Capítulo 3

Interacción electromagnética

3.1. Conceptos previos.

- ***Ley de Coulomb:*** La fuerza con que se atraen o repelen dos cargas viene expresada por:

$$\overrightarrow{F} = \frac{Kqq'}{r^2}\overrightarrow{u_r}$$

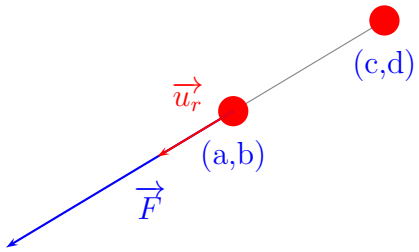
donde $\overrightarrow{u_r}$ es un vector unitario radial. En el caso de querer calcular la fuerza que una carga situada en (a, b) , ejerce sobre otra situada en (c, d)(supuestas ambas del mismo signo), resulta cómodo hacer:

$$\overrightarrow{F} = |\overrightarrow{F}|\,\overrightarrow{u_r}$$

Donde u_r se calcula de la forma:

$$u_r = \frac{(a-c)\overrightarrow{i} + (b-d)\overrightarrow{j}}{(\sqrt{(a-c)^2 + (b-d)^2})}$$

Como puede verse en el siguiente dibujo:



Cuando queremos conocer la fuerza que varias cargas puntuales ejercen sobre otra, no tendremos más que hallar cada uno de los vectores fuerza que las otras cargas ejercen sobre la que consideramos, y sumar dichos vectores.

- ***Intensidad de campo eléctrico:*** La intensidad de campo eléctrico viene dada por la expresión:

$$\overrightarrow{E} = \frac{Kq}{r}\overrightarrow{u_r}$$

Por lo que lo que, de forma similar al apartado anterior, podremos poner que:

$$\overrightarrow{E} = |\overrightarrow{E}|\ \overrightarrow{u_r}$$

Siendo de aplicación lo que se ha mencionado anteriormente acerca del vector unitario y de la intensidad de campo eléctrico creado por varias cargas en un punto.

- ***Energía potencial eléctrica y potencial eléctrico en un punto:*** La energía potencial eléctrica de una carga q' en un punto se define como el trabajo necesario para desplazar dicha carga desde el punto considerado hasta el infinito. Se obtiene a partir de la expresión:

$$W = \int_r^{\infty} \frac{Kqq'}{r^2}\ \overrightarrow{u_r} \cdot d\overrightarrow{r} = \frac{Kqq'}{r}$$

Como podemos ver, la energía potencial eléctrica es una magnitud escalar, por lo que la energía potencial de una carga debida a la presencia de otras, será la suma algebraica de las energías potenciales debidas a cada una de ellas.
Lo dicho anteriormente es válido cuando hablamos de potencial eléctrico, con la única salvedad de que la carga q' tendrá el valor unidad.

- ***Relación entre campo eléctrico y potencial:*** Teniendo en cuenta que:

$$dW = \overrightarrow{F} \cdot d\overrightarrow{r} = -dU$$

podremos poner que:

$$\overrightarrow{F} = -\frac{dU}{d\overrightarrow{r}}$$

Dividiendo los dos miembros de la igualdad por q', tendremos:

$$\overrightarrow{E} = -\frac{dV}{d\overrightarrow{r}}$$

Cuando la intensidad de campo sea constante (como sucede, por ejemplo, entre dos placas cargadas), podremos poner que:

$$\overrightarrow{E} = -\frac{\Delta U}{\overrightarrow{\Delta r}} \qquad \text{y} \qquad |\overrightarrow{E}| = \frac{\Delta V}{|\overrightarrow{\Delta r}|}$$

.

3.2. Problemas resueltos.

1.- Entre dos placas cargadas paralelas hay una diferencia de potencial de 200 V. En la región comprendida entre ambas placas existe un campo eléctrico de 400 N/C de módulo. Determinar:

1.a.- La separación entre las placas.

1.b.- El módulo de la aceleración que experimentaría una partícula de 0,01 kg de masa con una carga de 10^{-4} C situada entre las placas.

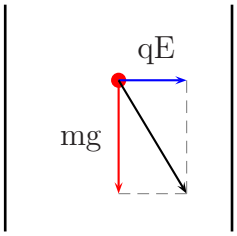
1.c.- La variación de energía potencial eléctrica de dicha partícula si va de la placa negativa a la positiva.

Solución:

1.a.- Si tenemos en cuenta que la intensidad de campo entre las dos placas es constante, y que $\overrightarrow{E} = \dfrac{-\Delta V}{\Delta r}$, podremos poner:

$$|\overrightarrow{E}| = \frac{\Delta V}{\Delta r} \text{ de donde } \Delta r = \frac{\Delta V}{|\Delta E|} = \frac{200}{400} = 0,5\ m$$

1.b.- La carga está sometida a dos fuerzas: su peso y la fuerza debida al campo eléctrico, como puede verse en el dibujo:



El módulo de la resultante de ambas fuerzas será $\sqrt{(mg)^2 + (qE)^2}$, con lo que:

$$|\overrightarrow{F}| = \sqrt{0,098^2 + 0,04^2} = 0,106\ N$$

El módulo de la aceleración será entonces:

$$|\overrightarrow{a}| = \frac{|\overrightarrow{F}|}{m} = \frac{0,106}{0,01} = 10,6\ m/s^2$$

1.c.- Una carga positiva tiende a desplazarse de forma espontánea desde la zona de mayor a la de menor potencial, cumpliéndose que $W = q(V_A - V_B) = U_A - U_B$. Como la partícula se desplaza desde la zona negativa hacia la positiva, tendremos que U_A será menor que U_B, con lo que $-\Delta U$ será negativa, y la variación de energía potencial, ΔU será positiva.

2.- Tenemos dos placas metálicas cargadas y separadas 10 cm. El campo eléctrico en la zona comprendida entre ambas placas es uniforme y de módulo igual a 200 N/C. Una partícula de 0,01 kg de masa y de 10^{-4} C de carga se suelta, con velocidad inicial nula, en la placa positiva. Determinar:

2.a.- El módulo de la aceleración que experimenta la partícula.

2.b.- La diferencia de potencial eléctrico entre las placas.

2.c.- La energía cinética de la partícula cuando llega a la placa negativa.

Solución:

2.a.- Este apartado se resuelve de la misma forma que el apartado b) del problema anterior. La fuerza será:

$$|\overrightarrow{F}| = \sqrt{0,098^2 + 0,02^2} = 0,1\ N$$

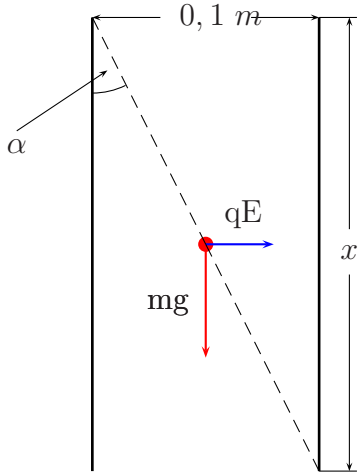
Con lo que el módulo de la aceleración será:

$$|\overrightarrow{a}| = \frac{F}{m} = \frac{0,1}{0,01} = 10\ m/s^2$$

2.b.- Aplicando las consideraciones del apartado a) del primer problema, tendremos:

$$\Delta V = |\overrightarrow{E}|\Delta r = 200 \cdot 0,1 = 20\ V$$

2.c.- Del siguiente dibujo podemos deducir lo siguiente:



$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{qE}{mg} = \frac{0,1}{x}$$

De donde se despeja x:

$$x = \frac{0,1 \cdot 0{,}01 \cdot 9,8}{10^{-4} \cdot 200} = 0,49\ m$$

El espacio recorrido por la carga será $\Delta r = \sqrt{0,1^2 + 0,49^2} = 0,5\ m$. Aplicando el teorema de las fuerzas vivas, tendremos:

$$W = F \cdot \Delta r = \Delta E_c = E_c \quad \text{(suponiendo que la velocidad inicial es nula)}$$

$$W = 0,1 \cdot 0,5 = 0,05\ J$$

3.- Una carga de $2 \cdot 10^{-5}$ C se encuentra en el origen y otra de $-4 \cdot 10^{-5}$ C en el punto 0,2 $\boldsymbol{i}$. Sabiendo que $1/(4\pi\epsilon_0) = 9 \cdot 10^9$, calcular:

3.a.- El módulo de la fuerza eléctrica entre ambas cargas.

3.b.- El campo eléctrico en el punto medio entre ambas.

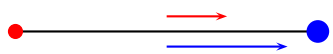
3.c.- El potencial eléctrico en el punto medio entre ambas.

Solución:

3.a.- El módulo de la fuerza será:

$$|\overrightarrow{F}| = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-5} \cdot 4 \cdot 10^{-5}}{0,2^2} = 180\ N$$

3.b.- Como puede verse en la representación gráfica, en el punto medio del segmento que une ambas cargas, los dos vectores campo eléctrico tienen la misma dirección y sentido.



