6 Energía, trabajo y potencia

Actividades del interior de la unidad

1. Se arrastra una mesa de 20 kg por el suelo a lo largo de 5 m. ¿Qué trabajo realiza el peso?

El trabajo es nulo, porque el peso es perpendicular al desplazamiento.

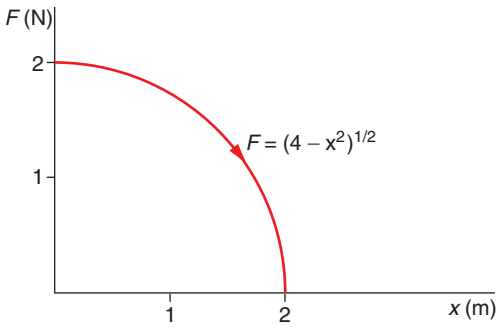
2. Obtén gráficamente el trabajo que realiza una fuerza que varía según la ecuación $F = (4 - x^2)^{1/2}$ N, si el cuerpo se desplaza entre $x_0 = 0$ m y $x_1 = 2$ m.

Como se aprecia en la figura, el trabajo coincide con el área de un cuarto de círculo de radio 2:

$$S = \frac{\pi \cdot r^2}{4}$$

Por tanto:

$$W = \frac{\pi \cdot 2^2}{4} = 3{,}14 \text{ J}$$



3. Una persona sostiene en sus brazos un cuerpo de 8 kg. ¿Realiza trabajo? ¿Y si lo levanta verticalmente 1 m?

En el primer caso, no realiza trabajo, porque el desplazamiento es nulo.

En el segundo caso, sí hay trabajo, porque la fuerza y el desplazamiento son paralelos. La fuerza debe superar al peso:

$$W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = F \cdot \Delta s \cdot \cos 0° = m \cdot g \cdot \Delta s = 8 \cdot 9{,}8 \cdot 1$$

$$W = 78{,}4 \text{ J}$$

4. ¿Qué inclinación ha de tener un plano para que, al empujar, sin rozamiento, un cuerpo de 25 kg sobre él a lo largo de 4 m, se realice un trabajo de 200 J?

El trabajo a realizar debe vencer el peso; por tanto, tendremos:

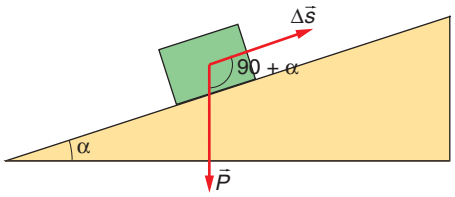
$$W = -W_{peso} = -m \cdot g \cdot \Delta s \cdot \cos(90° + \alpha)$$

$$200 = -25 \cdot 9{,}8 \cdot 4 \cdot \cos(90° + \alpha)$$

De aquí:

$$\cos(90° + \alpha) = -0{,}204 \rightarrow 90° + \alpha = 101{,}8°$$

$$\alpha = 11{,}8°$$



5. Calcula el trabajo que habrá realizado la fuerza de la gravedad sobre un satélite artificial en órbita circular alrededor de la Tierra cuando el satélite haya dado una vuelta completa.

El trabajo es nulo, porque la fuerza de la gravedad es, en todo momento, perpendicular al desplazamiento del satélite.

6. Se deja caer un cuerpo desde una altura de 20 m. Calcula el trabajo que realiza la fuerza total que actúa sobre el cuerpo y, a partir de él, obtén la velocidad final del cuerpo. ¿Coincide con la que se calcula cinemáticamente?

La única fuerza que actúa es el peso. El trabajo que hace es:

$$W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = m \cdot g \cdot h \cdot \cos 0° = m \cdot g \cdot h = m \cdot 9{,}8 \cdot 20 = 196 \cdot m$$

Este trabajo se invierte en aumentar la energía cinética del cuerpo:

$$W = m \cdot g \cdot h = \Delta E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 \;\rightarrow\; v^2 = v_0^2 + 2 \cdot g \cdot h$$

Observa que la expresión obtenida coincide con la ecuación cinemática.

El valor de la velocidad final es:

$$v^2 = \sqrt{v_0^2 + 2 \cdot g \cdot h} = \sqrt{0 + 2 \cdot 9{,}8 \cdot 20} = 19{,}8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

7. La deflagración de la pólvora de un cartucho impulsa una bala de 50 g a lo largo del cañón de 80 cm de un fusil. Si la bala sale del cañón con una velocidad de 300 m/s, calcula la fuerza que ejercen los gases impulsores, suponiendo que esta sea constante.

