Capítulo 5

Física moderna

5.1. Conceptos previos.

- ***Transformaciones de Lorentz:*** Como consecuencia de que la velocidad de la luz es la misma en todos los sistemas inerciales, las transformaciones de Galileo:

$$x' = x - vt \quad y' = y \quad z' = z \quad t' = t$$

Deben ser sustituidas por otras, de nominadas transformaciones de Lorentz, que son las siguientes:

$$x' = \gamma(x - vt) \quad y' = y \quad z' = z \quad t' = \gamma\left(t - \frac{vx}{c^2}\right)$$

- ***Algunas consecuencias de las transformaciones de Lorentz:***

a) Contracción de la longitud: Si denominamos longitud propia a la que tiene un objeto que se encuentra en reposo respecto a un sistema de referencia inercial dado, se cumplirá que $\Delta l' = \gamma \Delta l$, lo que significa que la longitud de un objeto, medida respecto a un sistema inercial es inferior a la longitud propia del objeto.

b) Dilatación del tiempo: Si denominamos tiempo propio al intervalo de tiempo que transcurre entre dos sucesos que se producen en el mismo lugar, respecto a un sistema de referencia inercial, se cumplirá que $\Delta t = \gamma \Delta t'$, lo que significa que el tiempo medido por un observador inercial experimenta una dilatación con respecto al tiempo propio medido por un segundo observador inercial.

c) Masa relativista: Cuando un cuerpo se desplaza a velocidades próximas a la de la luz, su masa experimenta un incremento, dado por $m = \gamma m_0$, siendo m_0 la masa en reposo del cuerpo.

d) Energía cinética relativista y energía total: Al aumentar la velocidad de un cuerpo, no solamente se produce un incremento en la energía cinética, sino también en la masa de dicho cuerpo. La energía cinética relativista toma la expresión $E_c = (m - m_0)c^2$, mientras que la energía relativista total vendrá dada por la expresión $E = mc^2$

- ***Energía de un fotón:*** Como consecuencia de la teoría cuántica de Planck, la radiación electromagnética está formada por paquetes o cuantos de energía, siendo ésta: $E = h\nu$, donde ν es la frecuencia de la radiación y h la constante de Planck.

- ***Efecto fotoeléctrico:*** Dicho efecto consiste en la emisión de electrones por parte de una superficie al ser irradiada. La ecuación que describe este efecto fotoeléctrico es la siguiente:

$$h\nu = h\nu_0 + E_c$$

  representando el primer miembro la energía de la radiación incidente, el primer sumando del segundo miembro, la energía mínima que debe suministrarse para que se produzca la emisión fotoeléctrica (lo que se conoce también como función de trabajo o trabajo de extracción), y el segundo sumando, la energía cinética que adquieren los electrones emitidos. Esta ecuación puede también ser expresada de la forma:

$$h\nu = h\nu_0 + q\Delta V$$

  siendo ΔV lo que se conoce como potencial de frenado.

- ***Dualidad onda-corpúsculo:*** La hipótesis de De Broglie afirma que la radiación posee características de la materia, como lo es la cantidad de movimiento. De la misma forma, la materia posee características ondulatorias, como la longitud de onda. Esta dualidad de comportamiento se refleja en la expresión:

$$p = \frac{h}{\lambda}$$

  donde p es la cantidad de movimiento y λ la longitud de onda.

- ***Defecto de masa y energía de enlace:*** Un núcleo que posea un número atómico Z y un número másico A tiene, en teoría uma masa dada por:

$$m = Z \cdot m_p + (A - Z)m_n$$

  siendo m_p la masa del protón y m_n la masa del neutrón. La realidad es que la masa del núcleo es inferior al resultado teórico anterior, siendo esta diferencia la masa que se pierde y que, transformada en energía, se libera cuando se forma el núcleo a partir de sus componentes. A esta diferencia de masa le llamamos defecto de masa. La energía correspondiente a este defecto de masa es, aplicando la expresión de Einstein: $E = \Delta m \cdot c^2$, siendo esta la que se conoce como energía de enlace.

