = -0{,}25 \end{array}\right\}$

a) $x = 3$, $y = 6$
Sistema compatible determinado.

b) $x = 1$, $y = 0{,}5$
Sistema compatible determinado.

Plantea los siguientes problemas y resuélvelos con ayuda de Wiris:

119. Ana tiene el triple de dinero que Julio y entre los dos tienen 800 €. ¿Cuánto dinero tiene cada uno?

Planteamiento:

$$\left.\begin{array}{r} x = 3y \\ x + y = 800 \end{array}\right\}$$

Solución:
Ana tiene: 600 €
Julio tiene: 200 €

120. En un rectángulo, el perímetro mide 21 m y la base es el doble que la altura. ¿Cuánto mide cada lado?

Planteamiento:

$$\left.\begin{array}{r} 2x + 2y = 21 \\ y = 2x \end{array}\right\}$$

Solución:
La base mide 7 m
La altura mide 3,5 m

121. En una tienda de informática el precio de un ordenador más el de una impresora es de 800 €. Si hacen un descuento en el ordenador del 10% y en la impresora del 15%, el valor es de 710 €. ¿Cuánto costaba el ordenador y la impresora?

Planteamiento:

$$\left.\begin{array}{r} x + y = 800 \\ 0{,}9x + 0{,}85y = 710 \end{array}\right\}$$

Solución:
El ordenador cuesta 600 €
La impresora cuesta 200 €

122. Halla dos números que sean proporcionales a 2 y 3 y cuya suma sea 60

Planteamiento:

$$\left.\begin{array}{r} \dfrac{x}{2} = \dfrac{y}{3} \\ x + y = 60 \end{array}\right\}$$

Solución:
$x = 24$, $y = 36$

123. En un corral hay 110 animales entre gallinas y conejos. El número de patas que hay en total es 320. ¿Cuántas gallinas y conejos hay?

Planteamiento:

$$\left.\begin{array}{r} x + y = 110 \\ 2x + 4y = 320 \end{array}\right\}$$

Solución:
Número de gallinas: 60
Número de conejos: 50