PROBLEMAS DE SISTEMAS DE ECUACIONES

Problema nº 1.-

Calcula un número sabiendo que la suma de sus dos cifras es 10; y que, si invertimos el orden de dichas cifras, el número obtenido es 36 unidades mayor que el inicial.

Problema nº 2.-

En un triángulo rectángulo, uno de sus ángulos agudos es 12° mayor que el otro. ¿Cuánto miden sus tres ángulos?

Problema nº 3.-

La distancia entre dos ciudades, A y B, es de 255 km. Un coche sale de A hacia B a una velocidad de 90 km/h. Al mismo tiempo, sale otro coche de B hacia A a una velocidad de 80 km/h. Suponiendo su velocidad constante, calcula el tiempo que tardan en encontrarse, y la distancia que ha recorrido cada uno hasta el momento del encuentro.

Problema nº 4.-

Halla un número de dos cifras sabiendo que la primera cifra es igual a la tercera parte de la segunda; y que si invertimos el orden de sus cifras, obtenemos otro número que excede en 54 unidades al inicial.

Problema nº 5.-

La base mayor de un trapecio mide el triple que su base menor. La altura del trapecio es de 4 cm y su área es de 24 cm^2. Calcula la longitud de sus dos bases.

Problema nº 6.-

La razón entre las edades de dos personas es de 2/3. Sabiendo que se llevan 15 años, ¿cuál es la edad de cada una de ellas?

Problema nº 7.-

Un número excede en 12 unidades a otro; y si restáramos 4 unidades a cada uno de ellos, entonces el primero sería igual al doble del segundo. Plantea un sistema y resuélvelo para hallar los dos números.

Problema nº 8.-

El perímetro de un triángulo isósceles es de 19 cm. La longitud de cada uno de sus lados iguales excede en 2 cm al doble de la longitud del lado desigual. ¿Cuánto miden los lados del triángulo?

Problema nº 9.-

Pablo y Alicia llevan entre los dos 160 €. Si Alicia le da 10 € a Pablo, ambos tendrán la misma cantidad. ¿Cuánto dinero lleva cada uno?

Problema nº 10.-

La suma de las tres cifras de un número capicúa es igual a 12. La cifra de las decenas excede en 4 unidades al doble de la cifra de las centenas. Halla dicho número.

Problema nº 11.-

El perímetro de un rectángulo es de 22 cm, y sabemos que su base es 5 cm más larga que su altura. Plantea un sistema de ecuaciones y resuélvelo para hallar las dimensiones del rectángulo.

Problema nº 12.-

Hemos mezclado dos tipos de líquido; el primero de 0,94 €/litro, y el segundo, de 0,86 €/litro, obteniendo 40 litros de mezcla a 0,89 €/litro. ¿Cuántos litros hemos puesto de cada clase?

Problema nº 13.-

El doble de un número más la mitad de otro suman 7; y, si sumamos 7 al primero de ellos, obtenemos el quíntuplo del otro. Plantea un sistema de ecuaciones y resuélvelo para hallar dichos números.

Problema nº 14.-

Dos de los ángulos de un triángulo suman 122°. El tercero de sus ángulos excede en 4 grados al menor de los otros dos. ¿Cuánto miden los ángulos del triángulo?

Problema nº 15.-

Una persona invierte en un producto una cantidad de dinero, obteniendo un 5% de beneficio. Por otra inversión en un segundo producto, obtiene un beneficio del 3,5%. Sabiendo que en total invirtió 10 000 €, y que los beneficios de la primera inversión superan en 330 € a los de la segunda, ¿cuánto dinero invirtió en cada producto?

SOLUCIONES A LOS PROBLEMAS DE SISTEMAS DE ECUACIONES

Problema nº 1.-

Calcula un número sabiendo que la suma de sus dos cifras es 10; y que, si invertimos el orden de dichas cifras, el número obtenido es 36 unidades mayor que el inicial.