El vector unitario de cada uno de ellos es $\overrightarrow{i}$, por lo que:

$$\overrightarrow{E_1} = |\overrightarrow{E_1}|\,\overrightarrow{i} \quad \text{y} \quad \overrightarrow{E_2} = |\overrightarrow{E_2}|\,\overrightarrow{i}$$

Siendo:

$$|\overrightarrow{E_1}| = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-5}}{0,1^2} = 1,8{\cdot}10^7\ N/C \quad \text{y} \quad |\overrightarrow{E_2}| = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 4 \cdot 10^{-5}}{0,1^2} = 3,6{\cdot}10^7\ N/C$$

Con lo que $\overrightarrow{E} = \overrightarrow{E_1} + \overrightarrow{E_2} = 5,4 \cdot 10^7\,\overrightarrow{i}\ N/c$

3.c.- El potencial eléctrico en el punto medio será:

$$V = V_1 + V_2 = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-5}}{0,1} + \frac{9 \cdot 10^9(-4 \cdot 10^{-5})}{0,1} = -1,8 \cdot 10^6\ V$$

4.- Un protón con una velocidad de $5 \cdot 10^4$ m/s entra en una región con un campo magnético uniforme de 0,05 T perpendicular a la velocidad del protón. (Datos: masa del protón $= 1,67 \cdot 10^{-27}$ kg; $|e| = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C). Determinar:

4.a.- El módulo de la fuerza magnética que experimenta el protón.

4.b.- El radio de curvatura de la trayectoria.

4.c.- El campo eléctrico que habría que aplicar para que el protón no cambiara su velocidad.

Solución:

4.a.- El módulo de la fuerza será:

$$|\overrightarrow{F_m}| = q \cdot v \cdot B \cdot \operatorname{sen} 90^o = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 5 \cdot 10^4 \cdot 0,05 = 4 \cdot 10^{-16}\ N$$

4.b.- Puesto que el módulo de la fuerza será $qvB = \dfrac{mv^2}{r}$, despejando r, tendremos:

$$r = \frac{mv}{qB} = \frac{1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 5 \cdot 10^4}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0{,}05} = 0,01\ m$$

4.c.- Puesto que, para que no se desvíe el protón, deberá cumplirse que:

$$q(\overrightarrow{E} + \overrightarrow{v} \times \overrightarrow{B}) = 0$$

Se deduce que $\overrightarrow{E} = -(\overrightarrow{v} \times \overrightarrow{B})$, con lo que

$$|\overrightarrow{E}| = |(\overrightarrow{v} \times \overrightarrow{B})| = 2500\ N/C$$

5.- Tres cargas iguales de -10^{-6} C cada una se encuentran situadas en los vértices de un triángulo equilátero de 0,5 metros de lado. Sabiendo que $1/(4\pi\epsilon_0) = 9 \cdot 10^9$ en unidades S.I.

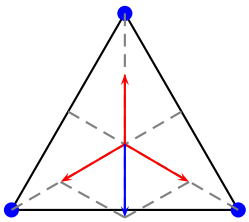
5.a.- El campo eléctrico en el centro del triángulo.

5.b.- El potencial eléctrico en dicho centro.

5.c.- La energía potencial eléctrica de una carga debida a las otras dos cargas.

Solución:

5.a.- Las cargas están distribuidas según la siguiente representación:

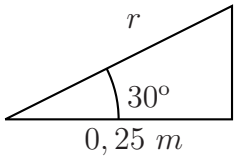


Puesto que las tres cargas tienen el mismo valor y las distancias al centro son las mismas, podremos poner que $E_1 = E_2 = E_3 = E$. La resultante de los vectores E_2 y E_3 será:

$$|\overrightarrow{E_{2,3}}| = \sqrt{E_2^2 + E_3^2 + 2E_2 \cdot E_3 \cos 120^o} = E$$

Siendo $\overrightarrow{E_{2,3}} = -E\overrightarrow{j}$. Como puede verse en el dibujo, $\overrightarrow{E_1} = E\overrightarrow{j}$, por lo que la resultante de los tres vectores será nula.

5.b.- Para calcular la distancia desde cualquiera de los vértices al centro del triángulo, podemos hacer uso del teorema del seno, a partir de la siguiente representación gráfica:



$$\frac{r}{\text{sen } 90^o} = \frac{0,25}{\text{sen } 60^o}$$

Por lo que, despejando, tendremos $r = 0,29\ m$. El potencial eléctrico en el centro será entonces:

$$V = V_1 + V_2 + V_3 = 3 \cdot 9 \cdot 10^9 \left(\frac{-10^{-6}}{0,28}\right) = -9,64 \cdot 10^4\ V$$

(Puesto que todos los potenciales son iguales entre sí, hemos hallado el valor de uno y lo hemos multiplicado por tres)

5.c.- La energía potencial de una carga debida a las otras dos será la suma de dos términos iguales, de forma que podremos poner dicha energía de la forma:

$$U = 2\ \frac{9 \cdot 10^9(-10^{-6})(-10^{-6})}{0,25} = 0,072\ J$$

6.- Tenemos dos cargas eléctricas de igual magnitud y de signos opuestos, Q y -Q, situadas en los puntos a$\boldsymbol{i}$ y - a$\boldsymbol{i}$, respectivamente. Determinar en función de Q y de a las siguientes magnitudes:

6.a.- El campo eléctrico en el origen.

6.b.- El potencial eléctrico en el punto a$\boldsymbol{j}$.

6.c.- La energía mínima necesaria para separar las cargas.

Solución:

6.a.- En el origen, el campo eléctrico creado por cada una de las cargas tendrá el mismo módulo, cuyo valor será:

$$|\overrightarrow{E}| = \frac{KQ}{a^2}$$

Puesto que el vector unitario para ambos valores del campo es $-\overrightarrow{i}$, el campo electrico resultante será:

$$\overrightarrow{E} = -2\,\frac{KQ}{a^2}\overrightarrow{i}$$

6.b.- El potencial eléctrico en el punto $a\overrightarrow{j}$ será nulo, puesto que cada una de las dos cargas está a la misma distancia de dicho punto, mientras que cada una de ellas tiene signo opuesto a la otra.

6.c.- La energía necesaria para separar ambas cargas es la que hay que suministrar para desplazarlas hasta una distancia infinita, la una de la otra. Puesto que $W = -\Delta U = U_0 - U_\infty$, y $U_\infty = 0$, tendremos:

$$W = U_0 = -\frac{KQ^2}{2a}$$

7.- Se tienen dos iones con carga $2|e|$ y $-|e|$ separados una distancia de 3 Angström.(Datos: $1/(4\pi\epsilon_0) = 9 \cdot 10^9$ en unidades S.I.; $|e| = 1,6 \cdot 10^{-19}C$. Calcular:

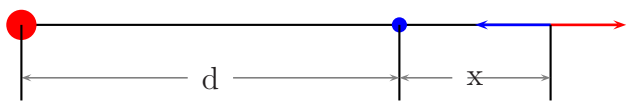
7.a.- Distancia del ion positivo a la que se anula el campo eléctrico total.

7.b.- Distancia del ion positivo a la que se anula el potencial eléctrico total a lo largo del tramo recto comprendido entre los dos iones.

7.c.- Energía potencial eléctrica de los dos iones.

Solución:

7.a.- El campo eléctrico total se anulará a una distancia $d + x$ de la mayor de las cargas, es este caso, de la carga positiva. En el siguiente dibujo se representa cada uno de los vectores campo.



Al anularse el campo eléctrico se cumplirá que: que:

$$|\overrightarrow{E_1}| = |\overrightarrow{E_2}|$$

Y, por tanto:

$$\frac{K \cdot 2q}{(d+x)^2} = \frac{Kq}{x^2}$$

Por lo que, sustituyendo:

$$\frac{(d+x)^2}{x^2} = 2$$

Puesto que el resultado de x no puede ser negativo, podremos poner:

$$\frac{d+x}{x} = \sqrt{2}$$

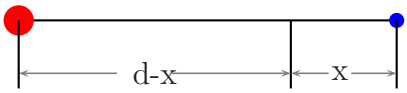
Despejando x, tendremos:

$$d + x = \sqrt{2}x \Rightarrow (\sqrt{2}-1)x = d \qquad x = \frac{3 \cdot 10^{-10}}{\sqrt{2}-1} = 7,24 \cdot 10^{-10}$$

Por lo que:

$$d + x = 7,24 \cdot 10^{-10} + 3 \cdot 10^{-10} = 1,02 \cdot 10^{-9}\ m$$

7.b.- El punto en que se anula el potencial estará entre las dos cargas, tal y como indica el siguiente dibujo, debido a que cada una de ellas tiene un signo diferente.



Se cumplirá entonces que:

$$\frac{2K|e|}{d-x} + \frac{-K|e|}{x} = 0$$

Por tanto:

$$\frac{2}{d-x} - \frac{1}{x} = 0 \qquad 3x = d \quad \text{y} \quad x = \frac{3 \cdot 10^{-10}}{3} = 10^{-10}\ m$$

Por lo que $d - x = 3 \cdot 10^{-10} - 10^{-10} = 2 \cdot 10^{-10}\ m$

7.c.- La energía potencial eléctrica de cada uno de los iones será:

$$U = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}(-1,6 \cdot 10^{-19})}{3 \cdot 10^{-10}} = 1,536 \cdot 10^{-18}\ J$$

8.- Dos partículas iguales de masa m y carga 10^{-7} C cuelgan de dos hilos de 20 cm de longitud suspendidos de un mismo punto. Los hilos forman un ángulo de 10º con la vertical. (Datos: G $= 6,67 \cdot 10^{-11} N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}; 1/(4\pi\epsilon_0) = 9 \cdot 10^9 N \cdot m^2 \cdot C^{-2}$). Determinar:

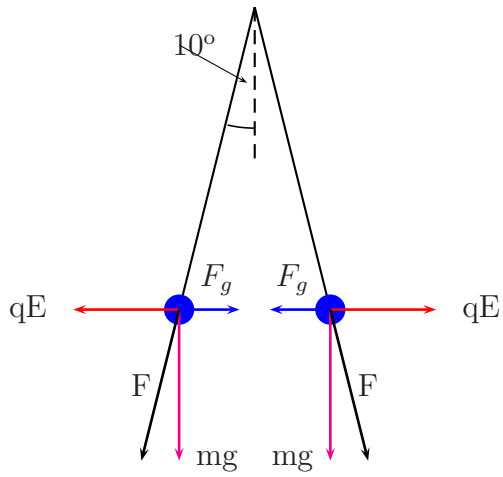
8.a.- La masa de las partículas.

