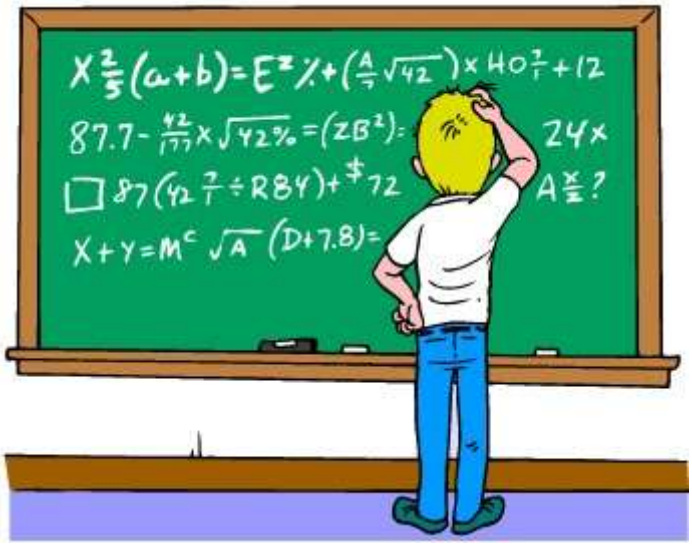
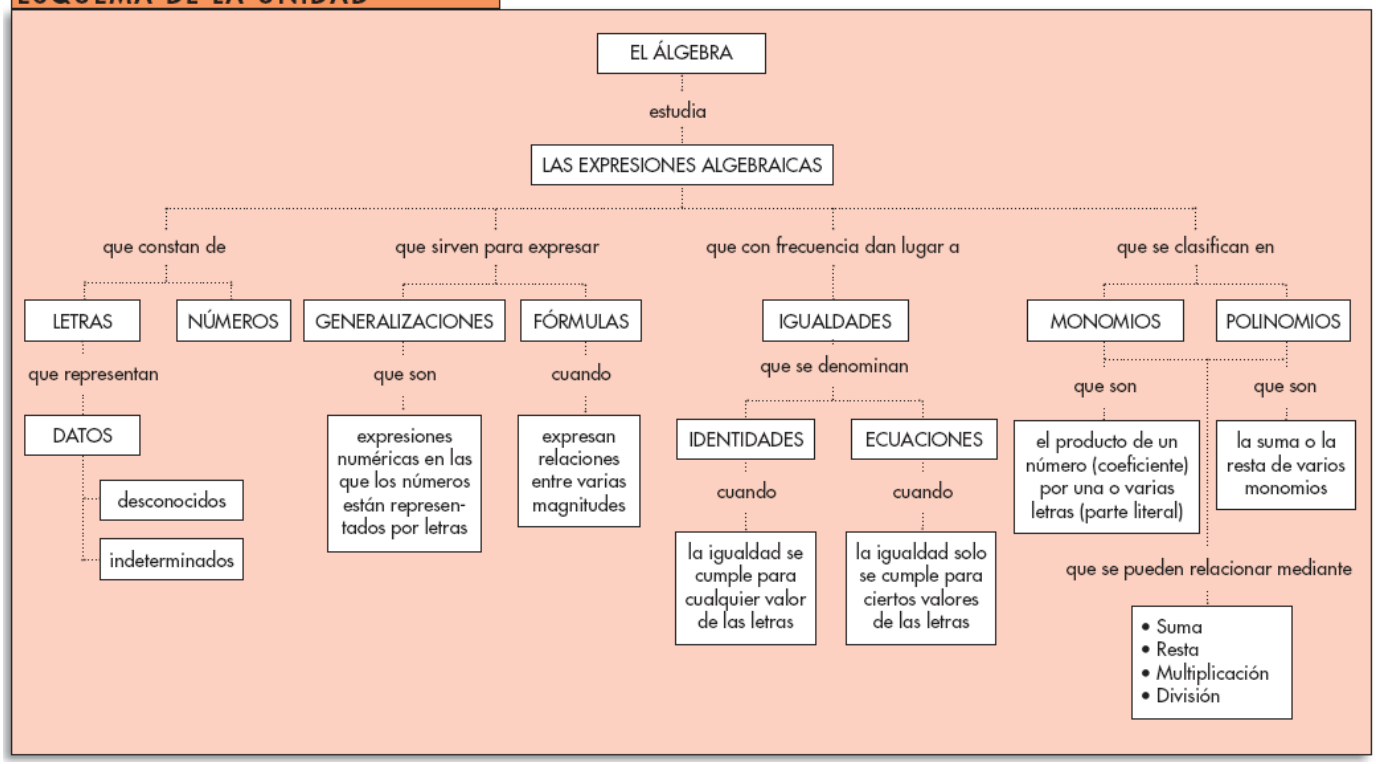
MATEMÁTICAS 2º ESO