Solución:

Llamamos x a la primera cifra del número (la de las decenas) e y a la segunda (la de las unidades). Así, el número será $10x + y$. Tenemos que:

$$\left.\begin{array}{r} x+y=10 \\ 10y+x=10x+y+36 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} x+y=10 \\ 9x-9y=-36 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} x+y=10 \\ x-y=-4 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \rightarrow \\ \rightarrow \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{l} \rightarrow\ y=10-x \\ \rightarrow\ y=x+4 \end{array}\right\} \rightarrow 10-x=x+4 \rightarrow 6=2x \rightarrow x=3$$

$y = 10 - x = 10 - 3 = 7$

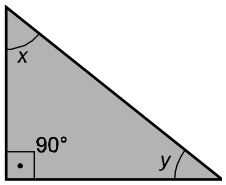
El número buscado es el 37.

Problema nº 2.-

En un triángulo rectángulo, uno de sus ángulos agudos es $12°$ mayor que el otro. ¿Cuánto miden sus tres ángulos?

Solución:

Llamamos x e y a los ángulos agudos del triángulo:



Tenemos que:

$$\left.\begin{array}{r} x=y+12 \\ x+y=90 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} x=y+12 \\ x=90-y \end{array}\right\} \rightarrow y+12=90-y \rightarrow 2y=78 \rightarrow y=\frac{78}{2}=39$$

$x = y + 12 = 39 + 12 = 51$

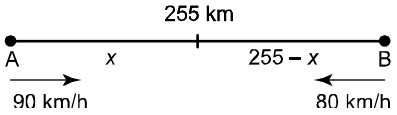
Los ángulos miden $39°$, $51°$ y $90°$.

Problema nº 3.-

La distancia entre dos ciudades, A y B, es de 255 km. Un coche sale de A hacia B a una velocidad de 90 km/h. Al mismo tiempo, sale otro coche de B hacia A a una velocidad de 80 km/h. Suponiendo su velocidad constante, calcula el tiempo que tardan en encontrarse, y la distancia que ha recorrido cada uno hasta el momento del encuentro.

Solución:

Llamamos x a la distancia que recorre el coche que sale de A hasta encontrarse.



Sabemos que $e = v \cdot t$, donde e representa el espacio recorrido, v la velocidad y t el tiempo. Por tanto:

$$\left.\begin{array}{r} x = 90t \\ 255 - x = 80t \end{array}\right\} \rightarrow 255 - 90t = 80t \rightarrow 255 = 170t \rightarrow t = \frac{255}{170} = 1{,}5 \text{ horas}$$

$x = 90t = 90 \cdot 1{,}5 = 135$ km $\rightarrow 255 - x = 255 - 135 = 120$ km

Tardan 1,5 horas (una hora y media) en encontrarse. El coche que salió de A llevaba recorridos 135 km; y el que salió de B, llevaba 120 km.

<u>Problema nº 4.-</u>

Halla un número de dos cifras sabiendo que la primera cifra es igual a la tercera parte de la segunda; y que si invertimos el orden de sus cifras, obtenemos otro número que excede en 54 unidades al inicial.

Solución:

Llamamos x a la primera cifra del número (la de las decenas) e y a la segunda cifra (la de las unidades). Así, el número será $10x + y$. Tenemos que:

$$\left.\begin{array}{r} x = \dfrac{y}{3} \\ 10y + x = 10x + y + 54 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \rightarrow 3x = y \\ \rightarrow 30x + x = 10x + 3x + 54 \rightarrow 18x = 54 \rightarrow x = \dfrac{54}{18} = 3 \end{array}$$

$y = 3x = 3 \cdot 3 = 9$

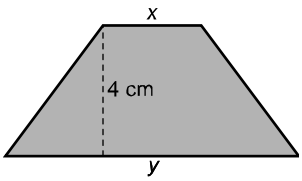
El número buscado es el 39.

<u>Problema nº 5.-</u>

La base mayor de un trapecio mide el triple que su base menor. La altura del trapecio es de 4 cm y su área es de 24 cm^2. Calcula la longitud de sus dos bases.

Solución:

Llamamos x a la base menor e y a la base mayor.



Tenemos que:

$$\left.\begin{array}{r} y=3x \\ \dfrac{(x+y)\cdot 4}{2}=24 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} y=3x \\ 2x+2y=24 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} y=3x \\ x+y=12 \end{array}\right\} \rightarrow x+3x=12 \rightarrow 4x=12 \rightarrow x=3$$

$y=3x=3\cdot 3=9$

La base menor mide 3 cm y la base mayor, 9 cm.