- ***Ecuación de la desintegración radiactiva:*** La disminución en el número de núcleos, $-dN$ está relacionada con el número de núcleos, N, con una constante característica del material (constante de desintegración o decaimiento, λ) y con el tiempo transcurrido, dt.Nos queda así: $-dN = N\lambda dt$, que, al separar variables e integrar nos da:

$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$

N_0 es el número de núcleos iniciales, N el número de núcleos en un instante dado, λ es la constante de desintegración y t el tiempo transcurrido.

Se define el periodo de semidesintegración como el tiempo necesario para que el número inicial de núcleos se reduzca a la mitad. Sustituyendo en la ecuación anterior N por $\frac{N_0}{2}$, tendremos que $T = \frac{0{,}693}{\lambda}$.

La vida media se define como el tiempo que, por término medio, tarda en desintegrarse un núcleo. Viene expresada por la inversa de la constante de desintegración.

Se define la actividad de la muestra como el número de desintegraciones que tienen lugar por unidad de tiempo. Su expresión es:

$$A = \frac{-dN}{dt} = \lambda \cdot N$$

5.2. Problemas resueltos.

1.- Tenemos luz de 400 nm de longitud de onda. Determinar:

1.a.- La frecuencia.

1.b.- El momento lineal de los fotones que componen dicha radiación.

1.c.- La energía de cada uno de estos fotones.

Solución:

1.a.- La frecuencia se calcula a partir de la expresión:

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8}{4 \cdot 10^{-7}} = 7,5 \cdot 10^{14}\ Hz$$

1.b.- El momento lineal viene expresado por:

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{4 \cdot 10^{-7}} = 1,675 \cdot 10^{-27}\ m$$

1.c.- La energía de un fotón es:

$$E = h\nu = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 7,5 \cdot 10^{14} = 4,97 \cdot 10^{-19}\ J$$

2.- El período de semidesintegración de un núcleo radiactivo es de 500 s. Inicialmente tenemos una muestra del mismo que contiene 10^{10} núcleos. Determinar:

2.a.- El número de núcleos radiactivos que quedan después de 3000 segundos.

2.b.- La constante de decaimiento.

2.c.- La actividad de la muestra después de 500 segundos.

Solución:

2.a.- Sabiendo que el periodo de semidesintegración viene dado por la expresión:

$$T = \frac{0,693}{\lambda} \text{ se despeja } \lambda, \text{de la forma:} \lambda = \frac{0,693}{500}$$

Sustituyendo en la expresión general:

$$N = N_0 e^{-\lambda t} \text{ tendremos } N = 10^{10} e^{-\frac{0,693}{500} 3000} = 1,56 \cdot 10^8 \text{ núcleos}$$

2.b.- La constante de decaimiento se despeja de la expresión obtenida anteriormente:

$$\lambda = \frac{0,693}{500} = 1,386 \cdot 10^{-3} \ s^{-1}$$

2.c.- Dentro de 500 segundos (considerando el momento inicial como aquel en que han transcurrido 3000 segundos desde que existía un número de 10^{10} núcleos), el número de núcleos será la mitad del que existe en este momento inicial, es decir: $7,8 \cdot 10^7$. La actividad será, entonces:

$$A = \lambda N = 1,386 \cdot 10^{-3} \cdot 7,8 \cdot 10^7 = 1,08 \cdot 10^5 \text{ desintegraciones/s}$$

3.- Luz de 600 nm de longitud de onda incide sobre un metal con un trabajo de extracción de 1,8 eV. (Datos: constante de Planck $= 6,63 \cdot 10^{-34}$ J·s; carga del electrón $= 1,6 \cdot 10^{-19}$ C) Encontrar:

3.a.- La frecuencia de la luz utilizada.

3.b.- La energía de cada fotón.

3.c.- La energía máxima de los electrones arrancados del metal por el efecto fotoeléctrico.

Solución:

3.a.- La frecuencia se calcula con la fórmula:

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8}{6 \cdot 10^{-7}} = 5 \cdot 10^{14} \ Hz$$

3.b.- La energía de cada fotón es:

$$E = h\nu = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 5 \cdot 10^{14} = 3,31 \cdot 10^{-19}\ J$$

3.c.- El trabajo de extracción, medido en julios será:

$$h\nu_0 = 1,8 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 2,88 \cdot 10^{-19}\ J$$

Utilizando la expresión:

$$h\nu = h\nu_0 + E_c, \text{ despejamos } E_c = h\nu - h\nu_0 = 4,3 \cdot 10^{-20}\ J$$

4.- El período de semidesintegración de un núcleo radiactivo es de 100 s. Una muestra que inicialmente contenía 10^9 núcleos posee en la actualidad 10^7 núcleos. Calcular:

4.a.- La antigüedad de la muestra.