8.b.- El potencial eléctrico en el punto medio entre las dos partículas.

8.c.- La energía potencial eléctrica entre las dos partículas.

Solución:

8.a.- El esquema correspondiente al problema será el que sigue:



A partir de este esquema, podemos deducir lo siguiente:

$$\text{tg}\, 10^0 = \frac{F_e - F_g}{mg} = \frac{\dfrac{Kq^2}{r^2} - \dfrac{Gm^2}{r^2}}{mg}$$

Teniendo en cuenta, además, que:

$$\text{sen}\, 10^o = 0,174 = \frac{r/2}{0,2} \Rightarrow r = 0,174 \cdot 0,4 = 0,07\ m$$

$$\frac{\dfrac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-14}}{0,07^2} - \dfrac{6,67 \cdot 10^{-11} m^2}{0,07^2}}{9,8\ m} = 0,176$$

Lo que da lugar a la siguiente ecuación de segundo grado:

$$-1,36 \cdot 10^{-8} m^2 - 1,72m + 0,0183 = 0$$

Para resolver esta ecuación de un modo riguroso, deberíamos tomar un apreciable número de decimales. Para evitar esto, y al ser la atracción gravitatoria muy inferior a la fuerza de repulsión entre las cargas, podemos despreciar el primer sumando de esta ecuación de segundo grado, quedándonos simplemente$-1,72m + 0,0183 = 0$, que al ser resuelta, nos da $m = 0,01\ kg$

8.b.- Al ser $0,07\ m$ la distancia entre las dos partículas, el potencial eléctrico en el punto medio entre ambas cargas es:

$$V = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-7}}{0,035^2} + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-7}}{0,035^2} = 1,47 \cdot 10^6\ V$$

8.c.- La energía potencial de cada una de las partículas es:

$$U = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-7} \cdot 10^{-7}}{0,07^2} = 0,018\ J$$

Por lo que la energía potencial eléctrica del conjunto de las dos cargas será:

$$U = 0,036\ J$$

9.- Tenemos dos placas metálicas separadas una distancia de 10 cm y sometidas a una diferencia de potencial de 200 V. Un ion Na^+ atraviesa la zona entre ambas placas, entrando por la de menor potencial. (Dato: $|e| = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C.) Determine:

9.a.- El campo eléctrico en la región comprendida entre las placas.

9.b.- La fuerza que experimenta el ion Na^+ en dicha región.

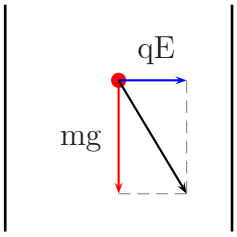
9.c.- El cambio de energía cinética que experimenta el ion Na^+ entre las dos placas.

Solución:

9.a.- Teniendo en cuenta que, entre las placas, el campo eléctrico es constante:

$$|\overrightarrow{E}| = \frac{\Delta V}{|\Delta \overrightarrow{r}|} = \frac{200}{0,1} = 2000\ N/C$$

9.b.- El peso del ion pude considerarse despreciable frente a la fuerza debida al campo eléctrico, por lo que supondremos $mg = 0$



Por todo ello, el módulo de la fuerza será $|\overrightarrow{F}| = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 20000 = 3,2 \cdot 10^{-16}\ N$

9.c.- Aplicando el Teorema de las fuerzas vivas, tendremos $W = \overrightarrow{F}\overrightarrow{\Delta r} = \Delta E_c$, de donde:

$$\Delta E_c = 3,2 \cdot 10^{-16} \cdot 0,1 \cos 180^o = -3,2 \cdot 10^{-17}\ J$$

(Puesto que el ion Na^+ se desplaza desde la zona de menor a la de mayor potencial, la variación de energía cinética es negativa.)

10.- Tenemos una carga de 10^{-3} C en el origen y otra de $3 \cdot 10^{-3}$ C en el punto $2\boldsymbol{i}$m. (Dato: $1/4\pi\epsilon_0 = 9 \cdot 10^9$ en unidades del S.I). Determine:

10.a.- El potencial eléctrico en el punto medio entre las cargas.

10.b.- El campo eléctrico en dicho punto.

10.c.- La energía potencial eléctrica del conjunto de las dos cargas.

Solución:

10.a.- En el punto medio se cumplirá:

$$V = V_1 + V_2 = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-3}}{1} + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^{-3}}{1} = 3,6 \cdot 10^{-7}\ V$$

10.b.- En el dibujo siguiente, podemos ver que $\overrightarrow{E} = |\overrightarrow{E_1}|\,\overrightarrow{i} - |\overrightarrow{E_2}|\,\overrightarrow{i}$

Siendo:

$$|\overrightarrow{E_1}| = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-3}}{1^2} = 9{\cdot}10^6\ N/C \qquad \text{y} \qquad |\overrightarrow{E_2}| = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^{-3}}{1^2} = 2,7{\cdot}10^7\ N/C$$

Por todo lo anterior:

$$\overrightarrow{E} = -1,8 \cdot 10^7\,\overrightarrow{i}\ N/C$$

10.c.- La energía de cada carga será:

$$U_{1,2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-3}}{2} = 1,35 \cdot 10^4\ J$$

Siendo la energía total $U = 2U_{1,2} = 2,7 \cdot 10^4\ J$

11.- Un electrón penetra en una zona con un campo magnético uniforme de 10^{-3} T y lleva una velocidad de 500 m/s perpendicular al campo magnético. (Datos: $|e| = 1,6{\cdot}10^{-19}$ C y $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ Kg.) Determine las siguientes magnitudes del electrón en la zona con campo magnético:

11.a.- Velocidad angular.

11.b.- Módulo de la fuerza que experimenta.

11.c.- Módulo del momento angular respecto del centro de la circunferencia que describe el electrón.

Solución:

11.a.- Puesto que $\overrightarrow{v} = \overrightarrow{\omega} \times \overrightarrow{r}$, tendremos que $|\overrightarrow{v}| = |\overrightarrow{\omega}||\overrightarrow{r}| \operatorname{sen} 90^o \Rightarrow \omega = \dfrac{v}{r}$

El radio se calcula a partir de:

$$qvB \operatorname{sen} 90^o = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow r = \frac{mv}{qB} = 2,84 \cdot 10^6 \ m$$

Por tanto, $\omega = \dfrac{500}{2,84 \cdot 10^{-6}} = 1,76 \cdot 10^8 \ rad/s$

11.b.- El módulo de la fuerza es $|\overrightarrow{F}| = qvB \operatorname{sen} 90^o = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 500 \cdot 10^{-3} = 8 \cdot 10^{-20} \ N$

11.c.- $|\overrightarrow{L}| = |\overrightarrow{r}||\overrightarrow{mv}| \operatorname{sen} 90^o = 2,84 \cdot 10^{-6} \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 500 = 1,29 \cdot 10^{-33} \ kg \cdot m/s$

12.- Tenemos una carga de $4 \cdot 10^{-3}$ C en el origen y otra de $-4 \cdot 10^{-3}$ C en el punto $3\boldsymbol{i} - 4\boldsymbol{j}$ m. (Dato: $1/4\pi\epsilon_0 = 9 \cdot 10^9$ en el S.I.) Determine:

12.a.- El potencial eléctrico en el punto medio entre las cargas.

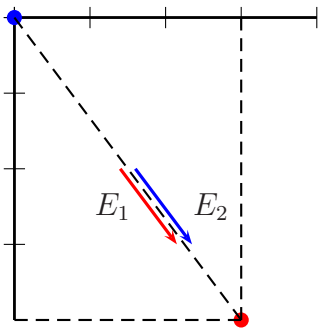
12.b.- El campo eléctrico en dicho punto.

12.c.- La energía potencial eléctrica de la carga en el origen.

Solución:

12.a.- El potencial eléctrico en el punto medio entre las cargas será nulo, puesto que las distancias de cada carga a dicho punto son iguales, y las cargas iguales y de signo contrario.

12.b.- El campo eléctrico en el punto medio entre las cargas será la resultante de los dos vectores campo que se representan a continuación:



Fijándoos en el dibujo, puede verse que $|\overrightarrow{E_1}| = |\overrightarrow{E_2}|$ y que $\overrightarrow{u_1} = \overrightarrow{u_2}$, cumpliéndose:

$$\overrightarrow{u} = \frac{(3-0)\overrightarrow{i} + (-4-0)\overrightarrow{j}}{\sqrt{3^2+4^2}} = 0,6\overrightarrow{i} - 0,8\overrightarrow{j}$$

$$|\overrightarrow{E_1}| = |\overrightarrow{E_2}| = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 4 \cdot 10^{-3}}{1,5^2 + 2^2} = 5,76 \cdot 10^6$$

Por tanto: $\overrightarrow{E} = \overrightarrow{E_1} + \overrightarrow{E_2} = 3,456 \cdot 10^6 \overrightarrow{i} - 4,608 \cdot 10^6 \overrightarrow{j} \ N/C$

12.c.- La energía potencial viene dada por:

$$U = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 4 \cdot 10^{-3}(-4 \cdot 10^{-3}}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = -2,88 \cdot 10^4 \ J$$

13.- Un protón penetra en una zona con un campo magnético uniforme de 10^{-3} T y lleva una velocidad de 500 m/s perpendicular al campo magnético. (Datos: $|e| = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C; $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27}$ kg y $1/(4\pi\epsilon_0) = 9 \cdot 10^9$ en unidades S.I.) Determine las siguientes magnitudes del protón en la zona con campo magnético:

13.a.- Módulo de la fuerza que experimenta.

