EJERCICIOS PROPUESTOS

1.1 **Indica, sin realizar la división, el tipo de expresión decimal de estos números.**

a) $\frac{11}{6}$ **b)** $\frac{19}{33}$ **c)** $\frac{27}{14}$ **d)** $\frac{77}{50}$

a) $\frac{11}{6} \rightarrow$ Periódico mixto

b) $\frac{19}{33} \rightarrow$ Periódico puro

c) $\frac{27}{14} \rightarrow$ Periódico mixto

d) $\frac{77}{50} \rightarrow$ Decimal exacto

1.2 **Señala cuáles de los siguientes números decimales no son periódicos.**

a) 1,7 17 117 1117...

b) 3,012351235123...

c) $\sqrt{5}$ **= 2,2360679774...**

d) 8,163264128256...

a) No es periódico.

b) Sí es periódico.

c) No es periódico.

d) No es periódico.

1.3 **Clasifica los siguientes números en racionales e irracionales.**

a) −0,1234567891011...

b) $\sqrt{6}$ **= 2,4494897427...**

c) 8,023023023...

d) $\sqrt[3]{8}$ **= 2**

a) Irracional

b) Irracional

c) Racional

d) Racional

1.4 **El laboratorio de ciencias es una clase rectangular de 8 metros de largo por 7 de ancho. Indica alguna medida en la clase que no pueda expresarse mediante números racionales.**

La diagonal del rectángulo: $d = \sqrt{7^2 + 8^2} = \sqrt{113}$ m

1.5 **Dado el número 53,2647, escribe:**

a) Las mejores aproximaciones por defecto y por exceso, y los redondeos con una, dos y tres cifras decimales.

b) Los errores absolutos y relativos asociados a los redondeos.

a) Con una cifra decimal: $\begin{cases} \text{Exceso} \rightarrow 53{,}3 \\ \text{Defecto} \rightarrow 53{,}2 \\ \text{Redondeo} \rightarrow 53{,}3 \end{cases}$

Con tres cifras decimales: $\begin{cases} \text{Exceso} \rightarrow 53{,}265 \\ \text{Defecto} \rightarrow 53{,}264 \\ \text{Redondeo} \rightarrow 53{,}265 \end{cases}$

Con dos cifras decimales: $\begin{cases} \text{Exceso} \rightarrow 53{,}27 \\ \text{Defecto} \rightarrow 53{,}26 \\ \text{Redondeo} \rightarrow 53{,}26 \end{cases}$

b) E. abs. asociado a 53,3: $|53{,}3 - 53{,}2647| = 0{,}0353$ E. rel. asociado a 53,3: $\frac{0{,}0353}{53{,}2647} = 0{,}0007$

E. abs. asociado a 53,26: $|53{,}26 - 53{,}2647| = 0{,}0047$ E. rel. asociado a 53,26: $\frac{0{,}0047}{53{,}2647} = 8{,}8238 \cdot 10^{-5}$

E. abs. asociado a 53,265: $|53{,}265 - 53{,}2647| = 0{,}0003$ E. rel. asociado a 53,265: $\frac{0{,}0003}{53{,}2647} = 5{,}6322 \cdot 10^{-6}$

1.6 Una buena aproximación al número π es la fracción $\frac{22}{7}$. Si una fuente circular mide 12 metros de radio, ¿qué errores absoluto y relativo cometemos al medir su circunferencia tomando esta aproximación de π?

$L = 2 \cdot \pi \cdot r = 2 \cdot 3{,}1415 \cdot 12 = 75{,}396$ m

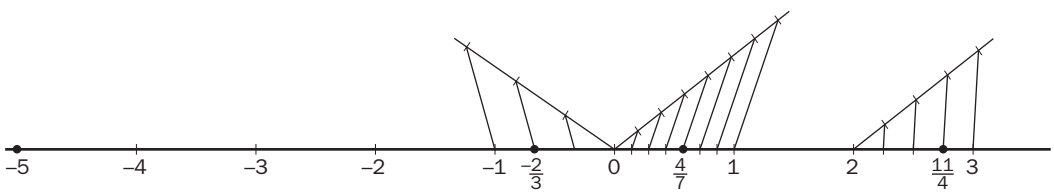
Si aproximamos π por $\frac{22}{7}$, tenemos que $L = 75{,}4272$ m.

Error absoluto: $|75{,}3960 - 75{,}4272| = 0{,}0312$ Error relativo: $\frac{0{,}0312}{75{,}3960} = 0{,}0004138$

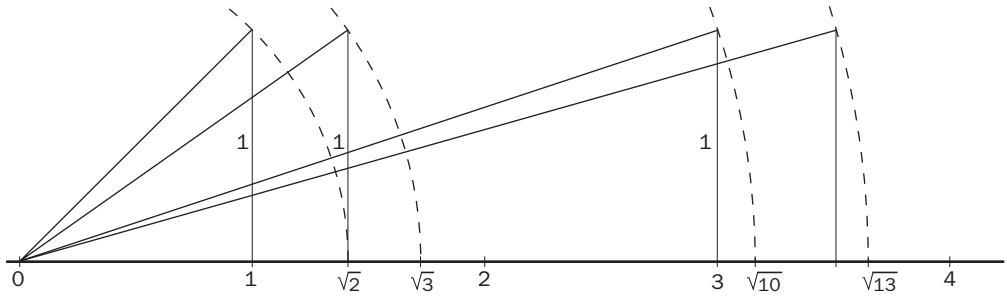
1.7 Representa en la recta real estos números.