4.b.- La vida media.

4.c.- La actividad de la muestra dentro de 1000 segundos.

Solución:

4.a.- A partir del periodo, calculamos la constante de desintegración, de la forma:

$$\lambda = \frac{0,693}{T} = \frac{0,693}{100} = 6,93 \cdot 10^{-3}\ s^{-1}$$

Con el valor de la constante, planteamos:

$$10^7 = 10^9 e^{-0,00693 \cdot t}, \text{ de donde:}$$

$$\ln 10^{-2} = -0,00693t. \text{ Por tanto } t = 664,5\ s$$

4.b.- La vida media es la inversa de la constante de desintegración, es decir:

$$v_m = \frac{1}{\lambda} = 144,3\ s$$

4.c.- Dentro de 1000 segundos, el número de núcleos será:

$$N = 10^7 e^{-0,00693 \cdot 1000} = 9780$$

Siendo la actividad:$A = \lambda N = 0,00693 \cdot 9780 = 67,77$ desintegraciones/s

5.- Una muestra contiene un total de 10^{20} núcleos radiactivos con un período de semidesintegración de 27 días. Determinar:

5.a.- La constante de desintegración.

5.b.- El número de núcleos radiactivos al cabo de un año.

5.c.- La actividad de la muestra al cabo de un año.

Solución:

5.a.- El periodo se calcula según la ecuación:

$$\lambda = \frac{0,693}{T} = \frac{0,693}{27} = 0,0257 \text{ días}^{-1}$$

5.b.- Aplicando la ecuación general, dentro de un año tendremos:

$$N = 10^{20} e^{-0,0257 \cdot 365} = 8,43 \cdot 10^{15} \text{ núcleos}$$

5.c.- La actividad será:

$$A = \lambda N = 0,0257 \cdot 8,43 \cdot 10^{15} = 2,17 \text{ desintegraciones/día}$$

6.- Una muestra radiactiva contenía hace 40 días 10^9 núcleos radiactivos y en la actualidad posee 10^8. Calcular:

6.a.- La constante de desintegración.

6.b.- La vida media.

6.c.- La actividad de la muestra dentro de una semana.

Solución:

6.a.- A partir de la expresión general $N = N_0 e^{-\lambda t}$:

$$10^8 = 10^9 e^{-\lambda \cdot 40} \quad \text{por lo que:} \quad \ln 10^{-1} = -\lambda \cdot 40 \Rightarrow \lambda = 0,057 \text{ días}^{-1}$$

6.b.- La vida media es la inversa de la constante de desintegración, por lo tanto:

$$v_m = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{0,057} = 17,54 \text{ días}$$

6.c.- Para hallar la actividad dentro de una semana, debemos conocer el número de núcleos que quedarán entonces, para lo cual, hacemos:

$$N = 10^8 e^{-0,057 \cdot 7} = 6,71 \cdot 10^7$$

Conocido el número de núcleos, hallamos la actividad:

$$A = \lambda N = 0,057 \cdot 6,71 \cdot 10^7 = 3,82 \cdot 10^6 \text{ desintegraciones/día}$$

7.- Una onda luminosa posee una longitud de onda de 600 nm (Datos: h $= 6,63 \cdot 10^{-34}$ J·s $|e| = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C). Calcular:

7.a.- La frecuencia de la onda.

7.b.- ¿Se produce una corriente fotoeléctrica cuando dicha onda incide sobre un metal con una función de trabajo de 2,3 eV?

7.c.- El momento lineal de un fotón de dicha onda.