13.b.- Módulo de su aceleración.

13.c.- Potencial eléctrico producido por el protón en el centro de la órbita que describe.

Solución:

13.a.- El módulo de la fuerza es:

$$|\overrightarrow{F}| = q|\overrightarrow{v}||\overrightarrow{B}| \operatorname{sen} 90^o = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 500 \cdot 10^{-3} = 8 \cdot 10^{-20} \ N$$

13.b.- El módulo de la aceleración:

$$|\overrightarrow{a}| = \frac{|\overrightarrow{F}|}{m} = \frac{8 \cdot 10^{-20}}{1,67 \cdot 10^{-27}} = 4,79 \cdot 10^7 \ m/s^2$$

13.c.- El potencial en el centro de la órbita será $V = \dfrac{Kq}{r}$. Para conocer el potencial, deberemos conocer previamente el radio de la órbita, que calculamos de la siguiente forma:

$$|\overrightarrow{F}| = q|\overrightarrow{v}||\overrightarrow{B}| \operatorname{sen} 90^o = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow r = \frac{mv}{qB} = \frac{1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 500}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{-3}} = 5,22 \cdot 10^{-3}$$

Por tanto: $V = \dfrac{9 \cdot 10^9 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{5,22 \cdot 10^{-3}} = 2,76 \cdot 10^{-7} \ V$

14.- Tenemos una carga de -4$|e|$ en el origen y otra de 2 $|e|$ C en el punto - 4$\boldsymbol{j}$ m. (Dato: $1/(4\pi\epsilon_0) = 9 \cdot 10^9$ en unidades del S.I.; $|e| = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C). Determine:

14.a.- El potencial eléctrico en el punto medio entre las cargas.

14.b.- El campo eléctrico en dicho punto.

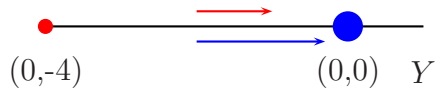
14.c.- La energía potencial eléctrica del conjunto de las dos cargas.

Solución:

14.a.- El potencial en el punto medio vendrá dado por:

$$V = \frac{9 \cdot 10^9(-6,4 \cdot 10^{-19})}{2} + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 3,2 \cdot 10^{-19}}{2} = -1,44 \cdot 10^{-9}\ V$$

14.b.- Tal como puede verse en el dibujo, los vectores campo estarán dirigidos hacia la parte positiva del eje Y



$$\vec{E} = \left(\frac{9 \cdot 10^9 \cdot 6,4 \cdot 10^{-19}}{4} + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 3,2 \cdot 10^{-19}}{4}\right)\vec{j} = 2,16 \cdot 10^{-19}\vec{j}\ N/C$$

14.c.- La energía potencial del conjunto de cargas será:

$$U = 2U_{1,2} = \frac{2 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot 3,2 \cdot 10^{-19}(-6,4 \cdot 10^{-19})}{4} = 9,22 \cdot 10^{-28}\ J$$

15.- Tenemos una carga de -4 $|e|$ en el origen, una de 2 $|e|$ en el punto - 4$\boldsymbol{i}$ nm y otra 2 $|e|$ en el punto 4$\boldsymbol{i}$ nm. (Dato: $1/4\pi\epsilon_0 = 9 \cdot 10^9$ en el S.I.; $|e| = 1,6 \cdot 10^{-19C}$). Determine:

15.a.- El potencial eléctrico en el punto 3 $\boldsymbol{j}$ nm.

15.b.- El campo eléctrico en dicho punto.

15.c.- Energía potencial eléctrica del conjunto de las tres cargas.

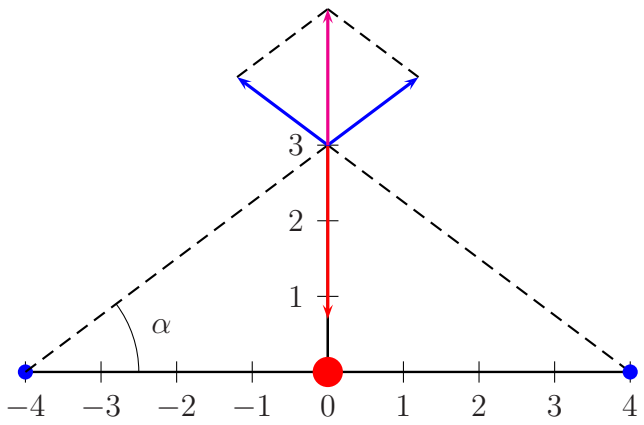
Solución:

15.a.- El potencial eléctrico vendrá dado por la siguiente suma:

$$V = \frac{9 \cdot 10^9(-4 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19})}{3 \cdot 10^{-9}} + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{5 \cdot 10^{-9}} + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{5 \cdot 10^{-9}}$$

Por lo que $V = -0,768 \cdot 10^{-10}\ V$

15.b.- En el punto 3$\vec{j}$, el campo eléctrico será la resultante de los tres vectores intensidad de campo, debidos cada uno de ellos a una de las cargas, tal y como puede verse en el siguiente dibujo:



La resultante de los vectores campo debidos a las cargas situadas respectivamente en $-4\overrightarrow{i}$ y en $4\overrightarrow{i}$ será, aplicando el teorema del coseno:

$$|\overrightarrow{E_{1,2}}| = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2\cos 106,26^o}$$

Puesto que $\operatorname{tg}\alpha = 3/4 \Rightarrow \alpha = 36,87^o$, el ángulo formado entre los vectores E_1 y E_2 será $180 - 2\cdot 36,87 = 106,26^o$

Teniendo en cuenta que $|E_1| = |E_2| = \dfrac{9\cdot 10^9\cdot 2\cdot 1,6\cdot 10^{-19}}{25\cdot 10^{-18}} = 1,15\cdot 10^8$, se obtendrá:

$$|\overrightarrow{E_{1,2}}| = 1,38\cdot 10^8$$

Por otra parte, $|E_3| = \dfrac{9\cdot 10^9\cdot 4\cdot 1,6\cdot 10^{-19}}{9\cdot 10^{-18}} = 6,4\cdot 10^8$, dado lo cual, tendremos:

$$\overrightarrow{E} = 1,38\cdot 10^8\overrightarrow{j} - 6,4\cdot 10^8\overrightarrow{j} = -5,02\cdot 10^8\ N/C$$

15.c.- La energía potencial del conjunto de las tres cargas será la siguiente:

$$U = 2(U_{1,2} + U_{1,3} + U_{2,3})$$

Siendo:

$$U_{1,2} = \frac{9\cdot 10^9\cdot 2\cdot 1,6\cdot 10^{-19}(-4\cdot 1,6\cdot 10^{-19})}{4\cdot 10^{-9}}$$

$$U_{1,3} = \frac{9\cdot 10^9\cdot 2\cdot 1,6\cdot 10^{-19}(-4\cdot 1,6\cdot 10^{-19})}{4\cdot 10^{-9}}$$

$$U_{2,3} = \frac{9\cdot 10^9\cdot 2\cdot 1,6\cdot 10^{-19}\cdot 2\cdot 1,6\cdot 10^{-19}}{8\cdot 10^{-9}}$$

$$U = -1,61\cdot 10^{-18}\ J$$

16.- Una partícula con una carga de -2 $|e|$, una masa de 10^{-20} kg y una velocidad de 10 $\boldsymbol{i}$ m/s penetra en una zona con un campo magnético B $= 0,1\boldsymbol{i} + 0,02\boldsymbol{j}$ T. (Dato: $|e| = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C). Determine:

16.a.- Módulo de la fuerza que experimenta la partícula.

16.b.- Radio de curvatura de su trayectoria.

16.c.- Campo eléctrico que habría que aplicar para que la partícula continuara en línea recta.

Solución:

16.a.- El módulo de la fuerza valdrá:

$$|\overrightarrow{F}| = q|\overrightarrow{v} \times \overrightarrow{B}| = |2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}(10\overrightarrow{i}) \times (0,1\overrightarrow{i} + 0,02\overrightarrow{j})| = 6,4 \cdot 10^{-20}\ N$$

16.b.- El radio de la órbita será el siguiente:

$$r = \frac{mv}{qB} = \frac{10^{-20} \cdot 10}{3,2 \cdot 10^{-19}(\sqrt{0,1^2 + 0,02^2})} = 3,06\ m$$

16.c.- Para que el movimiento siga siendo rectilíneo, deberá cumplirse que:

$$\overrightarrow{F} = q(\overrightarrow{E} + \overrightarrow{v} \times \overrightarrow{B}) = 0, \text{ por lo cual:}$$

$$\overrightarrow{E} = -\overrightarrow{v} \times \overrightarrow{B} = -0,2\overrightarrow{k}\ N/C$$

17.- Una partícula con una carga de -2$|e|$, una masa de 10^{-20} Kg y una velocidad de $10\boldsymbol{i} + 20\boldsymbol{j}$ m/s, penetra en una zona con un campo magnético B = 0,1$\boldsymbol{i}$ T. (Dato: $|e| = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C) Determine:

17.a.- Módulo de la fuerza que experimenta la partícula.