a) -5, $-\frac{2}{3}$, $\frac{4}{7}$ y $\frac{11}{4}$ **b) $\sqrt{3}$, $\sqrt{10}$, $\sqrt{13}$ y 2π**

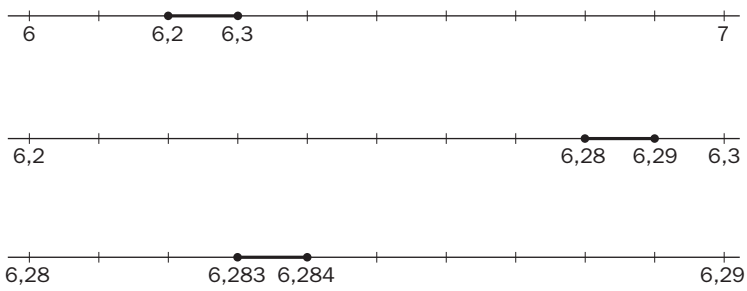
a)



b)



$2\pi = 6{,}283$



1.8 Realiza las siguientes operaciones en donde aparecen valores absolutos.

a) $\left||-4| + (-4)\right|$

b) $\left||-7| \cdot |2| - |-3|\right|$

a) $\left||-4| + (-4)\right| = |4 - 4| = 0$

b) $\left||-7| \cdot |2| - |-3|\right| = |7 \cdot 2 - 3| = |14 - 3| = 11$

1.9 Expresa de otras dos formas estos intervalos, e identifica cuáles son entornos.

a) $(3, 9]$

b) $-2 < x < 9$

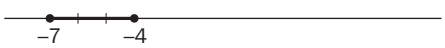
c) $[-7, -4]$

a) $(3, 9] \rightarrow 3 < x \leq 9 \rightarrow$ 

No es un entorno.

b) $-2 < x < 9 \rightarrow (-2, 9) \rightarrow$ 

Es un entorno abierto.

c) $[-7, -4] \rightarrow -7 \leq x \leq -4 \rightarrow$ 

Es un entorno cerrado.

1.10 Calcula el radio y el centro de estos entornos.

a) $(-5, 5)$

b) $[-1, 7]$

c) $|x - 1| < 6$

d) $|x + 1| \leq 3$

Sea a = centro y r = radio.

a) $(-5, 5)$: $a = \dfrac{-5 + 5}{2} = 0$ $\qquad r = \dfrac{5 - (-5)}{2} = \dfrac{10}{2} = 5$

b) $(-1, 7)$: $a = \dfrac{-1 + 7}{2} = \dfrac{6}{2} = 3$ $\qquad r = \dfrac{7 - (-1)}{2} = \dfrac{8}{2} = 4$

c) $|x - 1| < 6$: $a = 1$ $\qquad r = 6$

d) $|x + 1| \leq 3$: $a = -1$ $\qquad r = 3$

1.11 Realiza estas operaciones expresando el resultado como una única potencia.

a) $3^3 \cdot 3^{-2} \cdot 3$

b) $\left(\dfrac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\dfrac{2}{3}\right)^{-3}$

c) $3^5 \cdot 3^{-3} : 3^{-2}$

d) $\left(\dfrac{1}{5}\right)^3 \cdot \left(\dfrac{1}{5}\right)^0 : \left(\dfrac{1}{5}\right)^{-2}$

e) $\left[\left(\dfrac{1}{2}\right)^{-1}\right]^{-1} \cdot 2^{-2}$

f) $(4^2)^2 \cdot 4^{-1} : 4 \cdot 4^3$

a) $3^3 \cdot 3^{-2} \cdot 3 = 3^2$

b) $\left(\dfrac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\dfrac{2}{3}\right)^{-3} = \left(\dfrac{2}{3}\right)^{-1} = \dfrac{3}{2}$

c) $3^5 \cdot 3^{-3} : 3^{-2} = 3^4$

d) $\left(\dfrac{1}{5}\right)^3 \cdot \left(\dfrac{1}{5}\right)^0 : \left(\dfrac{1}{5}\right)^{-2} = \left(\dfrac{1}{5}\right)^5$

e) $\left[\left(\dfrac{1}{2}\right)^{-1}\right]^{-1} \cdot 2^{-2} = \left(\dfrac{1}{2}\right) \cdot \left(\dfrac{1}{2}\right)^2 = \left(\dfrac{1}{2}\right)^3$

f) $(4^2)^2 \cdot 4^{-1} : 4 \cdot 4^3 = 4^5$

1.12 Expresa en notación científica estas cantidades.

a) Longitud de un paramecio: 0,000 025 metros

b) Edad del universo: 15 000 millones de años

a) $2{,}5 \cdot 10^{-5}$

b) $1{,}5 \cdot 10^{10}$

1.13 Calcula:

a) $\mathbf{3{,}62 \cdot 10^{12} - 2{,}4 \cdot 10^{12}}$

b) $\mathbf{2{,}45 \cdot 10^{8} + 6{,}12 \cdot 10^{7}}$

c) $\mathbf{(4{,}35 \cdot 10^{8}) \cdot (2{,}1 \cdot 10^{7})}$

d) $\mathbf{(4{,}6 \cdot 10^{17}) : (8 \cdot 10^{12})}$

a) $3{,}62 \cdot 10^{12} - 2{,}4 \cdot 10^{12} = 1{,}22 \cdot 10^{12}$

b) $2{,}45 \cdot 10^{8} + 6{,}12 \cdot 10^{7} = 24{,}5 \cdot 10^{7} + 6{,}12 \cdot 10^{7} = 30{,}62 \cdot 10^{7}$

c) $(4{,}35 \cdot 10^{8}) \cdot (2{,}1 \cdot 10^{7}) = 9{,}135 \cdot 10^{15}$

d) $(4{,}6 \cdot 10^{17}) : (8 \cdot 10^{12}) = 0{,}575 \cdot 10^{5} = 5{,}75 \cdot 10^{4}$