EXPRESIONES ALGEBRÁICAS

BALDER
CENTRO ESCOLAR



ESQUEMA DE LA UNIDAD



BLOQUE I

Ejercicio 1.-
Escribe un monomio que verifique:

a) Su coeficiente es -3 y la parte literal es w^2xz.
b) Su coeficiente es 2 y es semejante a 4xz.
c) Tiene grado 8 y es opuesto a $-5x^3y^4z$.

Ejercicio 2.-
Encuentra una expresión algebraica para cada uno de los siguientes enunciados, simplificándola cuando sea posible:

a) Un número impar.
b) La mitad del producto de dos números.
c) En una caja hay b bolas blancas y el triple de bolas negras. ¿Cuántas hay en total?
d) Si p es el precio de unos pantalones y al pagarlos me descuentan el 20%, ¿Cuánto pago por ellos?

Ejercicio 3.-
Realiza las siguientes operaciones:

a) $4abc - 5bca + 8acb$
b) $w^2r + 3rw^2 - 4w^2r + 5wr^2$
c) $4j^2r - 5jr \cdot j + 7jr \cdot jr + r^2j$

Ejercicio 4.-
Multiplica los siguientes monomios y halla el grado del resultado:

a) $5x \cdot yx^3$
b) $3xy \cdot 4z^3y^2x$
c) $x^2 \cdot (-2x^2y^3)$
d) $4h^3j \cdot \left(-\frac{1}{2}hjk\right)$

Ejercicio 5.-
Opera y simplifica las siguientes expresiones:

a) $(x - 1)(3x + 5) - x(2x + 1)$
b) $(a - 3)(a - 3) + 2a(a + 3)$
c) $(x + y)(x + y) - 3y(x - 2y)$
d) $(a + 2)(a - 2) - 4(a - 1)$

Ejercicio 6.-
Escribe en forma de polinomio en una variable y opera:

a) El producto de un número y su siguiente.
b) El cociente del cubo de un número entre dicho número, más el doble del cuadrado del número.
c) Dado un número, la diferencia entre su siguiente y su anterior.

Ejercicio 7.-
Dados los polinomios $P(x) = 4x^5 + 3x^3 + x - 3$, $Q(x) = x^2 - 4x^4 + 1$, $R(x) = x^3 - x^2 + 5x$, opera:

a) $P(x) + Q(x) + R(x)$
b) $P(x) - 2Q(x) - R(x)$
c) $P(x) \cdot Q(x) + R(x)$
d) $4P(x) - 2Q(x) + R(x)$

Ejercicio 8.-
Expresa en forma reducida los siguientes desarrollos de identidades notables:

a) $x^2 + 2x + 1$
b) $4x^2 - 12x + 9$
c) $x^4 + 6x^2 + 9$
d) $x^2 - 9$
e) $4x^4 - 4x^2 + 1$

Ejercicio 9.-
Completa para que las siguientes expresiones sean desarrollos de identidades notables e indica cuál es la identidad en cada caso:

a) $9 + ... + 9x^8$
b) $25x^2y^4 - ... + 16a^6$
c) $64a^{10} - 48a^5 + ...$
d) $... + 20z^{...} + z^{16}$

Ejercicio 10.-
Obtén el desarrollo de las siguientes expresiones algebraicas:

a) $(x^2 - 2)(x^2 + 2)$
b) $\left(\frac{x}{2}+1\right)^2 - \left(\frac{x}{2}-1\right)^2$
c) $2 \cdot (3x - 2)^2 + (3x - 2)(3x + 2)$