Solución:

7.a.- La frecuencia se calcula a partir de :

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8}{6 \cdot 10^{-7}} = 5 \cdot 10^{14}\ Hz$$

7.b.- La función de trabajo, expresada en julios, será:

$$h\nu_0 = 2,3 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 3,68 \cdot 10^{-19}\ J$$

Teniendo en cuenta que $h\nu = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 5 \cdot 10^{14} = 3,31 \cdot 10^{-19}$, veremos que $h\nu$ es menor que $h\nu_0$, por lo que no se producirá emisión fotoeléctrica.

7.c.- El momento lineal se calcula así:

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{6 \cdot 10^{-7}} = 1,10 \cdot 10^{-27}\ kg \cdot m/s$$

8.- Una onda luminosa posee una frecuencia de $4 \cdot 10^{15}$ Hz. (Datos: h $= 6,63 \cdot 10^{-34}$ J·s, $|e| = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C.) Calcule:

8.a.- Su longitud de onda.

8.b.- El momento lineal del fotón de dicha onda.

8.c.- ¿Se produce una corriente fotoeléctrica cuando dicha onda incide sobre un metal con una función de trabajo de 2,3 eV?

Solución:

8.a.- La longitud de onda será:

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3 \cdot 10^8}{4 \cdot 10^{15}} = 7,5 \cdot 10^{-8}\ m$$

8.b.- El momento lineal es:

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{7,5 \cdot 10^{-8}} = 8,84 \cdot 10^{-27}\ kg \cdot m/s$$

8.c.- La función de trabajo, expresada en julios, será:

$$h\nu_0 = 2,3 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 3,68 \cdot 10^{-19}\ J$$

Teniendo en cuenta que $h\nu = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 4 \cdot 10^{15} = 2,65 \cdot 10^{-18}$, veremos que $h\nu$ es mayor que $h\nu_0$, por lo que se producirá emisión fotoeléctrica.

9.- Una onda luminosa posee en el aire una longitud de onda de 500 nm. (Datos: h = $6,63 \cdot 10^{-34}$ J·s; $|e| = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C) Calcule:

9.a.- Su frecuencia

9.b.- Su longitud de onda en el agua, cuyo índice de refracción es 1,33.

9.c.- ¿Se produce corriente fotoeléctrica cuando dicha onda incide sobre un metal con una función de trabajo de 2,3 eV?

Solución:

9.a.- La frecuencia se calcula de la forma:

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8}{5 \cdot 10^{-7}} = 6 \cdot 10^{14}\ s^{-1}$$

9.b.- Puesto que la frecuencia de la radiación no varía al pasar a un medio diferente, la nueva longitud de onda estará relacionada, además de con dicha frecuencia, con la velocidad de propagación de la luz en el segundo medio. Esta velocidad será:

$$v = \frac{c}{n} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,33} = 2,25 \cdot 10^8\ m/s$$

La longitud de onda será, pues:

$$\lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{2,25 \cdot 10^8}{6 \cdot 10^{14}} = 3,76 \cdot 10^{-7}\ m$$

9.c.- La función de trabajo, expresada en julios, será:

$$h\nu_0 = 2,3 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 3,68 \cdot 10^{-19}\ J$$

Teniendo en cuenta que $h\nu = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 6 \cdot 10^{14} = 3,98 \cdot 10^{-19}$, veremos que $h\nu$ es mayor que $h\nu_0$, por lo que se producirá emisión fotoeléctrica.

10.- Una antena de telefonía móvil emite radiación de 900 MHz con una potencia de 1500 W.(Dato: h = $6,63 \cdot 10^{-34}$ J·s.) Calcule:

10.a.- La longitud de onda de la radiación emitida.

10.b.- La intensidad de la radiación a una distancia de 50 m de la antena.

10.c.- El número de fotones emitidos por la antena durante un segundo.

Solución:

10.a.- La longitud de onda se calcula de la forma:

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3 \cdot 10^8}{9 \cdot 10^8} = 0,33\ m$$

10.b.- La intensidad de la radiación viene expresada por la ecuación:

$$I = \frac{P}{S} = \frac{1500}{4\pi \cdot 50^2} = 0,047\ W/m^2$$

10.c.- Teniendo en cuenta que la potencia es la energía emitida por unidad de tiempo, en un segundo se emitirán 1500 julios. Al ser la energía de un fotón $E = h\nu = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 9 \cdot 10^8 = 5,97 \cdot 10^{-25}$ julios, el numero de fotones vendrá dado por el cociente:

$$\text{número de fotones} = \frac{1500}{5,97 \cdot 10^{-25}} = 2,51 \cdot 10^{27}$$

11.- Una onda luminosa posee en el aire una longitud de onda de 500 nm. (Datos: h = 6,63 $\cdot 10^{-34}$ J·s; $|e| = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C.) Calcule:

11.a.- La frecuencia de la onda.