Problema nº 6.-

La razón entre las edades de dos personas es de 2/3. Sabiendo que se llevan 15 años, ¿cuál es la edad de cada una de ellas?

Solución:

Llamamos x e y a las edades de cada uno. Tenemos que:

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{x}{y}=\dfrac{2}{3} \rightarrow 3x=2y \\ y=x+15 \end{array}\right\} \rightarrow 3x=2(x+15) \rightarrow 3x=2x+30 \rightarrow x=30$$

$y=x+15=30+15=45$

Tienen 30 y 45 años.

Problema nº 7.-

Un número excede en 12 unidades a otro; y si restáramos 4 unidades a cada uno de ellos, entonces el primero sería igual al doble del segundo. Plantea un sistema y resuélvelo para hallar los dos números.

Solución:

Hagamos una tabla para entender mejor la situación:

		SI RESTAMOS 4
PRIMER NÚMERO	x	$x-4$
SEGUNDO NÚMERO	y	$y-4$

Tenemos que:

$$\left.\begin{array}{r} x=y+12 \\ x-4=2(y-4) \end{array}\right\} \begin{array}{l} \rightarrow x=y+12 \\ \rightarrow y+12-4=2y-8 \rightarrow y=16 \end{array}$$

$x=y+12=16+12=28$

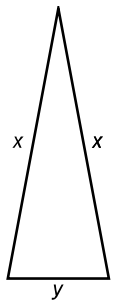
Los números son el 28 y el 16.

Problema nº 8.-

El perímetro de un triángulo isósceles es de 19 cm. La longitud de cada uno de sus lados iguales excede en 2 cm al doble de la longitud del lado desigual. ¿Cuánto miden los lados del triángulo?

Solución:

Llamamos x a la longitud de cada uno de los dos lados iguales e y a la del lado desigual.



Tenemos que:

$$\left.\begin{array}{r} 2x+y=19 \\ x=2y+2 \end{array}\right\} \rightarrow 2(2y+2)+y=19 \rightarrow 4y+4+y=19 \rightarrow 5y=15 \rightarrow y=3$$

$x=2y+2=2\cdot 3+2=6+2=8$

Los lados iguales miden 8 cm cada uno; y el lado desigual mide 3 cm.

<u>Problema nº 9.-</u>

Pablo y Alicia llevan entre los dos 160 €. Si Alicia le da 10 € a Pablo, ambos tendrán la misma cantidad. ¿Cuánto dinero lleva cada uno?

Solución:

Llamamos x a la cantidad de dinero que lleva Pablo e y a la que lleva Alicia. Tenemos que:

$$\left.\begin{array}{l} x+y=160 \\ x+10=y-10 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \rightarrow y-20+y=160 \rightarrow 2y=180 \rightarrow y=90 \\ \rightarrow x=y-20 \end{array}$$

$x=y-20=90-20=70$

Pablo lleva 70 € y Alicia, 90 €.

<u>Problema nº 10.-</u>

La suma de las tres cifras de un número capicúa es igual a 12. La cifra de las decenas excede en 4 unidades al doble de la cifra de las centenas. Halla dicho número.

Solución:

Llamamos x a la cifra de las centenas (que coincide con la de las unidades, por ser el número capicúa) e y a la de las decenas. Así, tenemos que:

$$\left.\begin{array}{l} 2x+y=12 \\ y=2x+4 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \rightarrow y=12-2x \\ \rightarrow y=2x+4 \end{array}\Bigg\} \rightarrow 12-2x=2x+4 \rightarrow 8=4x \rightarrow x=2 \rightarrow y=8$$

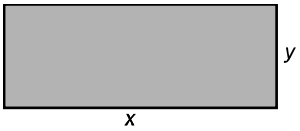
El número que buscamos es el 282.

<u>Problema nº 11.-</u>

El perímetro de un rectángulo es de 22 cm, y sabemos que su base es 5 cm más larga que su altura. Plantea un sistema de ecuaciones y resuélvelo para hallar las dimensiones del rectángulo.

Solución:

Llamamos x a la base e y a la altura.



Tenemos que:

$$\left.\begin{array}{r} 2x+2y=22 \\ x=y+5 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} x+y=11 \\ x=y+5 \end{array}\right\} \rightarrow y+5+y=11 \rightarrow 2y=6 \rightarrow y=3$$

$x=y+5=3+5=8$

La base mide 8 cm y la altura, 3 cm.