Ejercicio 11.-
Desarrolla las siguientes identidades notables:

a) $\left(5a^3 - \frac{b}{5}\right)^2$
b) $(1{,}5a^3 + b^2)^2$
c) $\left(\frac{x}{6}+\frac{y}{3}\right)^2$
d) $(-11 - 3x^5)^2$

SOLUCIONES BLOQUE I

Ejercicio 1.-

a) $-3w^2xz$
b) $2xz$
c) $5x^3y^4z$

Ejercicio 2.-

a) $2n + 1$
b) $\frac{x \cdot y}{2}$
c) $b + 3b = 4b$
d) $p - \frac{20p}{100} = \frac{80p}{100} = \frac{4p}{5}$

Ejercicio 3.-

a) $7abc$
b) $5wr^2$
c) $4j^2r - 5j^2r + 7j^2r^2 + r^2j = -j^2r + 7j^2r^2 + r^2j$

Ejercicio 4.-

a) $5x^4y$
b) $12x^2y^3z^3$
c) $-2x^4y^3$
d) $-2h^4j^2k$

Ejercicio 5.-

a) $3x^2 + 5x - 3x - 5 - 2x^2 - x = x^2 + x - 5$
b) $a^2 + 9 - 6a + 2a^2 + 6a = 3a^2 + 9$
c) $x^2 + y^2 + 2xy - 3xy + 6y^2 = x^2 + 7y^2 - xy$
d) $a^2 - 4 - 4a + 4 = a^2 - 4a$

Ejercicio 6.-

a) $x \cdot (x + 1) = x^2 + x$
b) $x^3 : x + 2x^2 = x^2 + 2x^2 = 3x^2$
c) $(x + 1) - (x - 1) = 2$

Ejercicio 7.-

a) $4x^5 - 4x^4 + 4x^3 + 6x - 2$
b) $4x^5 + 3x^3 + x - 3 - 2(x^2 - 4x^4 + 1) - (x^3 - x^2 + 5x) = 4x^5 + 3x^3 + x - 3 - 2x^2 + 8x^4 - 2 - x^3 + x^2 - 5x = 4x^5 + 8x^4 + 2x^3 - x^2 - 4x - 5.$
c) $(4x^5 + 3x^3 + x - 3) \cdot (x^2 - 4x^4 + 1) + x^3 - x^2 + 5x = 4x^7 - 16x^9 + 4x^5 + 3x^5 - 12x^7 + 3x^3 + x^3 - 4x^5 + x - 3x^2 + 12x^4 - 3 + x^3 - x^2 + 5x = -16x^9 - 8x^7 + 3x^5 + 12x^4 + 5x^3 - 4x^2 + 6x - 3.$

d) $16x^5 + 12x^3 + 4x - 12 - 2x^2 + 8x^4 - 2 + x^3 - x^2 + 5x = 16x^5 + 8x^4 + 13x^3 - 3x^2 + 9x - 14.$

Ejercicio 8.-

a) $(x + 1)^2$
b) $(2x - 3)^2$
c) $(x^2 + 3)^2$
d) $(x - 3)(x + 3)$
e) $(2x^2 - 1)^2$

Ejercicio 9.-

a) $9 + 18x^4 + 9x^8 = (3 + 3x^4)^2$
b) $25x^2y^4 - 40xy^2a^3 + 16a^6 = (5xy^2 - 4a^3)^2$
c) $64a^{10} - 48a^5 + 9 = (8a^5 - 3)^2$
d) $100 + 20z^8 + z^{16} = (10 + z^8)^2$

Ejercicio 10.-

a) $x^4 - 4$

b) $\left(\frac{x^2}{4} + x + 1\right) - \left(\frac{x^2}{4} - x + 1\right) = \frac{x^2}{4} + x + 1 - \frac{x^2}{4} + x - 1 = 2x$

c) $2 \cdot (9x^2 - 12x + 4) + (9x^2 - 4) = 18x^2 - 24x + 8 + 9x^2 - 4 = 27x^2 - 24x + 4$