11.b.- Su longitud de onda dentro de un vidrio de índice de refracción igual a 1,45.

11.c.- ¿Se produce corriente fotoeléctrica cuando la onda incide sobre un metal cuya función de trabajo es 2 eV?

Solución:

11.a.- La frecuencia se calcula de la forma:

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8}{5 \cdot 10^{-7}} = 6 \cdot 10^{14}\ s^{-1}$$

11.b.- Puesto que la frecuencia de la radiación no varía al pasar a un medio diferente, la nueva longitud de onda estará relacionada, además de con dicha frecuencia, con la velocidad de propagación de la luz en el segundo medio. Esta velocidad será:

$$v = \frac{c}{n} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,45} = 2,07 \cdot 10^8\ m/s$$

La longitud de onda será, pues:

$$\lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{2,07 \cdot 10^8}{6 \cdot 10^{14}} = 3,45 \cdot 10^{-7}\ m$$

11.c.- La función de trabajo, expresada en julios, será:

$$h\nu_0 = 2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 3,2 \cdot 10^{-19}\ J$$

Teniendo en cuenta que $h\nu = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 6 \cdot 10^{14} = 3,98 \cdot 10^{-19}$, veremos que $h\nu$ es mayor que $h\nu_0$, por lo que se producirá emisión fotoeléctrica.

12.- Un rayo de luz de 600 nm de longitud de onda incide desde el aire sobre la superficie perfectamente lisa de un estanque de agua, con un ángulo de 45º respecto a la normal.

12.a.- Determine el ángulo de refracción del rayo al penetrar en el agua.

12.b.- Calcule la longitud de onda del rayo en el agua.

12.c.- Calcule la energía que tiene un fotón de esta luz.

Datos: índice de refracción del agua = 1,33; constante de Planck = $6,63 \cdot 10^{-34}$ J · s

Solución:

12.a.- Aplicando la ley de Snell:

$$\frac{\text{sen}\, 45^o}{\text{sen}\, \alpha} = \frac{1,33}{1} \Rightarrow \text{sen}\, \alpha = 0,53 \text{ y } \alpha = 32,11^o$$

12.b.- La longitud de onda es el cociente entre la velocidad y la frecuencia. La primera depende del medio en que nos encontremos, en nuestro caso, v $= \frac{3 \cdot 10^8}{1,33} = 2,25 \cdot 10^8$ m/s, mientras que la segunda es independiente del medio de propagación, siendo $\nu = \frac{3 \cdot 10^8}{6 \cdot 10^{-7}} = 5 \cdot 10^{14}$. De todo ello se deduce que:

$$\lambda = \frac{2,25 \cdot 10^8}{5 \cdot 10^{14}} = 4,51 \cdot 10^{-7}\ \text{m}$$

12.c.- La energía del fotón es: $E = h\nu = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 5 \cdot 10^{14} = 3,315 \cdot 10^{-19}$ J

13.- En un dispositivo fotoeléctrico de apertura y cierre de una puerta, la longitud de onda de la luz utilizada es de 840 nm y la función de trabajo del material fotodetector es de 1.25 eV. Calcule:

13.a.- La frecuencia de la luz.

13.b.- El momento lineal y la energía de un fotón de dicha luz.

13.c.- La energía cinética de los electrones arrancados por el efecto fotoeléctrico. (1 punto)

Datos: h $= 6,63 \cdot 10^{-34} J \cdot s$, —e— $= 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C.

