Unidad 3 – Divisibilidad

PÁGINA 38

¿QUÉ NECESITAS SABER?

Operaciones con números naturales

De los siguientes números, ¿cuáles son divisibles entre 2, 3 y 5?

a) 4 b) 6 c) 10 d) 30

Multiplicación de números naturales

¿Son múltiplos los siguientes pares?

a) 4 y 20 b) 3 y 9 c) 10 y 5 d) 15 y 2

División de números naturales

Si tengo una garrafa de 10 l de agua, ¿cuántos tipos de botellas puedo usar para envasar el agua en recipientes más pequeños?

SOLUCIONES

- a) Entre 2 b) Entre 2 y 3 c) Entre 2 y 5 d) Entre 2, 3 y 5
- a) 20 múltiplo de 4 b) 9 múltiplo de 3 c) 10 múltiplo de 5 d) No son múltiplos
- 1, 2, 5, 10 litros

PÁGINA 40

ACTIVIDADES

1. De los siguientes números, di cuales son múltiplos de 4:
a) 20 b) 16 c) 23 d) 35 e) 36

2. ¿Verdadero o falso?
a) 35 es múltiplo de 5. c) 30 es múltiplo de 9.
b) 40 es múltiplo de 8. d) 12 y 20 son múltiplos de 4.

3. Calcula 4 múltiplos de:
a) 2 b) 5 c) 12 d) 7

4. Busca los múltiplos de 5 comprendidos entre 341 y 363.

SOLUCIONES

1. a) Sí b) Sí c) No d) No e) Sí

2. a) Verdadero b) Verdadero c) Falso d) Verdadero

3. a) 4, 6, 8 y 10 b) 10, 15, 20 y 25 c) 24, 36, 48 y 60 d) 14, 21, 28 y 35

4. 345, 350, 355 y 360

PÁGINA 41

ACTIVIDADES

5. Calcula todos los divisores de 24.

6. ¿Verdadero o falso?

a) 15 es divisor de 30.
b) 3 es divisor de 8.
c) 2 y 3 son divisores de 60.
d) El 7 no tiene divisores.

7. Del siguiente conjunto de números, encuentra los que cumplan las condiciones:

2 3 4 6 8 12 30 90

a) ser múltiplo de 2.
b) ser múltiplo de 3.
c) ser múltiplo de 2 y de 3 a la vez.

8. Si un número es múltiplo de 4, ¿es también múltiplo de 2? Razona tu respuesta.

9. De entre los números siguientes:

1 2 3 5 10 15 20

a) ¿cuáles son divisores de 15?
b) ¿cuáles son divisores de 20?
c) ¿cuáles son divisores de 15 y de 20?

10. Tengo un bidón de 20 l de agua y lo quiero embotellar. ¿Cuántas capacidades distintas de botellas podré usar?

SOLUCIONES

5. 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 y 24

6. a) Verdadero b) Falso c) Verdadero d) Falso

7. a) 2, 4, 6, 8, 12, 30 y 90 b) 3, 6, 12, 30 y 90 c) 6, 12, 30 y 90

8. Sí, porque cualquier múltiplo de 4 es par y por tanto múltiplo de 2.

9. a) 1, 3, 5 y 15 b) 1, 2, 5, 10 y 20 c) 1 y 5

10. 1, 2, 4, 5, 10 y 20

PÁGINA 42

ACTIVIDADES

11. ¿Cuáles de los siguientes números son divisibles entre 2?
a) 4 b) 8 c) 15 d) 20 e) 23 f) 68 g) 99 h) 124 i) 297

12. ¿Cuáles de los siguientes números son divisibles entre 3?
a) 4 b) 9 c) 15 d) 20 e) 24 f) 68 g) 99 h) 126 i) 297

13. ¿Cuáles de los siguientes números son divisibles entre 4?
a) 4 b) 8 c) 24 d) 76 e) 78 f) 132 g) 234

14. ¿Verdadero o falso? Razona tu respuesta.
a) Todo número divisible entre 8 es también divisible entre 4.
b) Todo número divisible entre 2 y entre 3 a la vez también es divisible entre 6.

SOLUCIONES

11. 4, 8, 20, 68 y 124

12. 9, 15, 24, 99, 126 y 297

13. 4, 8, 24, 76 y 132

14. a) Verdadero, porque 8 es divisible entre 4.
b) Verdadero, $2 \cdot 3 = 6$, por tanto 6 es divisible entre 2 y 3.