El aumento de la energía cinética de la bala coincide con el trabajo que realizan los gases impulsores:

$$W = \Delta E_c = \frac{1}{2} \cdot 0{,}050 \cdot (300)^2 - 0 = 2\,250 \text{ J}$$

Suponiendo constante la fuerza impulsora, será:

$$W = F \cdot \Delta s \;\rightarrow\; F = \frac{W}{\Delta s} = \frac{2\,250}{0{,}8} = 2\,812{,}5 \text{ N}$$

8. Se lanza un cuerpo de 5 kg deslizándolo sobre el suelo, de forma que recorre 2 m antes de detenerse. Si el coeficiente de rozamiento entre el cuerpo y el suelo vale μ = 0,25, ¿a qué velocidad se lanzó el cuerpo?

La fuerza de rozamiento vale:

$$F_r = \mu \cdot N = \mu \cdot m \cdot g = 0{,}25 \cdot 5 \cdot 9{,}8 = 12{,}25 \text{ N}$$

El trabajo de la fuerza de rozamiento debe anular la energía cinética inicial del cuerpo:

$$W_r = \vec{F}_r \cdot \Delta\vec{r} = F_r \cdot \Delta s \cdot \cos 180° = -12{,}25 \cdot 2 = -24{,}5 \text{ J}$$

$$W_r = \Delta E_c \;\rightarrow\; -24{,}5 = 0 - \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot v_0^2 \;\rightarrow\; v_0 = 3{,}13 \text{ m/s}$$

9. Comprueba que las energías cinética, potencial gravitatoria y potencial elástica tienen dimensiones de trabajo.

Las dimensiones de la energías cinética, potencial gravitatoria y potencial elástica son:

$$[E_c] = \left[\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2\right] = \mathrm{M} \cdot \mathrm{L}^2 \cdot \mathrm{T}^{-2}$$

$$[E_{p_g}] = [m \cdot g \cdot h] = \mathrm{M} \cdot (\mathrm{L} \cdot \mathrm{T}^{-2}) \cdot \mathrm{L} = \mathrm{M} \cdot \mathrm{L}^2 \cdot \mathrm{T}^{-2}$$

$$[E_{p_e}] = \left[\frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2\right] = \left[\frac{1}{2} \cdot \frac{F}{x} \cdot x^2\right] = \mathrm{M} \cdot (\mathrm{L} \cdot \mathrm{T}^{-2}) \cdot \mathrm{L}^{-1} \cdot \mathrm{L}^2 = \mathrm{M} \cdot \mathrm{L}^2 \cdot \mathrm{T}^{-2}$$

y coinciden con las del trabajo:

$$[W] = [F \cdot \Delta s] = \mathrm{M} \cdot \mathrm{L} \cdot \mathrm{T}^{-2} \cdot \mathrm{L} = \mathrm{M} \cdot \mathrm{L}^2 \cdot \mathrm{T}^{-2}$$

10. Explica por qué no se puede aplicar la expresión $E_p = m \cdot g \cdot h$ al cálculo de la energía de un satélite artificial en órbita alrededor de la Tierra.

Dicha fórmula solo se aplica a cuerpos que se encuentran en las proximidades de la superficie terrestre.

11. Para determinar la constante elástica de un muelle, lo colgamos verticalmente y en su extremo inferior colocamos una pesa con la indicación m = 50 g, de forma que el muelle se estira 2 mm. ¿Cuánto vale k? ¿Cuánta energía potencial elástica ha acumulado la pesa?

El equilibrio se alcanza cuando la fuerza recuperadora del muelle se iguala con el empuje de la pesa:

$$k \cdot x = m \cdot g \;\rightarrow\; k \cdot 0{,}002 = 0{,}05 \cdot 9{,}8 \;\rightarrow\; k = 245\ \mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^{-1}$$

La energía potencial elástica que acumula la pesa es:

$$E_p = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2 = \frac{1}{2} \cdot 245 \cdot (0{,}002)^2 = 4{,}9 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{J}$$

12. Si estiramos un muelle, se acumula energía potencial elástica. ¿Se pierde energía elástica si lo comprimimos?

No, si se comprime, también se acumula energía potencial elástica. Lo importante es cuánto se deforma, no el tipo de deformación.

13. Calcula la energía mecánica de un cuerpo de 200 g de masa que se mueve a 10 m de altura con una velocidad de 8 m/s. ¿Influye en el cálculo hacia dónde se mueve el cuerpo?

La energía mecánica del cuerpo es:

$$E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 0{,}2 \cdot (8)^2 + 0{,}2 \cdot 9{,}8 \cdot 10 = 26\ \mathrm{J}$$

No influye el sentido del movimiento, porque en la energía cinética solo interviene el módulo de la velocidad y la altura no varía.