Solución:

13.a.- La frecuencia de la luz es:

$$\nu = \frac{3 \cdot 10^8}{8,4 \cdot 10^{-7}} = 3,57 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

13.b.- El momento lineal y la energía de un fotón de dicha luz vienen dados, respectivamente por:

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{8,4 \cdot 10^{-7}} = 7,89 \cdot 10^{-28} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

$$E = h\nu = \frac{h \cdot c}{\lambda} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{8,4 \cdot 10^{-7}} = 2,36 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

13.c.- Aplicando la ecuación del efecto fotoeléctrico:

$$h\nu = h\nu_0 + E_c$$

y teniendo en cuenta que la función de trabajo, $h\nu_0 = 1,25$ eV $= 1,25 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 2 \cdot 10^{-19}$ J, tendremos:

$$E_c = 2,36 \cdot 10^{-19} - 2 \cdot 10^{-19} = 3,6 \cdot 10^{-20} \text{ J}$$

14.- Iluminamos un metal con dos luces de 193 y 254 nm. La energía cinética máxima de los electrones emitidos es de 4.14 y 2.59 eV, respectivamente.

14.a.- Calcule la frecuencia de las dos luces.

14.b.- Indique con cuál de las dos luces la velocidad de los electrones emitidos es mayor, y calcule el valor de dicha velocidad.

14.c.- Calcule la constante de Planck y la función de trabajo del metal.

Datos: 1 eV = $1.6 \cdot 10^{-19}$ J, $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg.

Solución:

14.a.- La frecuencia de cada una de las dos luces será:

$$\nu_1 = \frac{3 \cdot 10^8}{1,93 \cdot 10^{-7}} = 1,55 \cdot 10^{15} \text{ Hz} \qquad \text{y} \qquad \nu_2 = \frac{3 \cdot 10^8}{2,54 \cdot 10^{-7}} = 1,18 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$$

14.b.- La velocidad de los electrones emitidos será mayor cuanto mayor sea su energía cinética, por lo tanto, la velocidad será mayor para los electrones emitidos por la luz de 193 nm (la energía cinética correspondiente es la mayor de las dos, es decir, 4,14 eV.

Para hallar el velocidad, podemos poner:

$$4,14 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = \frac{1}{2} 9,1 \cdot 10^{-31} v^2$$

de donde:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 4,14 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{9,1 \cdot 10^{-31}}} = 1,206 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

14.c.- A partir de la ecuación del efecto fotoeléctrico: $h\nu = W_{ext} + E_c$, tendremos:

$$\begin{cases} h \cdot 1,55 \cdot 10^{15} = W_{ext} + 4,14 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \\ h \cdot 1,18 \cdot 10^{15} = W_{ext} + 2,59 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \end{cases}$$

Resolviendo este sistema, obtenemos los valores:

$$h = 6,70 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \quad \text{y} \quad W_{ext} = 3,76 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 2,35 \text{ eV}$$

15.- En la tabla se indica la longitud de onda central de la radiación emitida por tres estrellas y la distancia a la cual se encuentran de la Tierra.

	Longitud de onda (nm)	Distancia a la Tierra (Km)
Sol	500	$150 \cdot 10^6$
Sirio	300	$8,14 \cdot 10^{13}$
Betelgeuse	900	$6,17 \cdot 10^{15}$

15.a.- Calcule cuántos años tarda la luz de Betelgeuse en llegar a nosotros.

15.b.- Obtenga, para cada estrella, la energía de un fotón correspondiente a la luz central emitida.

15.c.- La intensidad de la radiación solar recibida en la Tierra vale 1366 W/m2. Calcule la potencia radiada por el Sol y el número de fotones que emite cada segundo.

Dato: h = 6,63 · 10^{-34} J·s

Solución:

15.a.-

$$t = \frac{6,17 \cdot 10^{15}}{3 \cdot 10^{8}} = 2,057 \cdot 10^{7} \text{ s} = 0,652 \text{ años}$$

15.b.-

- $E_{Sol} = 6,63 \cdot 10^{-34} \frac{3 \cdot 10^{8}}{5 \cdot 10^{-7}} = 3,98 \cdot 10^{-19}$ J
- $E_{Sirio} = 6,63 \cdot 10^{-34} \frac{3 \cdot 10^{8}}{3 \cdot 10^{-7}} = 6,63 \cdot 10^{-19}$ J
- $E_{Sol} = 6,63 \cdot 10^{-34} \frac{3 \cdot 10^{8}}{9 \cdot 10^{-7}} = 2,21 \cdot 10^{-19}$ J