1.14 Reduce a índice común y ordena de menor a mayor los siguientes radicales.

a) $\sqrt{3}$, $\sqrt[5]{2}$, $\sqrt[10]{5}$

b) 3, $\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{5}$, $\sqrt[6]{3}$

a) $\sqrt{3}$, $\sqrt[5]{2}$, $\sqrt[10]{5} \rightarrow$ Reducimos a índice común los radicales: $\sqrt[10]{3^5}$, $\sqrt[10]{2^2}$, $\sqrt[10]{5}$

Ordenamos de menor a mayor: $\sqrt[10]{2^2} < \sqrt[10]{5} < \sqrt[10]{3^5} \Rightarrow \sqrt[5]{2} < \sqrt[10]{5} < \sqrt{3}$

b) 3, $\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{5}$, $\sqrt[6]{3} \rightarrow$ Reducimos a índice común los radicales: $\sqrt[6]{3^6}$, $\sqrt[6]{2^3}$, $\sqrt[6]{5^2}$, $\sqrt[6]{3}$

Ordenamos de menor a mayor: $\sqrt[6]{3} < \sqrt[6]{2^3} < \sqrt[6]{5^2} < \sqrt[6]{3^6} \Rightarrow \sqrt[6]{3} < \sqrt{2} < \sqrt[3]{5} < 3$

1.15 Indica cuántas raíces tienen los siguientes números y calcúlalas cuando sea posible.

a) $\sqrt{0{,}49}$

b) $\sqrt[3]{216}$

c) $\sqrt{-4}$

d) $\sqrt[3]{-125}$

a) $\sqrt{0{,}49}$ Tiene dos raíces reales: $+0{,}7$ y $-0{,}7$.

b) $\sqrt[3]{216}$ Tiene una raíz real: 6.

c) $\sqrt{-4}$ No tiene raíces reales.

d) $\sqrt[3]{-125}$ Tiene una raíz real: -5.

1.16 De los siguientes pares de potencias, ¿cuáles son equivalentes?

a) $\mathbf{21^{\frac{1}{5}}, 21^{\frac{2}{10}}}$

b) $\mathbf{13^{\frac{5}{8}}, 13^{\frac{6}{7}}}$

c) $\mathbf{7^{\frac{2}{4}}, 7^{\frac{15}{30}}}$

d) $\mathbf{10^{\frac{2}{3}}, 10^{0{,}666\ldots}}$

a) $21^{\frac{1}{5}}, 21^{\frac{2}{10}} \rightarrow$ Sí son equivalentes.

b) $13^{\frac{5}{8}}, 13^{\frac{6}{7}} \rightarrow$ No son equivalentes.

c) $7^{\frac{2}{4}}, 7^{\frac{15}{30}} \rightarrow$ Sí son equivalentes.

d) $10^{\frac{2}{3}}, 10^{0{,}666\ldots} \rightarrow$ Sí son equivalentes.

1.17 Expresa los siguientes radicales como potencias y, si es posible, simplifícalas.

a) $\sqrt[3]{64}$

b) $\sqrt{27}$

c) $\sqrt[4]{49}$

d) $\sqrt[6]{4096}$

a) $\sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{2^6} = 2^{\frac{6}{3}} = 2^2 = 4$

b) $\sqrt{27} = \sqrt{3^3} = 3^{\frac{3}{2}}$

c) $\sqrt[4]{49} = \sqrt[4]{7^2} = 7^{\frac{2}{4}} = 7^{\frac{1}{2}}$

d) $\sqrt[6]{4096} = \sqrt[6]{2^{12}} = 2^{\frac{12}{6}} = 2^2$

1.18 Escribe tres potencias equivalentes a:

a) $3^{\frac{1}{2}}$

b) $7^{\frac{1}{5}}$

a) $3^{\frac{1}{2}} \rightarrow 3^{\frac{2}{4}}, 3^{\frac{3}{6}}, 3^{\frac{5}{10}}$

b) $7^{\frac{1}{5}} \rightarrow 7^{\frac{2}{10}}, 7^{\frac{3}{15}}, 49^{\frac{1}{10}}$

1.19 Expresa como radicales estas potencias.

a) $16^{\frac{2}{3}}$

b) $125^{\frac{2}{4}}$

c) $81^{\frac{3}{5}}$

d) $100^{\frac{5}{2}}$

a) $16^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{16^2} = \sqrt[3]{2^8}$

b) $125^{\frac{2}{4}} = \sqrt[4]{125^2} = \sqrt[4]{5^6}$

c) $81^{\frac{3}{5}} = \sqrt[5]{81^3} = \sqrt[5]{3^{12}}$

d) $100^{\frac{5}{2}} = \sqrt{100^5}$

1.20 Los lados de tres cuadrados miden, respectivamente, $5^{\frac{1}{4}}$, $5^{\frac{1}{6}}$ y $5^{\frac{2}{3}}$ metros. Ordénalos de menor a mayor según sus correspondientes áreas.

Reduciendo los exponentes de las potencias a común denominador: $5^{\frac{3}{12}}, 5^{\frac{2}{12}}, 5^{\frac{8}{12}}$.