17.b.- Tipo de movimiento que describe.

17.c.- Campo eléctrico que habría que aplicar para que la partícula continuara en línea recta.

Solución:

17.a.- El módulo de la fuerza será el siguiente:

$$|\overrightarrow{F}| = |q\overrightarrow{v} \times \overrightarrow{B}| = |2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}(10\overrightarrow{i} + 20\overrightarrow{j}) \times 0,1\overrightarrow{i}| = 6,4 \cdot 10^{-19}\ N$$

17.b.- Al ser la velocidad perpendicular a $\overrightarrow{B}$, el movimiento será helicoidal

17.c.- Para que el movimiento siga siendo rectilíneo, deberá cumplirse que:

$$\overrightarrow{F} = q(\overrightarrow{E} + \overrightarrow{v} \times \overrightarrow{B}) = 0, \text{ por lo cual:}$$

$$\overrightarrow{E} = -\overrightarrow{v} \times \overrightarrow{B} = 20\,\overrightarrow{k}\ N/C$$

18.- Tenemos una carga de $2 \cdot 10^{-3}$ C en el origen y otra de $-4 \cdot 10^{-3}$ C en el punto $4\boldsymbol{j}$ m. (Dato: $1/(4\pi\epsilon_0) = 9 \cdot 10^9$ en unidades del SI.) Determine:

18.a.- El potencial eléctrico en el punto medio entre las cargas.

18.b.- El campo eléctrico en dicho punto.

18.c.- La energía potencial eléctrica del conjunto de las dos cargas.

Solución:

18.a.- El potencial eléctrico será:

$$V = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-3}}{2} + \frac{9 \cdot 10^9(-4 \cdot 10^{-3})}{2} = 2,7 \cdot 10^7\ V$$

18.b.- El campo eléctrico vendrá expresado por:

$$\overrightarrow{E} = |\overrightarrow{E_1}|\,\overrightarrow{j} + |\overrightarrow{E_2}|\,\overrightarrow{j}$$

Siendo $|\overrightarrow{E_1}| = \dfrac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-3}}{4} = 4,5 \cdot 10^6$ y $|\overrightarrow{E_2}| = \dfrac{9 \cdot 10^9 \cdot 4 \cdot 10^{-3}}{4} = 9 \cdot 10^6$

$$\overrightarrow{E} = 1,35 \cdot 10^7\,\overrightarrow{j}\ N/C$$

18.c.- La energía potencial del sistema será la suma de las energías potenciales de cada una de las cargas, es decir:

$$U = 2U_{1,2} = \frac{2 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-3}(-4 \cdot 10^{-3})}{4} = -3,6 \cdot 10^4\ J$$

19.- Tenemos una carga de $-4 \cdot 10^{-6}$ C en el origen y otra de $2 \cdot 10^{-6}$ C en el punto $6\boldsymbol{i}$ cm. (Dato: $1/4\pi\epsilon_0 = 9 \cdot 10^9$ en unidades S.I.). Determine:

19.a.- El campo eléctrico en el punto medio entre ambas cargas.

19.b.- En qué punto del segmento que une dichas cargas se anula el potencial eléctrico.

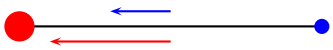
19.c.- La fuerza eléctrica que experimenta la carga en el origen debido a la otra.

Solución:

19.a.- El campo eléctrico, tal y como indica el dibujo, será:

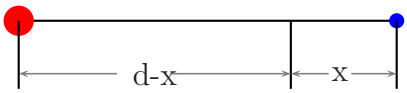
$$\overrightarrow{E} = -(|\overrightarrow{E_1}| + |\overrightarrow{E_2}|)\,\overrightarrow{i}$$

Siendo $|E_1| = \dfrac{9 \cdot 10^9 \cdot 4 \cdot 10^{-6}}{9} = 4 \cdot 10^3$ y $\overrightarrow{E_2}| = \dfrac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{9} = 2 \cdot 10^3$



Por tanto, $\overrightarrow{E} = -6 \cdot 10^3\,\overrightarrow{i}\ N/C$

19.b.- Basándonos en el siguiente dibujo, tendremos que:



$$\frac{9 \cdot 10^9(-4 \cdot 10^{-6})}{6-x} + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{x} = 0 \Rightarrow \frac{-4}{6-x} + \frac{1}{x} = 0$$

Despejando x, nos queda:

$$x = 1,2\ m$$

19.c.- $\overrightarrow{F} = |\overrightarrow{F}|\,\overrightarrow{i}$, puesto que la carga en el origen es atraída por la que se encuentra en $6\,\overrightarrow{i}$

$$|\overrightarrow{F}| = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 4 \cdot 10^6 \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{36} = 2 \cdot 10^{-3} \Rightarrow \overrightarrow{F} = 2 \cdot 10^{-3}\,\overrightarrow{i}\ N/C$$

20.- Un electrón penetra en una zona con un campo magnético uniforme de 10^{-2} T y lleva una velocidad de $5 \cdot 10^6$ m/s perpendicular al campo magnético. (Datos: $|e| = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C y $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg.) Determine las siguientes magnitudes del electrón en la zona con campo magnético:

20.a.- Módulo de la fuerza que experimenta.

20.b.- Radio de curvatura de su trayectoria.

20.c.- Módulo del momento angular respecto del centro de la circunferencia que describe el electrón.

Solución:

20.a.- El módulo de la fuerza será:

$$|\overrightarrow{F}| = q|\overrightarrow{v}||\overrightarrow{B}|\,\text{sen}\,90^o = 1,6\cdot 10^{-19}\cdot 5\cdot 10^6\cdot 10^{-2} = 8\cdot 10^{-15}\ N$$

20.b.- El radio tendrá el valor:

$$r = \frac{mv}{qB} = \frac{9,1\cdot 10^{-31}\cdot 5\cdot 10^6}{1,6\cdot 10^{-19}\cdot 10^{-2}} = 2,84\cdot 10^{-3}\ m$$

20.c.- El módulo del momento cinético será:

$$|\overrightarrow{L}| = |\overrightarrow{r}||m\overrightarrow{v}|\,\text{sen}\,90^o = 2,84\cdot 10^{-3}\cdot 9,1\cdot 10^{-31}\cdot 5\cdot 10^6 = 1,29\cdot 10^{-6}\ kg\cdot m/s$$

21.- Un protón con una velocidad de 650$\boldsymbol{i}$ m/s penetra en una región donde existe un campo magnético uniforme B = $10^{-4}\boldsymbol{j}$ T. (Datos: $|e| = 1,6\cdot 10^{-19}$ C, $m_p = 1,67\cdot 10^{-27}$ kg, $1/(4\pi\epsilon_0 = 9\cdot 10^9 N\cdot m^2/C^2$.) Determine las siguientes magnitudes en la zona con campo magnético:

21.a.- Módulo de la fuerza que experimenta el protón.

21.b.- Módulo de su aceleración.

21.c.- Potencial eléctrico producido por el protón en el centro de la órbita que describe.

Solución:

21.a.- El módulo de la fuerza será:

$$|\overrightarrow{F}| = q|\overrightarrow{v}||\overrightarrow{B}|\,\text{sen}\,90^o = 1,6\cdot 10^{-19}\cdot 650\cdot 10^{-4} = 1,04\cdot 10^{-20}\ N$$

21.b.- El módulo de su aceleración será:

$$|\overrightarrow{a}| = \frac{|\overrightarrow{F}|}{m} = \frac{1,04\cdot 10^{-20}}{1,67\cdot 10^{-27}} = 6,23\cdot 10^6\ m/s^2$$

21.c.- El radio de la órbita será:

$$r = \frac{mv}{qB} = \frac{1,67\cdot 10^{-27}\cdot 650}{1,6\cdot 10^{-19}\cdot 10^{-4}} = 0,068\ m$$

El potencial en el centro de la órbita será:

$$V = \frac{9\cdot 10^9\cdot 1,6\cdot 10^{-19}}{0,068} = 2,12\cdot 10^{-8}\ V$$

22.- Se tienen dos iones con carga $|e|$ y -3$|e|$ separados una distancia de 10^{-10} m. (Datos: $1/4\pi\epsilon_0 = 9 \cdot 10^9 N \cdot m^2/C^2, |e| = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C.) Determine:

22.a.- La energía potencial eléctrica de los dos iones.

22.b.- La distancia del ion positivo a la que se anula el campo eléctrico total.

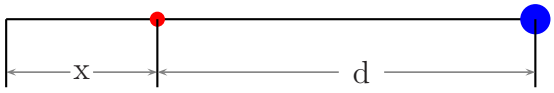
22.c.- La distancia del ion positivo a la que se anula el potencial eléctrico total a lo largo del tramo recto comprendido entre los dos iones.

Solución:

22.a.- La energía potencial de cada ion será:

$$U = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}(-3 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19})}{10^{-10}} = 6,91 \cdot 10^{-18}\ J$$

22.b.- Del siguiente dibujo:



Se deduce que la distancia al ion positivo es x y la distancia al ion negativo, $d + x$, por lo que podremos poner:

$$\frac{9 \cdot 10^9 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{x^2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{(10^{-10} + x)^2}$$

De donde se obtiene:

$$\frac{1}{x^2} = \frac{3}{(10^{-10} + x)^2}$$

La anterior igualdad puede ser expresada de la forma:

$$\frac{10^{-10} + x}{x} = \sqrt{3}$$

Ya que x no puede tomar valores negativos. Despejando x, tendremos:

$$x = 1,36 \cdot 10^{-10}\ m$$

22.c.- El potencial eléctrico total se anulará a una distancia $d - x$ del ion negativo y x del ion positivo, tal y como indica el dibujo.