15.c.-

$$1366 = \frac{P}{S} = \frac{P}{4\pi(1,5 \cdot 10^{11})^2} \Rightarrow P = 3,86 \cdot 10^{26} \text{ W}$$

$$3,86 \cdot 10^{26} \text{ J/s} = 3,89 \cdot 10{-}19 \cdot n \Rightarrow n = \frac{3,86 \cdot 10^{26}}{3,98 \cdot 10^{-19}} = 9,7 \cdot 10^{44} \text{ fotones/s}$$

16.- Un panel solar de 1 m^2 de superficie posee lentes de 17,6 cm de focal para concentrar la luz en las células fotovoltaicas, hechas de silicio. En un determinado momento la radiación solar incide con una intensidad de 1000 W/m^2 y formando un ángulo de 30º con la normal a la superficie del panel. Calcula:

16.a.- La potencia de las lentes.

16.b.- El ángulo de refracción de la luz transmitida dentro de la células de silicio.

16.c.- El número de fotones que inciden sobre el panel durante 1 minuto. Considera que toda la radiación es de 5·10^{14} Hz.

Datos: índice de refracción del silicio = 3.6; h = $6,626 \cdot 10^{-34}$ J·s

Solución:

16.a.- La potencia es la inversa de la distancia focal imagen, por lo que:

$$P = \frac{1}{0,176} = 5,68 \text{ D}$$

16.b.- Aplicando la ley de Snell:

$$\frac{\text{sen}\,\alpha_i}{\text{sen}\,\alpha_r} = \frac{n_2}{n_1} \quad \text{por lo que} \quad \frac{\text{sen}\,30^{\text{o}}}{\text{sen}\,\alpha_r} = \frac{3,6}{1} \quad \text{y } \alpha_r = 7,98^{\text{o}}$$

16.c.- La potencia absorbida será el producto de la intensidad por el tiempo, es decir P = 1000·1 = 1000 W. Teniendo en cuenta, además, que la energía es el producto de la potencia por el tiempo, E = 1000·60 =6·10^4 J, el número de fotones será:

$$n = \frac{6 \cdot 10^4}{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 5 \cdot 10^{14}} = 1,81 \cdot 10^{23}$$

17.- Un reproductor Blu-ray utiliza luz láser de color azul-violeta, cuya longitud de onda es 405 nm. La luz se enfoca sobre el disco mediante una lente convergente de 4 mm de distancia focal, que está hecha de un plástico de índice de refracción 1,5.

17.a.- Calcula la frecuencia de la luz utilizada.

17.b.- Calcula la velocidad de la luz en el interior de la lente.

17.c.- Extraemos la lente y la utilizamos como lupa. Situamos un piojo a 3 mm de la lente y, posteriormente, a 10 mm. Indica en cuál de los casos la imagen del piojo a través de la lupa es virtual y determina la posición de dicha imagen.

Solución:

17.a.- La frecuencia de la luz utilizada vendrá dada por:

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8}{4,05 \cdot 10^{-7}} = 7,40 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

17.b.- La velocidad de la luz en el interior de la lente será:

$$v = \frac{c}{n} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,5} = 2 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

17.c.- La imagen será virtual cuando el insecto se encuentre entre el foco y la lente, es decir, a una distancia de 3 mm en nuestro caso. Para calcular dónde se formará la imagen, utilizamos la ecuación de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{s} - \frac{1}{s'} = -\frac{1}{f'}$$

Sustituyendo los datos, tendremos:

$$\frac{1}{-0,003} - \frac{1}{s'} = -\frac{1}{0,004}$$

obteniéndose s′ = -0,012 m

18.- Sobre una lámina de sodio cuya función de trabajo es de 2,4 eV, incide luz de 10^{15} Hz. Calcula:

18.a.- La longitud de onda de la luz.

18.b.- La energía de los fotones incidentes.