PÁGINA 43

ACTIVIDADES

15. ¿Cuáles de los siguientes números son divisibles entre 5?
a) 4 b) 15 c) 20 d) 25 e) 68 f) 95 g) 100 h) 297

16. ¿Cuáles de los siguientes números son divisibles entre 6?
a) 12 b) 19 c) 25 d) 24 e) 68 f) 99 g) 126 h) 297

17. ¿Cuáles de los siguientes números son divisibles entre 10?
a) 40 b) 80 c) 124 d) 760 e) 70 f) 100 g) 234

18. ¿Cuáles de los siguientes números son divisibles entre 11?
a) 11 b) 33 c) 66 d) 75 e) 121 f) 134 g) 143

SOLUCIONES

15. 15, 20, 25 y 95

16. 12, 24 y 126

17. 40, 80, 760, 70 y 100

18. 11, 33, 66, 121 y 143

PÁGINA 44

ACTIVIDADES

19. De los siguientes números separa los que son primos de los compuestos:

a) 1 c) 2 e) 4 g) 7 i) 9
b) 13 d) 16 f) 23 h) 25 j) 35

20. Busca números que cumplan las siguientes condiciones:

a) Ser primos menores de 30.
b) Ser compuestos entre 40 y 50.
d) 5 números compuestos que sean múltiplos de 6.
e) Ser primos entre 30 y 40.

21. ¿Es primo el número 33? Razona tu respuesta.

SOLUCIONES

19. Primos: 1, 2, 7, 13 y 23 Compuestos: 4, 9, 16, 25 y 35

20. a) 11, 13 y 17 b) 42, 44 y 45 c) 6, 12, 24, 48 y 96 d) 31 y 37

21. No, es divisible entre 3 y 11.

PÁGINA 45

ACTIVIDADES

22. Descompón en factores primos:

a) 12 d) 320 g) 60
b) 24 e) 63 h) 180
c) 50 f) 297 i) 4.536

23. ¿A qué número corresponden las siguientes descomposiciones?

a) $2^2 \cdot 3^3$ c) $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$ e) $2^2 \cdot 5 \cdot 7$ g) $7 \cdot 11$
b) $3^3 \cdot 7^2$ d) $3^3 \cdot 5^4$ f) $3^2 \cdot 11$ h) $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 13$

24. Descompón en factores primos:

a) 900 b) 1.575 c) 12.600

25. Utilizando la descomposición factorial, encuentra todos los divisores de:

a) 100 b) 198 c) 48

SOLUCIONES

22. a) $2^2 \cdot 3$ c) $2 \cdot 5^2$ e) $3^2 \cdot 7$ g) $2^2 \cdot 3 \cdot 5$ i) $2^3 \cdot 3^4 \cdot 7$
b) $2^3 \cdot 3$ d) $2^6 \cdot 5$ f) $3^3 \cdot 11$ h) $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$

23. a) 108 b) 1.323 c) 900 d) 16.875 e) 140 f) 99 g) 77 h) 2.340

24. a) $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$ b) $3^2 \cdot 5^2 \cdot 7$ c) $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7$

25. a) 1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50 y 100 c) 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24 y 48
b) 1, 2, 3, 6, 9, 11, 18, 22, 33, 66, 99 y 198

PÁGINA 46

ACTIVIDADES

26. Halla todos los divisores comunes de:

a) 4 y 8 b) 6 y 9 c) 8 y 10 d) 20 y 15

27. Sin factorizar, calcula el máximo común divisor de:

a) 4 y 8 b) 6 y 9 c) 8 y 10 d) 20 y 15

SOLUCIONES

26. a) 1, 2 y 4 b) 1 y 3 c) 1 y 2 d) 1 y 5

27. a) 4 b) 3 c) 2 d) 5

PÁGINA 47

ACTIVIDADES

28. Calcula el máximo común divisor de:

a) 16 y 24 c) 24 y 36

b) 12 y 18 d) 120 y 220

29. Tenemos 20 bolígrafos rojos, 30 bolígrafos azules y 15 bolígrafos negros. Queremos guardarlos en cajas iguales y lo más grandes posibles de manera que los colores no se mezclen. ¿Cuántos bolígrafos contendrá cada caja? ¿Cuántas cajas de cada color usaré?