Entonces: $5^{\frac{2}{12}} < 5^{\frac{3}{12}} < 5^{\frac{8}{12}} \rightarrow 5^{\frac{1}{6}} < 5^{\frac{1}{4}} < 5^{\frac{2}{3}}$

1.21 Haz las siguientes operaciones.

a) $\sqrt{6} \cdot \sqrt{8} \cdot \sqrt{3}$

b) $\sqrt[4]{8} : \sqrt[4]{2}$

c) $\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[5]{2}$

d) $\sqrt[3]{10} : \sqrt{5}$

a) $\sqrt{6} \cdot \sqrt{8} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{144} = 12$

b) $\sqrt[4]{8} : \sqrt[4]{2} = \sqrt[4]{4} = \sqrt{2}$

c) $\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[5]{2} = \sqrt[15]{3^5 \cdot 2^3} = \sqrt[15]{1944}$

d) $\sqrt[3]{10} : \sqrt{5} = \sqrt[6]{10^2 : 5^3} = \sqrt[6]{0{,}8}$

1.22 **Realiza las operaciones siguientes.**

a) $\sqrt[10]{4} \cdot \sqrt[5]{9} : \sqrt{3}$

b) $\left(\sqrt[3]{2^2}\right)^2$

c) $\sqrt[3]{\sqrt[4]{5}}$

d) $\left(\sqrt[3]{\sqrt[3]{27}}\right)^2$

a) $\sqrt[10]{4} \cdot \sqrt[5]{9} : \sqrt{3} = \sqrt[10]{4 \cdot 9^2 : 3^5} = \sqrt[10]{\frac{4}{3}}$

b) $\left(\sqrt[3]{2^2}\right)^2 = \sqrt[3]{2^4} = 2\sqrt[3]{2}$

c) $\sqrt[3]{\sqrt[4]{5}} = \sqrt[12]{5}$

d) $\left(\sqrt[3]{\sqrt[3]{27}}\right)^2 = \left(\sqrt[9]{3^3}\right)^2 = \sqrt[9]{3^6} = \sqrt[3]{3^2}$

1.23 **Simplifica extrayendo factores.**

a) $\sqrt{180}$

b) $\sqrt[4]{162}$

c) $\sqrt[3]{72}$

d) $\sqrt[3]{24\,000}$

a) $\sqrt{180} = \sqrt{2^2 \cdot 3^2 \cdot 5} = 2 \cdot 3\sqrt{5} = 6\sqrt{5}$

b) $\sqrt[4]{162} = \sqrt[4]{2 \cdot 3^4} = 3\sqrt[4]{2}$

c) $\sqrt[3]{72} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 3^2} = 2\sqrt[3]{3^2}$

d) $\sqrt[3]{24\,000} = \sqrt[3]{2^6 \cdot 3 \cdot 5^3} = 2^2 \cdot 5\sqrt[3]{3} = 20\sqrt[3]{3}$

1.24 **Introduce los factores enteros en los radicales.**

a) $2\sqrt{5}$

b) $11\sqrt{7}$

c) $10\sqrt[3]{2}$

d) $5\sqrt[4]{2}$

a) $2\sqrt{5} = \sqrt{2^2 \cdot 5} = \sqrt{20}$

b) $11\sqrt{7} = \sqrt{11^2 \cdot 7} = \sqrt{847}$

c) $10\sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{10^3 \cdot 2} = \sqrt[3]{2000}$

d) $5\sqrt[4]{2} = \sqrt[4]{5^4 \cdot 2} = \sqrt[4]{1250}$

1.25 **Opera y simplifica.**

a) $\sqrt[3]{16} + 3\sqrt[3]{18} - \sqrt[3]{50}$

b) $\sqrt{20} - 6\sqrt{45} + \sqrt{80}$

c) $\sqrt[4]{32} + \sqrt[4]{162} + 3\sqrt[4]{48}$

a) $\sqrt[3]{16} + 3\sqrt[3]{18} - \sqrt[3]{50} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 2} + 3\sqrt[3]{3^2 \cdot 2} - \sqrt[3]{5^2 \cdot 2} = 2\sqrt[3]{2} + 3\sqrt[3]{3^2 \cdot 2} - \sqrt[3]{5^2 \cdot 2}$

b) $\sqrt{20} - 6\sqrt{45} + \sqrt{80} = \sqrt{2^2 \cdot 5} - 6\sqrt{3^2 \cdot 5} + \sqrt{2^4 \cdot 5} = 2\sqrt{5} - 18\sqrt{5} + 4\sqrt{5} = -12\sqrt{5}$

c) $\sqrt[4]{32} + \sqrt[4]{162} + 3\sqrt[4]{48} = \sqrt[4]{2^5} + \sqrt[4]{2 \cdot 3^4} + 3\sqrt[4]{2^4 \cdot 3} = 2\sqrt[4]{2} + 3\sqrt[4]{2} + 6\sqrt[4]{3} = 5\sqrt[4]{2} + 6\sqrt[4]{3}$