Ejercicio 11.-

a) $25a^6 - 2a^3b + \frac{b^2}{25}$

b) $2{,}25a^6 + 3a^3b^2 + b^4$

c) $\frac{x^2}{36} + \frac{xy}{9} + \frac{y^2}{9}$

d) $121 + 66x^5 + 9x^{10}$

BLOQUE II

Ejercicio 1.-
Realiza las operaciones con monomios y calcula el valor numérico del resultado si x = 1, y = -1, z = 2:

a) $5x^3yz : 2x^2y - xz : 4$
b) $4x^3z : 2xz - 4x \cdot (-2x) + 3$
c) $5x^2z \cdot z^2 - 4 (xz)^2 + 8$

Ejercicio 2.-
Opera y simplifica al máximo posible:

a) $6x^4 - 3x^3 \cdot x - x^2y^4 \cdot 3y^3 - (-4x^2y^5 : 2x) - 3xy^4 + 5xy \cdot (y^3xy^3 + 4xy^6)$
b) $-z^2w - (-4z^2 \cdot 5w) + (48z^4w^5h^3 : 12z^2h^3w^4)$

Ejercicio 3.-
Encuentra los valores de x para los que el valor numérico de las siguientes expresiones es igual a cero:

a) $5 \cdot (3x + 12)$
b) $(x - 5) (2x + 6)$
c) $x \cdot (x + 1)$
d) $(x^2 - 9) (x + 2)$

Ejercicio 4.-
Completa la siguiente tabla sabiendo que el padre de Ignacio dentro de 10 años tendrá el doble de la edad de su hijo:

	Edad actual	Edad dentro de 10 años
Padre	x	
Hijo		

Ejercicio 5.-
Reduce las siguientes expresiones a otras más sencillas:

a) $\frac{1}{3}(x-2)+\frac{2}{3}(1+x)$
b) $(x+y)(x+y)-x(x+y)+y$
c) $2(a+1)(a+1)-a(1-3a)$
d) $\frac{1}{4}m+\frac{1}{2}(m-2)$

Ejercicio 6.-
Escribe tres polinomios que verifiquen:

a) **De grado 8, en una variable, sin término independiente, con el término de grado 4 de coeficiente -5 y que esté reducido.**
b) **De grado 5, en dos variables, con término independiente -3, cuyo término de grado 3 tenga por coeficiente -2, que no tenga término de grado 1 y no esté reducido.**

Ejercicio 7.-
Obtén el desarrollo de las siguientes expresiones algebraicas y redúcelas:

a) $(1+(x+y))^2$
b) $[(5a^2 + 3)(5a^2 - 3) - (a^2 + 1)(a^2 - 1)]^2$
c) $\left(1+\frac{x^2}{3}\right)^2\left(1-\frac{x^2}{3}\right)^2$

Ejercicio 8.-
Sabiendo que $4x^2y = 3$, calcula el valor de $(2x^2 + y)^2 - (2x^2 - y)^2$

Ejercicio 9.-
Completa la expresión para conseguir el desarrollo de identidades notables de la forma $(a + b)^2$ ó $(a - b)^2$:

a) $x^2 + x + ...$
b) $x^2 - x + ...$
c) $4x^2 - ... + 36$
d) $... + 6x + 4$
e) $\frac{x^2}{49}+... +49$

Ejercicio 10.-
Obtén el desarrollo de las siguientes expresiones algebraicas y redúcelas:

a) $[(1 + 3x^3)^2 + (2x^2 - 3)^2] \cdot (x + 1)^2$

b) $\left[\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\left(x-\frac{1}{2}\right)^2\right]^2$

c) $\left(\frac{x}{2}+\frac{y}{3}\right)^2\left(\frac{x}{3}+y\right)^2$

SOLUCIONES BLOQUE II

Ejercicio 1.-

a) $\frac{5}{2}xz-\frac{1}{4}xz=\left(\frac{10}{4}-\frac{1}{4}\right)xz=\frac{9}{4}xz$. Su valor numérico es $\frac{9}{2}$.

b) $2x^2 + 8x^2 + 3 = 10x^2 + 3$. Su valor numérico es 13.

c) $5x^2z^3 - 4x^2z^2 + 8$. Su valor numérico es 40 - 16 + 8 = 32.