30. Calcula el máximo común divisor de:

a) 4, 8 y 12 b) 8, 12 y 24 c) 60, 90 y 150

SOLUCIONES

28. a) 8 b) 6 c) 12 d) 20

29. 5 bolígrafos por caja: 4 cajas para bolígrafos rojos, 6 para bolígrafos azules y 3 para bolígrafo negros.

30. a) 4 b) 4 c) 30

PÁGINA 48

ACTIVIDADES

31. Halla dos múltiplos comunes para:
a) 4 y 8 b) 6 y 9 c) 8 y 10 d) 20 y 15

32. Sin factorizar, calcula el mínimo común múltiplo de:
a) 4 y 8 b) 6 y 9 c) 8 y 10 d) 20 y 15

33. Explica por qué, si 20 es múltiplo de 4 y 5, 40 también lo es.

34. Halla un múltiplo de 4 y 5 que se encuentre entre 110 y 125.

SOLUCIONES

31. a) 8 y 16 b) 18 y 36 c) 40, 80 d) 60 y 120

32. a) 8 b) 18 c) 40 d) 60

33. Porque 40 es múltiplo de 20 y, por tanto, de todos sus divisores.

34. 120

PÁGINA 49

ACTIVIDADES

37. Calcula el mínimo común múltiplo de:
a) 16 y 24 b) 12 y 18 c) 24 y 36 d) 120 y 220

38. Juan y Luisa van a visitar a su madre cada 4 y 6 días respectivamente. Si fueron a verla juntos el 1 de octubre, ¿qué día volverán a coincidir?

39. Calcula el mínimo común múltiplo de:
a) 4, 8 y 12 b) 8, 12 y 24 c) 60, 90 y 150

SOLUCIONES

35. a) 48 b) 36 c) 72 c) 1.320

36. Volverán a coincidir el 1 + 12 = 13 de octubre.

37. a) 24 b) 24 c) 900

PÁGINA 51

→ EJERCICIOS

Múltiplos y divisores

■ **38.** De los siguientes números, di cuales son múltiplos de 4 y cuáles de 5:

a) 15 c) 25 e) 120
b) 82 d) 60 f) 16

■ **39.** Responde, razonadamente, con verdadero o falso:

a) 360 es múltiplo de 15.
b) 140 es múltiplo de 7.
c) 136 es múltiplo de 9.
d) 135 es múltiplo de 3 y 5, pero no de 15.

■ **40.** Calcula los 4 primeros múltiplos de 15 mayores de 100.

■ **41.** Responde, razonadamente, con verdadero o falso:

a) 15 es divisor de 130.
b) 13 es divisor de 52.
c) El número 9 sólo tiene un divisor.
d) 4 y 5 son divisores de 20 pero no de 60.

■ **42.** Di si existe relación de divisibilidad entre:

a) 672 y 12 c) 30 y 120 e) 15 y 180
b) 588 y 6 d) 6 y 144 f) 12 y 350

■ **43.** Encuentra todos los divisores de 32. Reúnelos por parejas.

Criterios de divisibilidad

■ **44.** Del siguiente conjunto de números:

5 3 10 15 9
150 33 190 45 435

a) ¿cuáles son múltiplos de 3?
b) ¿cuáles son múltiplos de 5?
c) ¿cuáles son múltiplos de 3 y de 5 a la vez?

■ **45.** De entre los números siguientes:

1 2 3 5 10
15 20 21 35

a) ¿cuáles son divisores de 105?
b) ¿cuáles son divisores de 210?
c) ¿cuáles son divisores de 105 y de 210?

■ **46.** Encuentra todos los divisores de 40. Reúnelos por parejas.

■ **47.** Encuentra todos los múltiplos comunes de 3 y de 5 que estén entre los números 225 y 300.