1.26 Racionaliza las siguientes expresiones.

a) $\dfrac{1}{\sqrt{5}}$

b) $\dfrac{1}{\sqrt[3]{12}}$

c) $\dfrac{1}{\sqrt[4]{72}}$

d) $\dfrac{1}{\sqrt[4]{200}}$

a) $\dfrac{1}{\sqrt{5}} = \dfrac{\sqrt{5}}{5}$

b) $\dfrac{1}{\sqrt[3]{12}} = \dfrac{\sqrt[3]{12^2}}{12} = \dfrac{\sqrt[3]{2^4 \cdot 3^2}}{12} = \dfrac{\sqrt[3]{18}}{6}$

c) $\dfrac{1}{\sqrt[4]{72}} = \dfrac{\sqrt[4]{72^3}}{72} = \dfrac{\sqrt[4]{2^9 \cdot 3^6}}{72} = \dfrac{4 \cdot 3\sqrt[4]{18}}{72} = \dfrac{\sqrt[4]{18}}{6}$

d) $\dfrac{1}{\sqrt[4]{200}} = \dfrac{\sqrt[4]{200^3}}{200} = \dfrac{\sqrt[4]{2^9 \cdot 5^6}}{200} = \dfrac{4 \cdot 5\sqrt[4]{50}}{200} = \dfrac{\sqrt[4]{50}}{10}$

1.27 Racionaliza y simplifica.

a) $\dfrac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{2}}$

b) $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} - \sqrt{5}}$

c) $\dfrac{1}{1 - \sqrt{2}}$

a) $\dfrac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{5} - \sqrt{2}}{5 - 2} = \dfrac{\sqrt{5} - \sqrt{2}}{3}$

b) $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} - \sqrt{5}} = \dfrac{\sqrt{9} + \sqrt{15}}{3 - 5} = \dfrac{3 + \sqrt{15}}{-2}$

c) $\dfrac{1}{1 - \sqrt{2}} = \dfrac{1 + \sqrt{2}}{1 - 2} = \dfrac{1 + \sqrt{2}}{-1} = -1 - \sqrt{2}$

1.28 Calcula los siguientes logaritmos.

a) En base 2 de 4, 16, 64, 256, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$

b) En base 3 de 27, 9, 3, 1, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{9}$

a) $\log_2 4 = 2$

$\log_2 16 = 4$

$\log_2 64 = 6$

$\log_2 256 = 8$

$\log_2 \frac{1}{2} = -1$

$\log_2 \frac{1}{4} = -2$

b) $\log_3 27 = 3$

$\log_3 9 = 2$

$\log_3 3 = 1$

$\log_3 1 = 0$

$\log_3 \frac{1}{3} = -1$

$\log_3 \frac{1}{9} = -2$

1.29 **Usando la definición de logaritmo, halla *x*.**

a) $\log_x 36 = 2$ **b)** $-2 = \log_x \frac{1}{25}$ **c)** $-\frac{1}{3} = \log_{27} x$

a) $\log_x 36 = 2 \Rightarrow x^2 = 36 \Rightarrow x^2 = 6^2 \Rightarrow x = 6$

b) $-2 = \log_x \frac{1}{25} \Rightarrow x^{-2} = \frac{1}{25} \Rightarrow x^{-2} = 5^{-2} \Rightarrow x = 5$

c) $-\frac{1}{3} = \log_{27} x \Rightarrow 27^{-\frac{1}{3}} = x \Rightarrow x = \frac{1}{\sqrt[3]{27}} = \frac{1}{3}$

1.30 **Sin calculadora, halla la primera cifra de los logaritmos decimales de 5100; 823; 50; 0,32; 12 315; −3; 0,0023; 7 y 0,000 03.**

$\log 5100 = 3,...$

$\log 823 = 2,...$

$\log 50 = 1,...$

$\log 0,32 = -0,4,...$

$\log 12\,315 = 4,...$

$\log -3$ no existe.

$\log 0,0023 = -2,...$

$\log 7 = 0,8,...$

$\log 0,000\,03 = -4,....$

1.31 **Sabiendo que log 5 = 0,7, calcula:**

a) $\log 0,125$

b) $\log 2$

c) $\log 500$

d) $\log \sqrt[3]{25}$

a) $\log 0,125 = \log \frac{125}{1000} = \log \frac{5^3}{1000} = 3 \log 5 - \log 1000 = 3 \cdot 0,7 - 3 = 2,1 - 3 = -0,9$

b) $\log 2 = \log \frac{10}{5} = \log 10 - \log 5 = 1 - 0,7 = 0,3$

c) $\log 500 = \log (5 \cdot 100) = \log 5 + \log 100 = 0,7 + 2 = 2,7$

d) $\log \sqrt[3]{25} = \log 5^{\frac{2}{3}} = \frac{2}{3} \log 5 = \frac{2}{3} \cdot 0,7 = \frac{1,4}{3} = 0,4\widehat{6}$

1.32 **Mediante un cambio de base y la calculadora, halla:**

a) $\log_3 20$

b) $\log_5 15$

c) $\log_{0,5} 10$

d) $\log_{0,1} 2$

e) $\log_4 11$

f) $\log_7 60$

a) $\log_3 20 = \frac{\log 20}{\log 3} = 2,7268$

b) $\log_5 15 = \frac{\log 15}{\log 5} = 1,6826$

c) $\log_{0,5} 10 = \frac{\log 10}{\log 0,5} = -3,3219$

d) $\log_{0,1} 2 = \frac{\log 2}{\log 0,1} = -0,3010$

e) $\log_4 11 = \frac{\log 11}{\log 4} = 1,7297$

f) $\log_7 60 = \frac{\log 60}{\log 7} = 2,1041$

1.33 Toma logaritmos en estas expresiones.

a) $A = \dfrac{100bc^3}{\sqrt{d}}$

b) $B = \dfrac{x^2 y}{10\sqrt[3]{z}}$

a) $A = \dfrac{100bc^3}{\sqrt{d}} \Rightarrow \log A = \log 100bc^3 - \log\sqrt{d} = \log 100 + \log b + 3\log c - \dfrac{1}{2}\log d$

b) $B = \dfrac{x^2 y}{10\sqrt[3]{z}} \Rightarrow \log B = \log x^2 y - \log 10\sqrt[3]{z} = 2\log x + \log y - \log 10 - \dfrac{1}{3}\log z$