18.c.- La velocidad de los electrones extraídos

Datos: h = 6,626·10^{-34}J·s; eV = 1,6·10^{-19} J; masa del electrón = 9,1·10^{-31} kg

Solución:

hν_0 = 2,4 eV = 2,4·$1,6 \cdot 10^{-19} = 3,84 \cdot 10^{-19}$ J

18.a.- $\nu = 10^{15}$ Hz $\Rightarrow \lambda = \dfrac{c}{\nu} = \dfrac{3 \cdot 10^8}{10^{15}} = 3 \cdot 10^{-7}$ m

18.b.- La energía de los fotones incidentes será:

$$\mathrm{E} = \mathrm{h}\nu = 6,626 \cdot 10^{-34} \cdot 10^{15} = 6,626 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

18.c.- Aplicando la expresión hν = h$\nu_0 + \frac{1}{2}$mv^2, tendremos:

$$v = \sqrt{\frac{2(h\nu - h\nu_0)}{9,1 \cdot 10^{-31}}} = 7,82 \cdot 10^5 \text{ m}$$

19.- La radiación de fondo de microondas es una prueba del Big Bang y del origen del universo.

19.a.- ¿Qué distancia ha recorrido esta radiación desde que se originó hace 13700 millones de años hasta el momento actual en que nos llega a la Tierra?.

19.b.- Sabiendo que la frecuencia es de 160.2 GHz, calcula su longitud de onda.

19.c.- Si la intensidad de la radiación es del orden de 10^{-9} W/cm^2, estima cuántos fotones nos llegan por segundo y por centímetro cuadrado.

Datos: h = $6,626 \cdot 10^{-34}$ J·s; 1 GHz = 10^9 Hz.

Solución:

19.a.- La distancia recorrida será:

$$r = 1,37 \cdot 10^{10} \cdot 365 \cdot 86400 \cdot 3 \cdot 10^8 = 1,29 \cdot 10^{26} \text{ m}$$

19.b.- La longitud de onda y la frecuencia están relacionadas por:

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,602 \cdot 10^{11}} = 1,87 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

19.c.- Sabiendo que 1 W = 1J/s, la intensidad de la radiación podrá expresarse de la forma:

$$10^{-9} = 10^{-9}\frac{J}{s \cdot cm^2}$$

Puesto que la energía de un fotón es: E = hν = $6,626 \cdot 10^{-34} \cdot 1,602 \cdot 10^{11} = 1,06 \cdot 10^{-22}$ J, tendremos que, el número de fotones por segundo y por centímetro cuadrado será:

$$n = \frac{10^{-9}}{1,06 \cdot 10^{-22}} = 9,43 \cdot 10^{12}$$

20.- El Large Hadron Collider (LHC) del CERN es un enorme acelerador de artículas en el que se llevan a cabo experimentos de física de partículas. Uno de ellos ha permitido este año demostrar la existencia del bosón de Higgs. Se ha medido que la masa del Bosón de Higgs vale 2,24·10^{-25} kg, equivalente a una energía de 126 GeV (G = giga = 10^9) según la ecuación de Einstein.

20.a.- Obtén, detallando el cálculo, el valor de 126 GeV a partir de la masa.

20.b.- Calcula la frecuencia de un fotón que tuviera esa misma energía.

20.c.- Halla el valor de la fuerza gravitatoria entre dos bosones distanciados 10^{-10} m.

Datos: 1 eV = 1,6·10^{-19} J; h = $6,626 \cdot 10{-}34$ J·s; G = 6,67N·m^2/kg^{-2}

Solución:

20.a.- A partir de la ecuación E = mc^2, podemos poner:

$$E = 2,24 \cdot 10^{-25} 9 \cdot 10^{16} = 2,016 \cdot 10^{-8} \text{ J}$$

Teniendo en cuenta, además, que 1 GeV = $1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^9 = 1,6 \cdot 10^{-10}$:

$$E = \frac{2,016 \cdot 10^{-8}}{1,6 \cdot 10^{-10}} = 126 \text{ GeV}$$

20.b.- La frecuencia será:

$$\nu = \frac{E}{h} = \frac{2,016 \cdot 10^{-8}}{6,626 \cdot 10^{-34}} = 3,04 \cdot 10^{25} \text{ Hz}$$

20.c.- El módulo de la fuerza será:

$$|\overrightarrow{F}| = \frac{Gm^2}{r^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11}(2,24 \cdot 10^{-25})^2}{(10^{-10})^2} = 3,35 \cdot 10^{-40} \text{ N}$$