■ **48.** Dispongo de un barril de vino con capacidad para 32 litros. Indica con cuáles de las siguientes medidas puedo rellenarlo sin que sobre nada:

a) 2 litros b) 3 litros c) 4 litros d) 5 litros

■ **49.** Sin hacer ninguna operación, di cuáles de los siguientes números son divisibles entre 2:

a) 234 c) 892 e) 345 g) 2.354
b) 761 d) 900 f) 633

■ **50.** Sin hacer la división, di cuáles de los siguientes números son divisibles entre 3:

a) 234 c) 892 e) 633 g) 2.354
b) 761 d) 900 f) 345

■ **51.** Estudia mentalmente la divisibilidad entre 4 de los siguientes números:

a) 232 c) 892 e) 345 g) 2.354
b) 760 d) 900 f) 633

■ **52.** Sin hacer ninguna operación, di cuáles de los siguientes números son divisibles entre 5:

a) 235 c) 892 e) 345 g) 2.350
b) 760 d) 900 f) 633

■ **53.** Sin hacer ninguna operación, di cuáles de los siguientes números son divisibles entre 10:

a) 230 c) 890 e) 345 g) 2.354
b) 761 d) 900 f) 630

■ **54.** Sin hacer ninguna operación, di cuáles de los siguientes números son divisibles entre 11:

a) 264 c) 812 e) 345 g) 2.354
b) 761 d) 900 f) 638

■ **55.** Sustituye las letras de los números siguientes para que sean divisibles entre 2:

a) 23*A* b) 34*B* c) 98*C* d) 3*D* e) 56*E*

■ **56.** ¿De cuántas formas podemos empaquetar 24 DVD en paquetes iguales?

Números primos y compuestos

■ **57.** De los siguientes números, indica los que son primos y los que son compuestos:

a) 3 c) 7 e) 8 g) 11
b) 25 d) 35 f) 37 h) 39

■ **58.** Escribe el número 48:

a) como producto de dos números.
b) como producto de tres números.
c) como producto del mayor número posible de números.

■ **59.** Busca todos los números primos menores de 30.

SOLUCIONES

38. Múltiplos de 4: 60, 120, 16 Múltiplos de 5: 15, 25, 60, 120

39. a) Verdadero b) Verdadero c) Falso d) Falso

40. 105, 120, 135 y 150

41. a) Falso b) Verdadero c) Falso d) Falso

42. a) 672 es divisible entre 12
b) 588 es divisible entre 6
c) 120 es divisible entre 30
d) 144 es divisible entre 6
e) 180 es divisible entre 15
f) No hay divisibilidad

43. 1 y 32, 2 y 16, 4 y 8

44. a) 3, 15, 9, 150, 33, 45 y 435 b) 5, 10, 15, 150, 190, 45 y 435 c) 15, 150, 45 y 435

45. a) 1, 3, 5, 15, 21 y 35 b) 1, 2, 3, 5, 10, 15, 21 y 35 c) 1, 3, 5, 15, 21, 35

46. 1 y 40, 2 y 20, 4 y 10, 5 y 8

47. 225, 240, 255, 270, 285 y 300

48. 2 y 4

49. 234, 892, 900 y 2.354

50. 234, 900, 633 y 345

51. 232, 760, 892 y 900

52. 235, 760, 900, 345 y 2.350

53. 230, 890, 900 y 630

54. 264, 638, 638 y 2.354

55. a) A =2, 4… b) B = 2, 4, 6, 8… c) C = 2, 4, 6, 0… d) D = 0, 2, 4… e) E = 8, 6, 4…

56. De 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 y 24

57. Primos: 3, 7, 37 y 11 Compuestos: 25, 35, 8 y 39

58. a) $2 \cdot 24$ b) $2 \cdot 3 \cdot 8$ c) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$

59. 1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 27 y 29

PÁGINA 52

■ **60.** Sustituye las letras de los números siguientes para que sean divisibles entre 3:

a) 2*A*5 b) 3*B*4 c) 45*C* d) 9*D* e) 98*ED*

■ **61.** Busca todos los números primos entre 40 y 60.

Descomposición factorial

■ **62.** Descompón en factores primos:

a) 32 d) 48 g) 396
b) 36 e) 66 h) 288
c) 25 f) 240 i) 540

■ **63.** ¿Con qué número se corresponden las siguientes descomposiciones?

a) $2^3 \cdot 3^3$ c) $2 \cdot 3^2 \cdot 5$ e) $2^2 \cdot 5^3$
b) $3^2 \cdot 7^2$ d) $3^2 \cdot 5^2$ f) $2^3 \cdot 3^2 \cdot 11$