Ejercicio 2.-

a) $6x^4 - 3x^4 - 3x^2y^7 + 2xy^5 - 3xy^4 + 5x^2y^7 + 20x^2y^7 = 3x^4 + 22x^2y^7 + 2xy^5 - 3xy^4$

b) $-z^2w + 20z^2w + 4z^2w = 23z^2w$

Ejercicio 3.-

a) -4 b) 5 y -3 c) 0 y -1 d) 3, -3 y -2

Ejercicio 4.-

	Edad actual	Edad dentro de 10 años
Padre	x	$x+10$
Hijo	$\frac{x+10}{2}-10=\frac{x-10}{2}$	$\frac{x+10}{2}$

Ejercicio 5.-

a) $\frac{1}{3}x-\frac{2}{3}+\frac{2}{3}+\frac{2}{3}x=x$

b) $x^2+y^2+2xy-x^2-xy+y=y^2+xy+y$

c) $2a^2+2+4a-a+3a^2=5a^2+3a+2$

d) $\frac{1}{4}m+\frac{1}{2}m-1=\frac{3}{4}m-1$

Ejercicio 6.-

a) $P(x) = x^8 - 5x^4$. $Q(x) = 3x^8 + x^7 - 5x^4$. $R(x) = 8x^8 - 5x^4 + x$

b) $P(x, y) = x^2y^3 + x^2y^3 - 2xy^2 - 3$. $Q(x, y) = 2x^2y^3 - 2xy^2 + y^2 + 6y^2 - 3$. $P(x, y) = 9x^2y^3 - 2xy^2 - 5 + 2$.

Ejercicio 7.-

a) $1+2(x+y)+(x+y)^2=1 + 2x + 2y + x^2 + 2xy + y^2$

b) $[(25a^4 - 9) - (a^4 - 1)]^2 = (24a^4 - 8)^2 = 576a^8 - 388a^4 + 64$

c) $\left(1+\frac{2x^2}{3}+\frac{x^4}{9}\right)\left(1-\frac{2x^2}{3}+\frac{x^4}{9}\right)=1-\frac{2x^4}{9}+\frac{x^8}{81}$

Ejercicio 8.-

$(2x^2 + y)^2 - (2x^2 - y)^2 = 4x^4 + 4x^2y + y^2 - (4x^4 - 4x^2y + y^2) = 4x^4 + 4x^2y + y^2 - 4x^4 + 4x^2y - y^2 = 8x^2y$.

Como $4x^2y = 3$, entonces $(2x^2 + y)^2 - (2x^2 - y)^2 = 8x^2y = 2 \cdot 4x^2y = 2 \cdot 3 = 6$.

Ejercicio 9.-

a) $x^2 + x + \frac{1}{4} = \left(x+\frac{1}{2}\right)^2$

b) $x^2 - x + \frac{1}{4} = \left(x-\frac{1}{2}\right)^2$

c) $4x^2 - 24x + 36 = (2x - 6)^2$

d) $\frac{9x^2}{4} + 6x + 4 = \left(\frac{3x}{2}+2\right)^2$

e) $\frac{x^2}{49}+2x+49=\left(\frac{x}{7}+7\right)^2$

Ejercicio 10.-

a) $[1+ 6x^3 + 9x^6 + 4x^4 - 12x^2 + 9] \cdot (x^2 + 2x + 1) = (9x^6 + 4x^4 + 6x^3 - 12x^2 + 10) \cdot (x^2 + 2x + 1) =$
$= 9x^8 + 18x^7 + 13x^6 + 14x^5 + 4x^4 - 18x^3 - 2x^2 + 20x + 10$

b) $\left(x^2+x+\frac{1}{4}+x^2-x+\frac{1}{4}\right)^2=\left(2x^2+\frac{1}{2}\right)^2=4x^4+2x^2+\frac{1}{4}$

c) $\left(\frac{x^2}{4}+\frac{xy}{3}+\frac{y^2}{9}\right)\left(\frac{x^2}{9}+\frac{2xy}{3}+y^2\right)=\frac{x^4}{36}+\frac{11x^3y}{54}+\frac{157x^2y^2}{324}+\frac{11xy^3}{27}+\frac{y^4}{9}$

BLOQUE III

Ejercicio 1.-

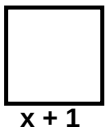
En la pantalla de la calculadora hay un número y Carolina realiza con él las siguientes operaciones: le resta tres, multiplica el resultado por 5 y finalmente suma 7.

a) Encuentra una expresión algebraica para el resultado de estas operaciones y simplifícala.
b) Si en la pantalla había un 4, ¿qué número se obtiene después de realizar estas operaciones?