Por tanto, podemos poner:

$$\frac{9 \cdot 10^9 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{x} + \frac{9 \cdot 10^9(-3 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19})}{10^{-10} - x} = 0$$

La ecuación simplificada queda así:

$$\frac{1}{x} + \frac{-3}{10^{-10} - x} = 0$$

Despejando: $x = 2,5 \cdot 10^{-11}\ m$

23.- Un electrón y un positrón (partícula de igual masa que la del electrón y carga de igual valor que la de éste, pero con signo positivo)se encuentran separados inicialmente por una distancia de 10^{-6} m; el positrón está en el origen de coordenadas y el electrón a su derecha. (Datos: $|e| = 1,6 \cdot 10^{-19}\ C; m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}\ kg; 1/(4\pi\epsilon_0) = 9 \cdot 10^9\ N \cdot m^2 \cdot C^{-2}$). Calcule:

23.a.- El campo eléctrico en el punto medio entre ambas partículas, antes de que empiecen a moverse atraídas entre sí.

23.b.- El módulo de la aceleración inicial del electrón (o del positrón) en el momento en que empieza a moverse hacia la otra partícula.

23.c.- La energía potencial eléctrica del conjunto de las dos partículas, cuando se han aproximado hasta una distancia de $10^{-7}\ m$.

Solución:

23.a.- Como puede verse en la representación gráfica, en el punto medio del segmento que une ambas cargas, los dos vectores campo eléctrico tienen la misma dirección y sentido.

Siendo $\vec{i}$ el vector unitario de cada uno de los vectores campo. Sustituyendo los valores numéricos, tendremos:

$$|\vec{E_1}| = |\vec{E_2}| = E = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{(5 \cdot 10^{-7})^2} = 5,76 \cdot 10^3\ N/C$$

$$\vec{E_r} = 2E\vec{i} = 1,152 \cdot 10^4 \vec{i}\ N/C$$

23.b.- Para calcular la aceleración, necesitamos conocer el módulo de la fuerza:

$$|\overrightarrow{F}| = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{10^{-12}} = 2,304 \cdot 10^{-16}\ N$$

Aplicando el segundo principio de la dinámica:

$$|\overrightarrow{F}| = m|\overrightarrow{a}|$$

de donde

$$|\overrightarrow{a}| = \frac{|\overrightarrow{F}|}{m} = \frac{2,304 \cdot 10^{-16}}{9,1 \cdot 10^{-31}} = 2,53 \cdot 10^{14}\ m/s^2$$

23.c.- La energía potencial de cada una de las partículas debida a la otra, cuando se hallan a una distancia de $10^{-7}\ m$, será:

$$U = -\frac{9 \cdot 10^9 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{10^{-7}} = -2,304 \cdot 10^{-21}\ J$$

Por lo que, la energía potencial eléctrica del conjunto será:

$$U_r = 2U = -4,608 \cdot 10^{-21}\ J$$

24.- Se tiene un sistema de cuatro electrones, cada uno situado en el vértice de un cuadrado de 1 cm de lado. (Datos: $|e| = 1,6 \cdot 10^{-19}C; 1/(4\pi\epsilon_0) = 9 \cdot 10^9 Nm^2C^{-2}$.) Calcule:

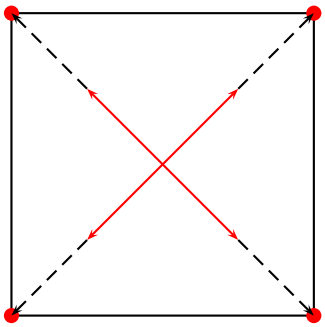
24.a.- El campo eléctrico en el centro del cuadrado.

24.b.- La energía potencial eléctrica total del conjunto de las cargas.

24.c.- El módulo de la fuerza eléctrica que experimenta cualquiera de los electrones.

Solución:

24.a.- Como puede verse en el siguiente dibujo:



La intensidad de campo en el centro del cuadrado será nula, al anularse por parejas los vectores intensidad de campo.

24.b.- La energía potencial de uno de los electrones, debido a la presencia de los otros tres, será:

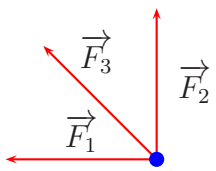
$$U = 2\,\frac{9\cdot 10^9(-1,6\cdot 10^{-19})^2}{10^{-2}} + \frac{9\cdot 10^9(-1,6\cdot 10^{-19})^2}{1,41\cdot 10^{-2}} = 6,24\cdot 10^{-26}\ J$$

(puesto que dos de los electrones se encuentran a una distancia de 10^{-2} m y el tercero a una distancia de $1,41\cdot 10^{-2}$ m)

Por tanto, la energía potencial del conjunto de las cuatro cargas , será:

$$U_T = 4\cdot 6,24\cdot 10^{-26} = 2,49\cdot 10^{-25}\ J$$

24.c.- Como puede verse en el dibujo, las fuerzas que experimenta un electrón debido a la presencia de los otros tres, son de repulsión.



Siendo:

$$\overrightarrow{F_1} = |\overrightarrow{F_1}|\ \overrightarrow{u_1}; \qquad \overrightarrow{F_2} = |\overrightarrow{F_2}|\ \overrightarrow{u_2} \qquad \text{y} \qquad \overrightarrow{F_3} = |\overrightarrow{F_3}|\ \overrightarrow{u_3}$$

Los vectores unitarios son:

$$\overrightarrow{u_1} = -\overrightarrow{i} \qquad \overrightarrow{u_2} = \overrightarrow{j} \qquad \text{y} \qquad \overrightarrow{u_3} = \frac{(0-1)\,\overrightarrow{i} + (1-0)\,\overrightarrow{j}}{\sqrt{2}}$$

Por lo que:

$$\overrightarrow{F_1} = -\frac{9\cdot 10^9(-1,6\cdot 10^{-19})^2}{(10^{-2})^2}\overrightarrow{i} = -2,3\cdot 10^{-24}\overrightarrow{i}$$

$$\overrightarrow{F_2} = \frac{9\cdot 10^9(-1,6\cdot 10^{-19})^2}{(10^{-2})^2}\overrightarrow{i} = 2,3\cdot 10^{-24}\overrightarrow{j}$$

$$\overrightarrow{F_3} = \frac{9\cdot 10^9(-1,6\cdot 10^{-19})^2}{(1,41\cdot 10^{-2})^2}\overrightarrow{i} = 1,16\cdot 10^{-24}\left(-\frac{\overrightarrow{i}}{\sqrt{2}} + \frac{\overrightarrow{j}}{\sqrt{2}}\right)$$

$$\overrightarrow{F_3} - 8,2\cdot 10^{-25}\overrightarrow{i} + 8,2\cdot 10^{-25}\overrightarrow{i}$$

La fuerza resultante será:

$$\overrightarrow{F} = \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3} = -3,12\cdot 10^{-24}\overrightarrow{i} + 3,12\cdot 10^{-24}\overrightarrow{j}$$

Y su módulo: $\sqrt{(-3,12\cdot 10^{-24})^2 + (3,12\cdot 10^{-24})^2} = 4,41\cdot 10^{-24}N$

25.- Un protón en reposo es acelerado en el sentido positivo del eje X, hasta una velocidad de 10^5 m/s. En ese momento, penetra en un espectrómetro de masas donde existe un campo magnético cuyo vector es $\overrightarrow{B} = 0,01\overrightarrow{k}$ T

25.a.- Obtenga la fuerza (en vector) que actúa sobre el protón en el espectrómetro.

25.b.- Calcule la diferencia de potencial que fue necesaria para acelerar el protón hasta los 10^5 m/s antes de entrar en el espectrómetro.

25.c.- Si en lugar del protón entra en el espectrómetro un electrón, con la misma velocidad, calcule el nuevo campo magnético que habría que aplicar para que la trayectoria del electrón se confundiera con la del protón anterior.

Datos: $|e| = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C; $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27}$ kg; $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg; $1/(4\pi\varepsilon_0) = 9 \cdot 10^9$ N m^2/C^2

Solución:

25.a.- El vector fuerza viene dado por

$$\overrightarrow{F} = q\overrightarrow{v} \times \overrightarrow{B} = 1,6 \cdot 10^{-19} 10^5 \overrightarrow{i} \times 0,01\overrightarrow{k} = -1,6 \cdot 10^{-16}\overrightarrow{j} \text{ N}$$

25.b.- A partir de la expresión $q(V_A - V_B) = 1/2mv^2$, podemos despejar la diferencia de potencial:

$$V_A - V_B = \frac{1/2mv^2}{q} = \frac{1/2 \cdot 1,67 \cdot 10^{27} \cdot (10^5)^2}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 52,18 \text{ V}$$

25.c.- El radio de la trayectoria del protón viene dado por:

$$r = \frac{mv}{qB} = \frac{1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 10^5}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,01} = 0,104 \text{ m}$$

Despejando en la expresión anterior el módulo de B (sustituyendo previamente la masa del protón por la del electrón, tendremos:

$$|\overrightarrow{B}| = \frac{mv}{qr} = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 10^5}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,104} = 5,47 \cdot 10^{-6} \text{ T}$$

El vector B tendrá el módulo que acabamos de calcular y la misma dirección que el primer campo, pero su sentido será el contrario que el de aquel, por ser la carga del electrón de signo contrario a la del protón. De esta forma:

$$\overrightarrow{B} = -5,47 \cdot 10^{-6}\overrightarrow{k} \text{ T}$$

26.- A una gotita de aceite se han adherido varios electrones, de forma que adquiere una carga de $9,6 \cdot 10^{-19}$ C. La gotita cae inicialmente por su peso, pero se frena y queda en suspensión gracias a la aplicación de un campo eléctrico. La masa de la gotita es de $3,33 \cdot 10^{-15}$ kg y puede considerarse puntual.