1.34 Toma antilogaritmos en estas expresiones.

a) $\log A = 3\log b + \log c - 2$

b) $\log B = 4\log x - \log y - \dfrac{\log z}{3}$

Tomando antilogaritmos se tiene que:

a) $A = \dfrac{b^3 \cdot c}{100}$

b) $B = \dfrac{x^4}{y \cdot \sqrt[3]{z}}$

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

1.35 Demuestra la igualdad siguiente, siendo *n* cualquier número natural.

$$1 + 2 + 4 + 8 + \ldots + 2^n = 2^{n+1} - 1$$

Para $n = 1$ es cierta.

Veamos que si se cumple para un valor n, también se cumple para el siguiente, $n + 1$.

Deberíamos obtener $2^{n+2} - 1$.

$$1 + 2 + 4 + 8 + \ldots + 2^n + 2^{n+1} = \underbrace{(1 + 2 + 4 + 8 + \ldots + 2^n)}_{2^{n+1}-1} + 2^{n+1} = (2^{n+1} - 1) + 2^{n+1} = 2 \cdot 2^{n+1} - 1 = 2^{n+2} - 1,$$

como queríamos demostrar.

1.36 Demuestra la igualdad siguiente, siendo *n* cualquier número natural.

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \ldots + \frac{1}{(n-1)\,n} = \frac{n-1}{n}$$

Para $n = 2$ es cierta.

Suponemos que es cierta para $n + 1$ y comprobamos que lo es para $n + 2$. Deberíamos obtener $\frac{n+1}{n+2}$.

$$\underbrace{\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \ldots + \frac{1}{n\,(n+1)}}_{\frac{n}{n+1}} + \frac{1}{(n+1)(n+2)} =$$

$$= \frac{n}{n+1} + \frac{1}{(n+1)(n+2)} =$$

$$= \frac{n(n+2)}{(n+1)(n+2)} + \frac{1}{(n+1)(n+2)} =$$

$$= \frac{n^2 + 2n + 1}{(n+1)(n+2)} =$$

$$= \frac{(n+1)^{\cancel{2}}}{\cancel{(n+1)}(n+2)} =$$

$$= \frac{n+1}{n+2}$$

Por tanto, la igualdad es cierta.

A C T I V I D A D E S

E J E R C I C I O S P A R A E N T R E N A R S E

Números reales y aproximaciones

1.37 Indica qué tipo de expresión decimal tienen los siguientes números.

a) $\frac{7}{20}$

b) $\frac{8}{11}$

c) $\frac{11}{18}$

d) $\frac{13}{35}$

a) $\frac{7}{20} = 0{,}35 \rightarrow$ Decimal exacto

b) $\frac{8}{11} = 0{,}\widehat{72} \rightarrow$ Decimal periódico puro

c) $\frac{11}{18} = 0{,}6\widehat{1} \rightarrow$ Decimal periódico mixto

d) $\frac{13}{35} = 0{,}3\widehat{714285} \rightarrow$ Decimal periódico mixto

1.38 Copia y completa la tabla escribiendo estos números en todos los conjuntos numéricos a los que puedan pertenecer.

$\frac{3}{5}$; $-\sqrt{2}$;1,2525...; 2,010 010 001...; -4;$0,1\widehat{6}$

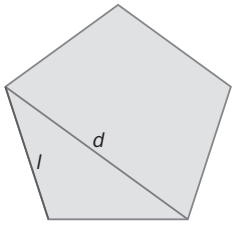
Naturales (N)	
Enteros (Z)	
Racionales (Q)	
Reales (R)	

Naturales (**N**)	
Enteros (**Z**)	-4
Racionales (**Q**)	-4; $\frac{3}{5}$; 1,2525…; $0,1\widehat{6}$
Reales (**R**)	Todos

1.39 La relación entre la diagonal de un pentágono regular y su lado se llama número de oro o áureo, y se designa por ϕ. Su valor es $\phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ = 1,618…

¿Es irracional? ¿Por qué?

Calcula una aproximación por defecto con un error menor que una centésima.



Sí es irracional, ya que al ser $\sqrt{5}$ irracional, entonces $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ también lo es.

ϕ = 1,61

1.40 ¿Qué errores absoluto y relativo se cometen cuando se aproxima 4,1592 por 4,16?

Error absoluto $= |4,1592 - 4,16| = 0,0008$

Error relativo $= \frac{0,0008}{4,16} = 0,0002$

1.41 ¿Cuántos números reales existen comprendidos entre 5,187 246 y 5,187 247? Escribe tres de ellos.

Existen infinitos números reales entre ambos, por ejemplo: 5,187 246 1; 5,187 246 2; 5,187 246 3.