Ejercicio 2.-

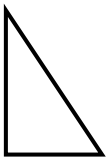
Encuentra una expresión algebraica para el área de cada una de las siguientes figuras:

a)



x + 1

b)



8

3x

c)

2x

x – 1

Ejercicio 3.-

Una barra de pan cuesta x euros. Si compro tres barras y pago con 5 euros:

a) ¿Cuánto me devuelven?
b) Si con lo que me han devuelto puedo comprar 2 litros de leche y aún me sobra un euro, ¿cuánto cuesta cada litro?

Ejercicio 4.-

Los gastos de una empresa vienen dados por el polinomio $G(x) = x^3 + x^2 - 1$, y los ingresos por $I(x) = x^3 + x - 5$. ¿Cuál será el polinomio que corresponde a los beneficios?

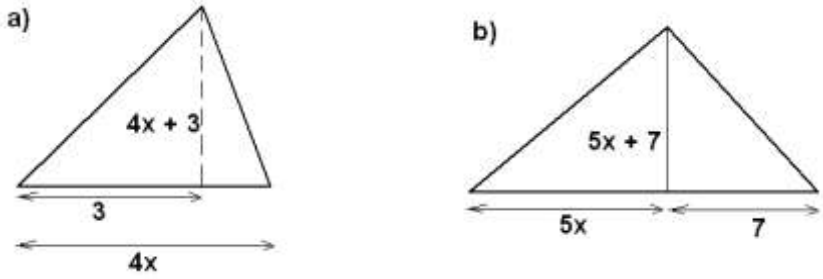
Ejercicio 5.-

Una caja vacía pesa 3 kilos y llena de naranjas x kg.

a) **¿Cuántos kilos de naranjas hay en diez cajas iguales?**
b) **Si las naranjas están metidas en bolsas de 2 kg cada una y cada bolsa cuesta y euros, ¿cuánto cuestan todas las naranjas?**

Ejercicio 6.-

Halla una expresión para el área de estos triángulos:



Ejercicio 7.-

Raquel y Leticia participaron en una carrera popular de x kilómetros. Raquel recorría 3 km cada 15 minutos y Leticia, que iba algo más lenta, en el mismo tiempo hacía dos kilómetros.1

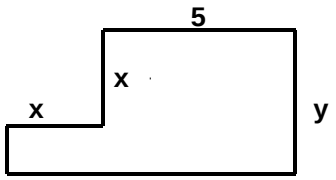
a) **¿Cuánto tardó cada una?**
b) **Cuando Leticia entró en meta, ¿cuánto tiempo había pasado desde que entró Raquel?**
c) **Cuando Raquel entró en meta, ¿cuántos kilómetros le faltaban a Leticia para llegar?**
d) **Si la prueba constaba de 12 kilómetros, ¿cuánto tardó cada una? ¿Cuántos kilómetros le faltaban a Leticia cuando entró Raquel?**

Ejercicio 8.-

Se dice que un número es raíz de un polinomio si el valor numérico de ese polinomio para ese número es cero. Comprueba que $x = 3$ es raíz de $x^2 - 5x + 6$. ¿Podrías encontrar otra raíz?

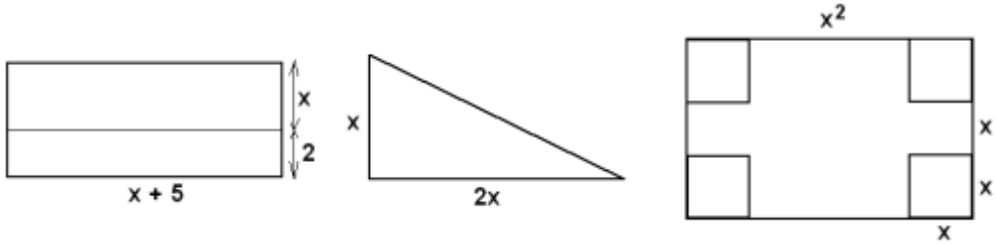
Ejercicio 9.-

Encuentra una expresión algebraica para el perímetro y otra para el área de la siguiente figura:



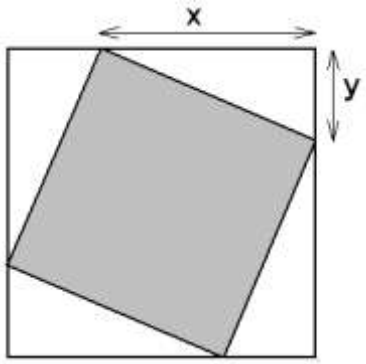
Ejercicio 10.-

Expresa el área de los siguientes polígonos con un polinomio y calcula su valor numérico para x = 3. Interpreta el resultado del valor numérico en cada caso.



Ejercicio 11.-

Expresa el área sombreada ayudándote de las identidades notables:



SOLUCIONES BLOQUE III

Ejercicio 1.-

a) $(x-3)\cdot 5+7=5x-8$

b) $5\cdot 4-8=12$

Ejercicio 2.-

a) $(x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1$

b) $\frac{3x\cdot 8}{2}=12x$

c) $2x (x - 1) = 2x^2 - 2x$

Ejercicio 3.-

a) $5 - 3x$

b) $\frac{5-3x-1}{2}=\frac{4-3x}{2}$

Ejercicio 4.-

Los beneficios serán los ingresos menos los gastos, luego: I(x) **-** G(x) = x **-** x^2 **-** 4.

Ejercicio 5.-

a) 10 · (x **-** 3)

b) Hay $\frac{(x-3)\cdot 10}{2}=5(x-3)$ bolsas a y euros cada una, 5y · (x – 3) euros.

Ejercicio 6.-

a) $\frac{(4x+3)(4x-3)}{2}=\frac{16x^2-9}{2}$

b) $\frac{(5x+7)^2}{2}=\frac{25x^2+70x+49}{2}$

Ejercicio 7.-

a) Raquel tarda $\frac{15}{3}=5$ minutos en recorrer 1 km, en x km tardará 5x minutos, mientras que Leticia tardará $\frac{3}{2}$ del tiempo de Raquel, es decir, $\frac{15}{2}x$ minutos.

b) $\frac{15x}{2}-5x=\frac{5x}{2}$ minutos.

c) Leticia recorre cada minuto $\frac{2}{15}$ km, 5x minutos habrá recorrido $\frac{2}{15}\cdot 5x=\frac{2x}{3}$km, luego le quedan $\frac{x}{3}$ km.

d) Se trata de calcular el valor numérico en las expresiones anteriores.

Raquel tarda 5 · 12 = 60 minutos = 1 hora, Leticia tarda $\frac{15}{2}\cdot 12=90$ minutos = una hora y media.

A Leticia le faltaban $\frac{12}{3}=4$ km.

Ejercicio 8.-

9 **-** 15 + 6 = 0, por lo que sí es raíz.

Otra raíz es x = 2.

Ejercicio 9.-

Perímetro: 5 + 2x + y + (5 + x) + (y **-** x) = 10 + 2x + 2y

Área: (5 + x)y **-** x^2 = 5y + xy **-** x^2

Ejercicio 10.-

Área del rectángulo: $(x + 5) \cdot (x + 2) = x^2 + 7x + 10$. Valor numérico: 40.
Interpretación: El área de un rectángulo de lados 3 + 5 = 8 y 3 + 2 = 5 es 40 unidades cuadradas.

Área del triángulo: $x \cdot 2x : 2 = x^2$. Valor numérico: 9.
Interpretación: El área de un triángulo de base $2 \cdot 3 = 6$ y altura 3 es 9 unidades cuadradas.

Área de la cruz: $(x^2 + 2x) \cdot 3x - 4 \cdot x^2 = 3x^3 + 6x^2 - 4x^2 = 3x^3 + 2x^2$. Valor numérico: 81 + 18 = 99.
Interpretación: El área de una cruz de dimensiones 3 y 9 es 99 unidades cuadradas.

Ejercicio 11.-

$$(x+y)^2 - 4\frac{xy}{2} = x^2 + 2xy + y^2 - 4\frac{xy}{2} = x^2 + y^2$$