26.a.- Determine cuántos electrones se han adherido.

26.b.- ¿Cuál es el valor del campo eléctrico aplicado para que la gotita quede detenida?

26.c.- Calcule la fuerza eléctrica entre esta gotita y otra de idénticas propiedades, si la separación entre ambas es de 10 cm. Indique si la fuerza es atractiva o repulsiva.

Datos: $|e| = 1,6 \cdot 10^{-19}$C, $1/(4\pi\epsilon_0) = 9 \cdot 10^9$ N m^2/C^2

Solución:

26.a.- El número de electrones viene dado por:

$$n = \frac{q}{q_e} = \frac{9,6 \cdot 10^{-19}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 6$$

26.b.- Para que la gota quede en reposo, debe cumplirse que m$|\overrightarrow{g}|$ = q$|\overrightarrow{E}|$, por lo que:

$$3,35 \cdot 10^{-15} \cdot 9,8 = 9,6 \cdot 10^{-19}|\overrightarrow{E}| \text{ y } |\overrightarrow{E}| = \frac{3,35 \cdot 10^{-15} \cdot 9,8}{9,6 \cdot 10^{-19}} = 3,4 \cdot 10^4 \text{ N/C}$$

26.c.- La fuerza será repulsiva pues las cargas son del mismo signo. El módulo de la fuerza será:

$$|\overrightarrow{F}| = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot (9,6 \cdot 10^{19})^2}{0,1^2} = 8,29 \cdot 10^{-25} \text{ N}$$

27.- Sea un átomo de hidrógeno con el electrón girando alrededor del núcleo en una órbita circular de radio igual a $5,29 \cdot 10^{-11}$ m. Despreciamos la interacción gravitatoria.

27.a.- Calcule el módulo del campo eléctrico que crea el protón en los puntos de la órbita del electrón.

27.b.- Teniendo en cuenta que la fuerza eléctrica actúa como fuerza centrípeta, calcule el momento angular del electrón en la órbita circular.

27.c.- El electrón gana del exterior una energía de $1,63 \cdot 10^{-18}$ J y salta a la siguiente órbita. Obtenga el radio de dicha órbita.

Datos: $|e| = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C, m$_e$ = 9,1 $\cdot 10^{-31}$ kg, $1/(4\pi\epsilon_0) = 9 \cdot 10^9$ N m^2 C^{-2}.

Solución:

27.a.- El módulo del campo eléctrico será:

$$|\overrightarrow{E}| = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{(5,29 \cdot 10^{-11})^2} = 5,14 \cdot 10^{11} \text{ N/C}$$

27.b.- El módulo del momento angular será:

$$|\overrightarrow{L}| = |\overrightarrow{r}||\overrightarrow{mv}| \operatorname{sen} 90^o$$

para poder hallar dicho módulo, deberemos hallar la velocidad del electrón.

$$F = \frac{9 \cdot 10^9 (1,6 \cdot 10^{-19})^2}{(5,29 \cdot 10^{-11})^2} = \frac{mv^2}{r} = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} v^2}{5,29 \cdot 10^{-11}}$$

despejando, tendremos:

$$v = \sqrt{\frac{9 \cdot 10^9 (1,6 \cdot 10^{-19})^2}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 5,29 \cdot 10^{-11}}} = 2,19 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

por lo que el momento angular será:

$$|\overrightarrow{L}| = 5,29 \cdot 10^{-11} \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 2,19 \cdot 10^6 = 1,05 \cdot 10^{-34} \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$$

27.c.- La energía del electrón será la suma de sus energía cinética y potencial. Teniendo en cuenta que el módulo de la fuerza entre el protón y electrón será igual al producto de la masa del electrón por su aceleración centrípeta:

$$\frac{Kqq'}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \qquad \text{de donde} \qquad v = \sqrt{\frac{Kqq'}{mr}}$$

La energía total será:

$$E = \frac{Kqq'}{r} + \frac{mv^2}{2} = -\frac{Kqq'}{2r}$$

(teniendo en cuenta que la energía potencial del electrón es negativa, al tener protón y electrón cargas de distinto signo). Así pues:

$$E = -\frac{9 \cdot 10^9 (1,6 \cdot 10^{-19})^2}{2 \cdot 5,29 \cdot 10^{-11}} = 2,17 \cdot 10^{-18} \text{ J}$$

La nueva energía será:

$$E = -2,17 \cdot 10^{-18} + 1,63 \cdot 10^{-18} = -5,4 \cdot 10^{-19} = -\frac{9 \cdot 10^9 (1,6 \cdot 10^{-19})^2}{2r'}$$

Despejando, tendremos:

$$r' = \frac{-9 \cdot 10^9 (1,6 \cdot 10^{-19})^2}{-2 \cdot 5,4 \cdot 10^{-19}} = 2,13 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

28.- Considere un átomo de hidrógeno con el electron girando alrededor del núcleo en una orbita circular de radio igual a 5,29;$\cdot 10^{-11}$ m. Despreciamos la interacción gravitatoria. Calcule:

28.a.- La energía potencial eléctrica entre el proton y el electron.

28.b.- La velocidad del electron en la orbita circular.

28.c.- El campo magnético al que se ve sometido el proton.

Datos: $|e| = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C, $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg, $1/(4\pi\epsilon_0) = 9 \cdot 10^9$ N m^2 C^{-2}, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ T m A^{-1}.

Solución:

28.a.- La energía potencial eléctrica vendrá dada por:

$$U = \frac{Kqq'}{r} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}(-1,6 \cdot 10^{-19})}{5,29 \cdot 10^{-11}} = -4,35 \cdot 10^{-18} \text{ J}$$

28.b.- La velocidad del electrón en la órbita obtendrá de:

$$\frac{Kqq'}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \quad \text{de donde} \quad v = \sqrt{\frac{Kqq'}{mr}} = \sqrt{\frac{9 \cdot 10^9 \cdot (1,6 \cdot 10^{-19})^2}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 5,29 \cdot 10^{-11}}} = 2,188 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

28.c.- El campo magnético creado sobre el protón equivaldrá al creado por una espira en su centro, es decir:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2r}$$

Siendo la intensidad el cociente de la carga entre el tiempo.

$$I = \frac{1,6 \cdot 10^{-19}}{2\pi \cdot 5,29 \cdot 10^{-11}/2,188 \cdot 10^6} = 1,05 \cdot 10^{-3} \text{ A}$$

Por tanto:

$$B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1,05 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 5,29 \cdot 10^{-11}} = 12,47 \text{ T}$$

29.- En el nuevo acelerador de partículas LHC se generan campos magnéticos de 2 T mediante un solenoide de 5,3 m de longitud por el que circula una corriente de 7700 A.

29.a.- ¿Cuantos electrones circulan cada segundo por el cable del solenoide?

29.b.- Calcule la fuerza que experimenta un electron que entra al acelerador a 1 m/s perpendicularmente al campo magnetico.

29.c.- Obtenga el numero de espiras que contiene el solenoide. Datos: $|e| = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ T·m /A

Solución:

29.a.- Teniendo en cuenta que la intensidad es el cociente carga/tiempo, tendremos:

$$7700 = \frac{q}{t} = \frac{n \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{1}$$

de donde se despeja el número de electrones n:

$$n = \frac{7700}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 4,81 \cdot 10^{22}$$

29.b.- La fuerza debida a un campo magnético es $\overrightarrow{F} = q\overrightarrow{v} \times \overrightarrow{B}$, por lo que en este caso tendremos:

$$|\overrightarrow{F}| = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1 \cdot 2 \cdot \text{sen}\, 90^{o} = 3,2 \cdot 10^{-19} \text{ N}$$

29.c.- El campo magnético creado por un solenoide tiene la siguiente expresión:

$$B = \frac{\mu_0 N I}{L}$$

por lo cual:

$$2 = \frac{4\pi \cdot 10^{-}7 \cdot N \cdot 7700}{5,3}$$

al despejar, obtenemos: N = 1095 espiras

30.- El enlace iónico de la molecula de cloruro de sodio (ClNa) se produce por la atracción electrostática entre sus iones Na+ y Cl-.

30.a.- Calcula la separación entre los dos iones, sabiendo que la energía potencial de la molécula es de -6.1 eV.

30.b.- Disolvemos la sal en agua a una concentración tal que la distancia media entre iones es de 10 nm. Calcula el modulo de la fuerza que se ejercen entre sí dos iones cualesquiera de la disolución.