<u>Problema nº 12.-</u>

Hemos mezclado dos tipos de líquido; el primero de 0,94 €/litro, y el segundo, de 0,86 €/litro, obteniendo 40 litros de mezcla a 0,89 €/litro. ¿Cuántos litros hemos puesto de cada clase?

Solución:

Hacemos una tabla para organizar la información:

	1er TIPO	2º TIPO	MEZCLA
N.° LITROS	x	y	40
PRECIO/LITRO (euros)	0,94	0,86	0,89
PRECIO TOTAL (euros)	$0{,}94x$	$0{,}86y$	35,6

Tenemos que:

$$\left.\begin{array}{r} x+y=40 \\ 0{,}94x+0{,}86y=35{,}6 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \rightarrow y=40-x \\ \rightarrow 0{,}94x+0{,}86(40-x)=35{,}6 \rightarrow \end{array}$$

$$\rightarrow 0{,}94x+34{,}4-0{,}86x=35{,}6 \rightarrow 0{,}08x=1{,}2 \rightarrow x=\frac{1{,}2}{0{,}08}=15$$

$y=40-x=40-15=25$

Hemos puesto 15 litros del primer tipo y 25 litros del segundo.

<u>Problema nº 13.-</u>

El doble de un número más la mitad de otro suman 7; y, si sumamos 7 al primero de ellos, obtenemos el quíntuplo del otro. Plantea un sistema de ecuaciones y resuélvelo para hallar dichos números.

Solución:

Llamamos x al primer número e y al segundo. Así, tenemos que:

$$\left.\begin{array}{r} 2x+\dfrac{y}{2}=7 \\ x+7=5y \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} 4x+y=14 \\ x+7=5y \end{array}\right\} \begin{array}{l} \rightarrow y=14-4x \\ \rightarrow x+7=5(14-4x) \rightarrow \end{array}$$

$$\rightarrow x+7=70-20x \rightarrow 21x=63 \rightarrow x=\frac{63}{21}=3$$

$y=14-4x=14-4\cdot 3=14-12=2$

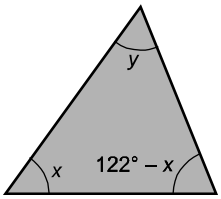
Los números son el 3 y el 2.

Problema nº 14.-

Dos de los ángulos de un triángulo suman 122°. El tercero de sus ángulos excede en 4 grados al menor de los otros dos. ¿Cuánto miden los ángulos del triángulo?

Solución:

Uno de los ángulos mide x; el otro, $122 - x$, y el tercero, y.



Tenemos que:

$$\left.\begin{array}{r} y = x + 4 \\ x + y + 122 - x = 180 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} y = x + 4 \\ y = 58 \end{array}\right\} \rightarrow x + 4 = 58 \rightarrow x = 54$$

$$y = x + 4 = 54 + 4 = 58°$$

Los ángulos miden $54°$, $58°$ y $122° - 54° = 68°$.

Problema nº 15.-

Una persona invierte en un producto una cantidad de dinero, obteniendo un 5% de beneficio. Por otra inversión en un segundo producto, obtiene un beneficio del 3,5%. Sabiendo que en total invirtió 10 000 €, y que los beneficios de la primera inversión superan en 330 € a los de la segunda, ¿cuánto dinero invirtió en cada producto?

Solución:

Hacemos una tabla:

	INVERSIÓN	BENEFICIO
PRIMER PRODUCTO	x	$0{,}05x$
SEGUNDO PRODUCTO	y	$0{,}035y$

Tenemos que:

$$\left.\begin{array}{l} x + y = 10000 \\ 0{,}05x = 0{,}035y + 330 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \rightarrow y = 10000 - x \\ \rightarrow 0{,}05x = 0{,}035(10000 - x) + 330 \rightarrow \end{array}$$

$$\rightarrow 0{,}05x = 350 - 0{,}035x + 330 \rightarrow 0{,}085x = 680 \rightarrow x = \frac{680}{0{,}085} = 8000$$

$$y = 10\,000 - x = 10\,000 - 8\,000 = 2\,000$$

Invirtió $8\,000$ € en el primer producto y $2\,000$ € en el segundo.