■ **64.** Descompón en factores primos:

a) 6.048 b) 3.375 c) 8.316

Máximo común divisor

■ 65. Busca los divisores comunes de:

a) 8 y 12 b) 6 y 24 c) 20 y 50

■ **66.** Sin factorizar, calcula el máximo común divisor de:

a) 8 y 12 b) 6 y 24 c) 20 y 50

■ **67.** Calcula el máximo común divisor de:

a) 32 y 24 c) 36 y 90
b) 12 y 32 d) 180 y 264

■ **68.** Calcula el máximo común divisor de:

a) 4, 6 y 12 b) 6, 12 y 36 c) 60, 90 y 120

Mínimo común múltiplo

■ **69.** Obtén tres múltiplos comunes de:

a) 3 y 6 b) 4 y 10 c) 8 y 12

■ **70.** Sin factorizar, calcula el mínimo común múltiplo de:

a) 3 y 6 b) 4 y 10 c) 8 y 12

■ **71.** Calcula el mínimo común múltiplo de:

a) 18 y 24 b) 12 y 16 c) 32 y 36

■ **72.** Calcula el mínimo común múltiplo de:

a) 4, 6 y 12 b) 6, 12 y 36 c) 60, 90 y 120

■ **73.** ¿Cuál es el menor número de 3 cifras que es múltiplo de 5 y 6 a la vez?

■ **74.** El ascensor A para cada 3 pisos y el B cada 4. ¿En que plantas coincidirán si el edificio tiene 80 plantas?

→ PROBLEMAS

■ **75.** Tengo 10 monedas de 1 cts., 15 monedas de 2 cts. y 20 monedas de 5 cts. Quiero empaquetarlas y, para no confundirme, me gustaría que todos los paquetes contuvieran el mismo número de monedas sin mezclarlas. ¿Cuántas monedas debe haber en cada paquete? ¿Cuántos paquetes habrá de cada valor?

■ **76.** Si tengo 2 docenas de huevos y quiero ponerlos en cajas con igual número de huevos en todas ellas, ¿cuántas cajas necesitaré y de cuántos huevos cada una? Y si quiero que el número de huevos en cada caja sea múltiplo de 2, ¿qué posibilidades tengo?

■ **77.** Por una parada de autobuses pasan los autobuses 17 y 25. El 17 pasa cada 6 min y el 25 cada 9. Si son las 9:00 y acaban de parar juntos, ¿cuándo volverán a coincidir?

■ **78.** ¿Cuántas medidas de baldosas cuadradas existen para solar un almacén de 18 m de ancho por 24 m de largo?

■ **79.** Quiero rellenar una nave con cajas cúbicas del mayor tamaño posible. Si la nave tiene 30 m de largo, 15 m de ancho y 6 m de alto, ¿qué dimensiones tendrá cada caja?

SOLUCIONES

60. a) A = 2, 5 y 8 b) B = 2, 5 y 8 c) C = 0, 3, 6 y 9 d) E = 0, D = 2

61. 41, 43, 47,49, 53 y 59

62. a) 2^5 c) 5^2 e) $2 \cdot 3 \cdot 11$ g) $2^2 \cdot 3^2$ l) $2^2 \cdot 3^3 \cdot 5$
b) $2^2 \cdot 3^2$ d) $2^4 \cdot 3$ f) $2^4 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11$ h) $2^5 \cdot 3^2$

63. a) 216 b) 441 c) 90 d) 225 e) 500 f) 792

64. a) $2^5 \cdot 3^3 \cdot 7$ b) $3^3 \cdot 5^3$ c)$2^2 \cdot 3^3 \cdot 7 \cdot 11$

65. a) 1, 2 y 4 b) 1, 2, 3 y 6 c) 1, 2, 5 y 10

66. a) 4 b) 6 c) 10

67. a) 8 b) 4 c) 18 d) 12

68. a) 2 b) 6 c) 30

69. a) 6, 12 y 18 b) 20, 40 y 60 c) 24, 48 y 72

70. a) 6 b) 20 c) 24

71. a) 72 b) 48 c) 288

72. a) 12 b) 36 c) 360

73. 120

74. En las plantas 12, 24, 36, 48, 60 y 72.

75. Habrá 5 monedas por paquete:
2 paquetes de monedas de 1 cts.
3 paquetes de monedas de 2 cts.
4 paquetes de monedas de 5 cts.