30.c.- Aplicamos a la disolución un campo eléctrico uniforme de 120 N/C. Calcula el trabajo realizado para un ion que se desplaza 5 cm por la acción del campo. Datos: $1/4\pi\epsilon_0 = 9 \cdot 10^9$ N·m^2/C^2; $|e| = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C; 1 eV $= 1,6 \cdot 10^{-19}$ J; 1 nm $= 10^{-9}$ m

Solución:

30.a.- La energía potencial de la molécula es:

$$U = 2\,\frac{Kqq'}{r} = 2\,\frac{9\cdot 10^9\cdot 1,6\cdot 10^{-19}(-1,6\cdot 10^{-19})}{r} = -6,1\cdot 1,6\cdot 10^{-19}$$

al despejar obtenemos r = $4,72\cdot 10^{-10}$ m

30.b.- El módulo de la fuerza vendrá dado por:

$$|\overrightarrow{F}| = \frac{9\cdot 10^9(1,6\cdot 10^{-19})^2}{(10^{-9})^2} = 2,304\cdot 10^{-10}\ \text{N}$$

30.c.- El trabajo realizado para desplazar una carga bajo la ción de un campo eléctrico será: W = q(V_A - V_B). Al aplicar un campo eléctrico uniforme, se cumplirá que E = -ΔV/Δr, por lo que -ΔV = V_A - V_B = EΔr =120·0,05 = 6 V. Así pues:

$$W = q(V_A - V_B) = 1,6\cdot 10^{-19}\cdot 6 = 9,6\cdot 10^{-19}\ \text{J}$$

31.- Durante una tormenta cae un rayo que transporta 20 C de carga, a una velocidad de 10^8 m/s, entre la tierra y una nube situada a 5 km de altura. La diferencia de potencial entre la nube y la tierra es de 30 millones de voltios.

31.a.- ¿Cuántos electrones se han desplazado en el rayo?

31.b.- ¿Cuánto vale el campo eléctrico en la zona de la tormenta?

31.c.- Calcula el campo magnético creado por la descarga eléctrica a una distancia de 100 m (considera que el rayo es una corriente totalmente rectilínea).

Datos: $|e| = 1,6\cdot 10^{-19}$ C ; $\mu_0 = 4\pi\cdot 10^{-7}$ T·m/A

Solución:

31.a.- Al ser la carga transportada de 20 C, el numero de electrones será:

$$n = \frac{20}{1,6\cdot 10^{-19}} = 1,25\cdot 10^{20}$$

31.b.- Suponiendo el sistema formado por la nube y la tierra como un condensador de placas paralelas, en el que la intensidad de campo es constante, se cumplirá que:

$$E = \frac{-\Delta V}{\Delta r} = \frac{3\cdot 10^7}{5\cdot 10^3} = 6000\ \text{N/C}$$

31.c.- El campo magnético creado por una corriente rectilínea viene dado por la expresión:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

por lo que al sustituir tendremos:

$$B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} I}{2\pi \cdot 100} \quad (*)$$

Para poder hallar B necesitamos conocer la intensidad de corriente, I. Para ello, sabiendo que la intensidad es el cociente carga/tiempo, claculamos tiempo necesario para recorrer la distancia nube-tierra, de la forma: $t = \frac{5 \cdot 10^3}{10^8} = 5 \cdot 10^{-5}$ s. La intensidad de la corriente será entonces:

$$I = \frac{20}{5 \cdot 10^{-5}} = 4 \cdot 10^5 \text{ A}$$

por lo que sustituyendo en (*)obtendremos que B $= 1,6 \cdot 10^{-3}$ T

32.- Por un cable rectilíneo circula una corriente de 15 amperios. Por otro lado, un electrón libre se mueve en t = 0 en una dirección paralela al cable tras ser acelerado desde el reposo por una diferencia de potencial de 75 V. Calcula:

32.a.- El número de electrones que atraviesan cada segundo una sección del cable.

32.b.- La velocidad que adquirió el electrón libre debido a la diferencia de potencial.

32.c.- La fuerza, debida al campo magnético creado por el cable, que actúa en t = 0 sobre el electrón, sabiendo que la distancia en dicho instante entre el cable y el electrón es de 25 cm.

Datos: $|e| = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C; $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ T·m/A

Solución:

32.a.- La carga que circula por el conductor en 1 s es: q = I· t = 15·1 = 15 C. El número de electrones se hallará de la forma:

$$n^o e^- = \frac{15}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 9,375 \cdot 10^{19}$$

32.b.- Para calcular la velocidad, recurrimos a la expresión W = q(-ΔV) = $\frac{1}{2}$ mv^2. Sustituyendo los valores y despejando, tendremos:

$$v = \sqrt{\frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 75 \cdot 2}{9,1 \cdot 10^{-31}}} = 5,135 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

32.c.- El módulo del campo magnético creado por el conductor a una distancia d será:

$$|\overrightarrow{B}| = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}$$

Sustituyendo, tendremos:

$$|\overrightarrow{B}| = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 15}{2\pi \cdot 0,25} = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ T}$$

teniendo en cuenta que el campo magnético es perpendicular al movimiento del electrón, tendremos:

$$|\overrightarrow{F}| = q|\overrightarrow{v} \times \overrightarrow{B}| = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 5,135 \cdot 10^{6} \cdot 1,2 \cdot 10^{-5} = 9,86 \cdot 10^{-18} \text{ N}$$

33.- Entre los electrodos de los extremos de un tubo fluorescente se aplica un voltaje de 230 V.

33.a.- Calcula la energía cinética que, debido a la diferencia de potencial, adquiere un electrón que parte del reposo desde un extremo del tubo y llega al otro extremo.

33.b.- En el interior del tubo hay átomos de mercurio, que después de ser excitados por los electrones, emiten luz de 367 nm. Obtén la energía de cada fotón de dicha luz.

33.c.- Considera el electrón del apartado a) que ha viajado de extremo a extremo y ha alcanzado su velocidad máxima. En ese instante, apagamos el tubo y aplicamos un campo magnético de 0,05 T, perpendicular al mismo. ¿Cuál es el radio de la trayectoria que describe el electrón?

Datos: $|e| = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C; $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg; $h = 6,626 \cdot 10^{-34}$ J· s

Solución:

33.a.- El trabajo realizado sobre el electrón puede expresarse de la forma:

$$\text{W} = q(V_A - V_B) = \Delta E_c = 1/2mv^2$$

Sustituyendo valores, tendremos $E_c = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 230 = 3,68 \cdot 10^{-17}$ J

33.b.- La energía de cada fotón viene expresada por:

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{9}}{367 \cdot 10^{-9}} = 5,416 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

33.c.- El módulo de la fuerza que ejerce el campo magnético sobre una carga en movimiento viene dado por

$$|\overrightarrow{F}| = q|\overrightarrow{v}||\overrightarrow{B}|\,\text{sen}\alpha = \frac{mv^2}{r} \quad (1)$$

Despejando la velocidad del electrón en el primer apartado:

$$5,416 \cdot 10^{-19} = \frac{1}{2}\,9,1 \cdot 10^{-31} v^2$$

obtenemos v $= 1,09 \cdot 10^6$ m/s. Sustituyendo esta velocidad en la expresión (1), tendremos:

$$1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,05 = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 1,09 \cdot 10^6}{r}$$

obteniéndose finalmente:

$$r = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 10,9 \cdot 10^6}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,05} = 1,24 \cdot 10^{-4}\ \text{m}$$

34.- La bobina (solenoide) de un transformador tiene 1000 espiras, una longitud de 5 cm y tiene un núcleo de hierro en su interior.

34.a.- Calcula el campo creado por el solenoide en su interior.

34.b.- Sabiendo que la corriente es de 2 A, estima el número de electrones que circulan por el hilo en 1 minuto.

34.c.- Si la sección del núcleo es de 9 cm^2, obtén el flujo magnético.

Datos: permeabilidad magnética del hierro $\mu = 5 \cdot 10^{-4}$ T·m/A; e $= 1,6 \cdot 10^{-19}$ C.

Solución:

34.a.- La intensidad del campo magnético será:

$$B = \frac{\mu N I}{L} = \frac{5 \cdot 10^{-4} \cdot 1000 \cdot 2}{0,05} = 20\ \text{T}$$

34.b.- Sabiendo que la intensidad es el cociente de carga entre tiempo, tendremos:

$$2 = \frac{n \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{60}$$

con lo que obtendremos que:

$$n = 7,5 \cdot 10^{20}\ \text{electrones}$$

.

34.c.- El flujo magnético será:

$$\varphi = \overrightarrow{B} \cdot \overrightarrow{S} = 20 \cdot 9 \cdot 10^{-4} = 0,018 \text{ wb}$$

35.- El Large Hadron Collider (LHC) del CERN es un enorme acelerador de artículas en el que se llevan a cabo experimentos de física de partículas. Uno de ellos ha permitido este año demostrar la existencia del bosón de Higgs. En el LHC se generan campos magnéticos de 2 T mediante un solenoide de 5,3 m de longitud orel que circula una corriente de 7700 A.

35.a.- ¿Cuántos electrones circulan cada segundo por el cable del solenoide?

35.b.- Calcula la fuerza que experimenta un electrón que entra al acelerador a 1 m/s, perpendicularmente al campo magnético.

35.c.- Obtén el número de espiras que contiene el solenoide.

Datos: $|e| = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ T·m/A

Solución:

35.a.- Teniendo en cuenta que la intensidad es el cociente carga/tiempo, tendremos:

$$7700 = \frac{q}{t} = \frac{n \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{1}$$

de donde se despeja el número de electrones n:

$$n = \frac{7700}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 4,81 \cdot 10^{22}$$

35.b.- La fuerza debida a un campo magnético es $\overrightarrow{F} = q\overrightarrow{v} \times \overrightarrow{B}$, por lo que en este caso tendremos:

$$|\overrightarrow{F}| = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1 \cdot 2 \cdot \text{sen}\, 90^{\text{o}} = 3,2 \cdot 10^{-19} \text{ N}$$

35.c.- El campo magnético creado por un solenoide tiene la siguiente expresión:

$$B = \frac{\mu_0 N I}{L}$$

por lo cual:

$$2 = \frac{4\pi \cdot 10^{-}7 \cdot N \cdot 7700}{5,3}$$

al despejar, obtenemos: N = 1095 espiras