1.42 Indica si los siguientes números son racionales o irracionales.

a) 5,372 727 272…

b) 0,127 202 002 000…

c) 3,545 445 444 5…

d) 8,666 126 712 67…

a) Racional

b) Irracional

c) Irracional

d) Racional

1.43 **Rellena los recuadros vacíos con $<$ o $>$ según sea necesario en cada caso.**

a) $\frac{1}{6}$ $\square$ **0,166 667**

b) **1,732 051** $\square$ $\sqrt{3}$

c) **1,333 334** $\square$ $\frac{4}{3}$

d) $\sqrt[3]{5}$ $\square$ **1,709 976**

a) $\frac{1}{6} < 0{,}166\,667$

b) $1{,}732\,051 > \sqrt{3}$

c) $1{,}333\,334 > \frac{4}{3}$

d) $\sqrt[3]{5} < 1{,}709\,976$

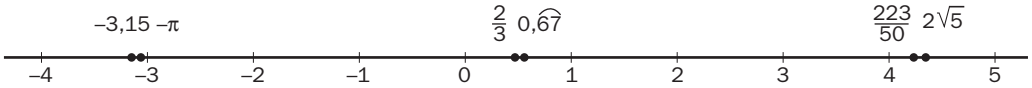
1.44 **Ordena de menor a mayor y representa gráficamente los siguientes números reales.**

$$-\pi;\ 2\sqrt{5};\ \frac{2}{3};\ \frac{223}{50};\ -3{,}15;\ 0{,}\widehat{67}$$

Necesitamos tener la aproximación decimal de cada uno de los números:

$$-\pi = -3{,}14159\ldots\ 2\sqrt{5} = 4{,}4721\ldots\ \frac{2}{3} = 0{,}666\ldots\ \frac{223}{50} = 4{,}46 \Rightarrow -3{,}15 < -\pi < \frac{2}{3} < 0{,}\widehat{67} < \frac{223}{50} < 2\sqrt{5}$$

Utilizando la aproximación decimal anterior, representamos gráficamente los números:



1.45 **Realiza las siguientes operaciones.**

a) $|-7 + 2|$

b) $||-5| - |-8||$

c) $||-9| + |2|\,|-5||$

d) $|-9||5 - 3| - |-4| : |-2|$

a) $|-7 + 2| = 5$

b) $||-5| - |-8|| = 3$

c) $||-9| + |2|\,|-5|| = 19$

d) $|-9||5 - 3| - |-4| : |-2| = 16$

Intervalos, semirrectas y entornos

1.46 **Expresa mediante desigualdades y también gráficamente en la recta real los siguientes intervalos y semirrectas.**

a) $[-1, +\infty)$

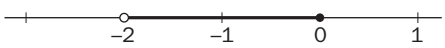
b) $(-2, 0]$

c) $(-\infty, 3)$

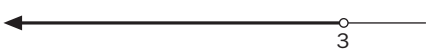
d) $[4, 8]$

a) $[-1, +\infty) \rightarrow x \geq -1 \rightarrow$

b) $(-2, 0] \rightarrow -2 < x \leq 0 \rightarrow$



c) $(-\infty, 3) \rightarrow x < 3 \rightarrow$



d) $[4, 8] \rightarrow 4 \leq x \leq 8 \rightarrow$

1.47 **Señala si las siguientes igualdades son verdaderas o no.**

a) $E[1, 2] = [-1, 3]$

b) $E(0, 1) = [-1, 1]$

c) $E(-2, 3) = (-5, 0)$

d) $E(4, 2) = (3, 5]$

a) Verdadera

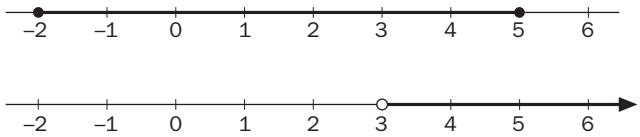
b) Falsa

c) Falsa

d) Falsa

1.48 **Representa en la recta real el intervalo $A = [-2, 5]$ y la semirrecta $B = (3, +\infty)$.**

¿Existe algún intervalo de puntos común a ambos? En caso afirmativo, hállalo.



Sí existe intervalo común a ambos: (3, 5].

Potencias de exponente entero. Notación científica

1.49 **Escribe los siguientes números como potencias cuya base sea un número primo.**

a) 8, 125, 243, 1024, 2401

b) $\frac{1}{625}, \frac{1}{343}, \frac{1}{256}, \frac{1}{81}, \frac{1}{32}$

a) $8 = 2^3$; $125 = 5^3$; $243 = 3^5$; $1024 = 2^{10}$; $2401 = 7^4$

b) $\frac{1}{625} = 5^{-4}$; $\frac{1}{343} = 7^{-3}$; $\frac{1}{256} = 2^{-8}$; $\frac{1}{81} = 3^{-4}$; $\frac{1}{32} = 2^{-5}$

1.50 **Haz estas operaciones con potencias.**

a) $4^{-3} \cdot 4^2 : (4)^{-1}$

b) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{9}{8}\right)^2$

c) $5^{-3}\left[\left(\frac{1}{5}\right)^{-2}\right]^2$

a) $4^{-3} \cdot 4^2 : (4)^{-1} = 1$

b) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{9}{8}\right)^2 = 3$

c) $5^{-3}\left[\left(\frac{1}{5}\right)^{-2}\right]^2 = 5$

1.51 **Escribe en notación científica los números:**

a) 5 182 000 000 000

b) 0,000 000 000 369

c) 835 000 000 000 000

d) 0,000 000 000 003 51

¿Cuál tiene un orden de magnitud superior?

a) $5{,}182 \cdot 10^{12}$

b) $3{,}69 \cdot 10^{-10}$

c) $8{,}35 \cdot 10^{14}$

d) $3{,}51 \cdot 10^{-12}$

Tiene mayor orden de magnitud el c.