76. 12 cajas de 2 huevos 6 cajas de 4 huevos 3 cajas de 8 huevos 1 caja de 24 huevos
8 cajas de 3 huevos 4 cajas de 6 huevos 2 cajas de 12 huevos
Para que el número de huevos de cada caja sea par:
12 cajas de 2 huevos 4 cajas de 6 huevos 2 cajas de 12 huevos
6 cajas de 4 huevos 3 cajas de 8 huevos 1 caja de 24 huevos

77. Dentro de 18 minutos, a las 9:18

78. Baldosas 1, 2, 3 y 6 m de lado

79. 3 m de arista

PÁGINA 53

80. Queremos construir planchas de metal cuadradas a partir de láminas de 22'50 m por 12'50 m. ¿De qué tamaño será la plancha mayor?

81. Un profesor de autoescuela evalúa a sus alumnos cada 8 días del examen teórico y cada 12 del examen práctico. ¿Cada cuántos días hará los dos tipos de examen el mismo día?

82. Las líneas de autobuses 17, 25 y 35 paran en una misma estación a las 18:35. Sus periodos de paso son 8, 10 y 12 min respectivamente. ¿A qué hora volverán a coincidir?

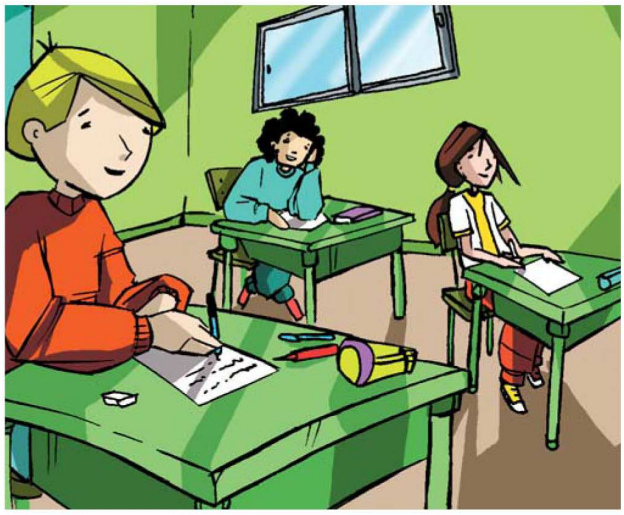
83. Una clase de 1º de ESO tiene 15 alumnas y 10 alumnos. Si quiero hacer grupos del mismo sexo con el mayor número de participantes, ¿cuántos alumnos habrá por grupo?, ¿y cuántos grupos habrá?

84. Quiero construir rectángulos semejantes a uno dado de 10 x 15 cm. ¿Qué medidas podrán tener estos nuevos rectángulos si sus medidas son números naturales?

85. El máximo común divisor de 2 números es 5 y el mínimo común múltiplo es 30. Si uno es 15, ¿cuál será el otro?

86. En una baldosa rectangular puedo colocar baldosines cuadrados de 20 cm de lado y, además, puedo embaldosar una habitación cuadrada de 1'20 m de lado. Si un lado de la baldosa mide 40 cm, ¿cuánto medirá el otro?

87. En una clase de 1º de ESO los alumnos se pueden sentar de dos en dos, de tres en tres y de cinco en cinco sin que sobre ninguno. ¿Cuántos alumnos tiene esta clase si sabemos que hay entre 25 y 35? Razona tu respuesta.



88. Un libro tiene 240 páginas. Si, como máximo, quiero tener 10 capítulos y todos con el mismo número de páginas, ¿de cuántas formas puedo organizar el libro en función de los capítulos y de las hojas que ocupa cada uno?

SOLUCIONES

80. 2' 5 m

81. Cada 24 días

82. Dentro de 120 minutos, a las 20:35

83. 5 alumnos y alumnas por grupo: 3 grupos de alumnas y 2 grupos de alumnos

84. 2 cm de largo por 3 cm de ancho

85. El otro número es 10.

86. 60 cm

87. 30 alumnos, porque está entre 25 y 35, y es múltiplo de 2, 3 y 5.

88. 10 capítulos de 24 páginas
8 capítulos de 30 páginas
6 capítulos de 40 páginas
5 capítulos de 48 páginas
4 capítulos de 60 páginas
3 capítulos de 80 páginas
2 capítulos de 120 páginas
1 capítulo de 240 páginas