Radicales. Potencias de exponente fraccionario

1.52 Ordena de mayor a menor estos radicales.

a) $3,\ \sqrt{10},\ \sqrt[3]{26}$

a) $\sqrt{10} > 3 > \sqrt[3]{26}$

b) $\sqrt{2},\ \sqrt[4]{5},\ \sqrt[5]{12}$

b) $\sqrt[5]{12} > \sqrt[4]{5} > \sqrt{2}$

1.53 Calcula el valor de las siguientes potencias.

a) $25^{\frac{3}{2}}$

b) $343^{\frac{2}{3}}$

c) $16^{0,25}$

d) $27^{0,3333...}$

a) $25^{\frac{3}{2}} = 125$

b) $343^{\frac{2}{3}} = 49$

c) $16^{0,25} = 2$

d) $27^{0,3333...} = 3$

1.54 Efectúa las siguientes operaciones.

a) $\sqrt{8} \cdot \sqrt{27}$

b) $\sqrt[3]{512} : \sqrt[3]{200}$

c) $\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[5]{392}$

d) $\sqrt[4]{2187} : \sqrt{108}$

e) $\sqrt{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt[4]{8} : \sqrt[3]{4}$

f) $\sqrt{12} : \sqrt[3]{32} \cdot \sqrt[6]{2}$

g) $\sqrt{\sqrt[3]{\sqrt{8}}}$

h) $\left(\sqrt[3]{\sqrt{64}}\right)^2$

a) $\sqrt{8} \cdot \sqrt{27} = \sqrt{6^3} = \sqrt{216}$

b) $\sqrt[3]{512} : \sqrt[3]{200} = \sqrt[3]{2^6 : 5^2} = \sqrt[3]{\frac{2^6}{5^2}}$

c) $\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[5]{392} = \sqrt[15]{2^{19} \cdot 7^6}$

d) $\sqrt[4]{2187} : \sqrt{108} = \sqrt[4]{\frac{3}{2^4}} = \frac{\sqrt[4]{3}}{2}$

e) $\sqrt{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt[4]{8} : \sqrt[3]{4} = \sqrt[12]{2^{-5}}$

f) $\sqrt{12} : \sqrt[3]{32} \cdot \sqrt[6]{2} = \sqrt{\frac{3}{2}}$

g) $\sqrt{\sqrt[3]{\sqrt{8}}} = \sqrt[4]{2}$

h) $\left(\sqrt[3]{\sqrt{64}}\right)^2 = 4$

Radicales semejantes. Racionalización

1.55 Opera y simplifica.

a) $2\sqrt{20} + 3\sqrt{45} - \sqrt{80}$

b) $4\sqrt[3]{16} + 5\sqrt[3]{54} - 2\sqrt[3]{250}$

c) $\sqrt{27} - 2\sqrt{32} + \sqrt{180}$

d) $3\sqrt[3]{81} + \sqrt[3]{24} - 5\sqrt[3]{375}$

a) $9\sqrt{5}$

b) $13\sqrt[3]{2}$

c) $3\sqrt{3} - 8\sqrt{2} + 6\sqrt{5}$

d) $-14\sqrt[3]{3}$

1.56 **Racionaliza las siguientes expresiones.**

a) $\dfrac{4}{\sqrt{2}}$ **c)** $\dfrac{1}{\sqrt[4]{8}}$ **e)** $\dfrac{1+\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}$

b) $\dfrac{3}{\sqrt[3]{3}}$ **d)** $\dfrac{2}{\sqrt{3}+\sqrt{7}}$ **f)** $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$

a) $2\sqrt{2}$ c) $\dfrac{\sqrt[4]{2}}{2}$ e) $-3-2\sqrt{2}$

b) $\sqrt[3]{9}$ d) $\dfrac{-\sqrt{3}+\sqrt{7}}{2}$ f) $-2-\sqrt{6}$

Logaritmo de un número. Propiedades

1.57 **Calcula los siguientes logaritmos.**

a) $\log_2 32$ $\log_3 729$ $\log_{10} 1\,000\,000$

b) $\log_2 \dfrac{1}{16}$ $\log_3 \dfrac{1}{81}$ $\log_{10} \dfrac{1}{1000}$

c) $\log_2 \sqrt{8}$ $\log_3 \sqrt[3]{243}$ $\log_{10} \sqrt[5]{100}$

d) $\log_{\frac{1}{2}} 32$ $\log_{\frac{1}{3}} \dfrac{1}{27}$ $\log_{\frac{1}{10}} \sqrt[3]{100\,000}$

a) $\log_2 32 = 5$ $\log_3 729 = 6$ $\log_{10} 1\,000\,000 = 6$

b) $\log_2 \dfrac{1}{16} = -4$ $\log_3 \dfrac{1}{81} = -4$ $\log_{10} \dfrac{1}{1000} = -3$

c) $\log_2 \sqrt{8} = \dfrac{3}{2}$ $\log_3 \sqrt[3]{243} = \dfrac{5}{3}$ $\log_{10} \sqrt[5]{100} = \dfrac{2}{5}$

d) $\log_{\frac{1}{2}} 32 = -5$ $\log_{\frac{1}{3}} \dfrac{1}{27} = 3$ $\log_{\frac{1}{10}} \sqrt[3]{100\,000} = \dfrac{-5}{3}$

1.58 **Encuentra el valor de *x*.**

a) $\log_x 125 = 3$ **c)** $\log_x \dfrac{1}{16} = -8$

b) $-3 = \log_x 2$ **d)** $-\dfrac{1}{3} = \log_{27} x$

a) $x = 5$ c) $x = \sqrt{2}$

b) $x = \dfrac{1}{\sqrt[3]{2}}$ d) $x = \dfrac{1}{3}$