14. Un muelle vertical (k = 4 N/cm) está comprimido 10 cm. Sobre él se apoya un disco de 50 g. Si soltamos el muelle, ¿qué velocidad llevará el disco tras subir 1 m?

En unidades del S.I., $k = 400\ \text{N} \cdot \text{m}^{-1}$; por tanto, la energía potencial elástica acumulada vale:

$$E_{p_e} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2 = \frac{1}{2} \cdot 400 \cdot (0{,}1)^2 = 2\ \text{J}$$

Si soltamos el muelle, la energía elástica se transforma en energía cinética. Pero, tras subir 1 m, parte de esa energía cinética se ha convertido en energía potencial gravitatoria:

$$E_c = E_{p_e} - E_{p_g} = 2 - 0{,}05 \cdot 9{,}8 \cdot 1 = 1{,}51\ \text{J}$$

La velocidad del disco en ese momento es:

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \quad \rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}51}{0{,}05}} = 7{,}8\ \text{m/s}$$

15. Una bola de 10 g cae desde 1 m de altura. Tras el primer rebote sube solo 80 cm. ¿Cuánta energía mecánica se ha perdido en el choque con el suelo?

Si el choque fuese perfectamente elástico, no habría pérdida de energía mecánica, y la bola volvería al punto de partida.

Como el choque no es elástico, se pierde energía mecánica; el valor de esta pérdida coincide con la variación de la energía potencial gravitatoria, ya que en el punto superior de la trayectoria, al tener la bola velocidad cero, la energía cinética es nula:

$$\Delta E_m = \Delta E_p = m \cdot g \cdot \Delta h = 0{,}01 \cdot 9{,}8 \cdot (1 - 0{,}8) = 0{,}0196\ \text{J}$$

16. Un cuerpo se desliza hacia arriba por un plano inclinado 45°. Si la velocidad inicial es 10 m/s, calcula el coeficiente de rozamiento sabiendo que asciende una altura máxima de 4 m.

Como asciende una altura de 4 m, eso supone un deslizamiento por el plano de:

$$\Delta s = \frac{4}{sen\ 45°} = 5{,}66\ \text{m.}$$

La pérdida de energía cinética ha sido:

$$\Delta E_c = 0 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2$$

que coincide con el trabajo que ejerce la fuerza total sobre el cuerpo.

La fuerza que se opone al ascenso del cuerpo es:

$$F = P_t + F_r$$

Es decir, la suma de la componente tangencial del peso y la fuerza del rozamiento. Por tanto, tendremos:

$$W = \Delta E_c \quad \rightarrow \quad F \cdot \Delta s \cdot cos\ 180° = -\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2$$

$$(m \cdot g \cdot sen\ \alpha + \mu \cdot m \cdot g \cdot cos\ \alpha) \cdot \Delta s \cdot (-1) = -\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2$$

$$\mu = \frac{\dfrac{v_0^2}{2 \cdot \Delta s} - g \cdot sen\ \alpha}{g \cdot cos\ \alpha}$$

Sustituyendo datos en la expresión de μ, obtenemos su valor:

$$\mu = \frac{\dfrac{10^2}{2 \cdot 5{,}66} - 9{,}8 \cdot sen\ 45°}{9{,}8 \cdot cos\ 45°} = 0{,}275$$

17. Un cuerpo de 100 kg realiza un m.r.u. de 20 m/s. ¿Qué potencia extra debe desarrollar para alcanzar una velocidad de 40 m/s en dos minutos?

El trabajo coincide con la variación de energía cinética:

$$W = \Delta E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (v^2 - v_0^2) = \frac{1}{2} \cdot 100 \cdot [(40)^2 - (20)^2] = 6 \cdot 10^4\ \text{J}$$

Por tanto:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{6 \cdot 10^4}{120} = 500\ \text{W}$$

18. Si para levantar un cuerpo con una velocidad constante de 4 m/s se necesita un motor de 5 kW, ¿cuál es la masa del cuerpo?

La fuerza motriz necesaria es:

$$P_m = F_m \cdot v \quad \rightarrow \quad F_m = \frac{P_m}{v} = \frac{5 \cdot 10^3}{4} = 1\,250\ \text{N}$$

Como la fuerza motriz, F_m, debe superar al peso, la masa mínima del cuerpo será:

$$F_m = m \cdot g \quad \rightarrow \quad m = \frac{F_m}{g} = \frac{1\,250}{9{,}8} = 127{,}6\ \text{kg}$$

19. Calcula la potencia mínima que debe desarrollar un ciclista para subir una rampa del 8% a 15 km/h, si la masa del conjunto ciclista-bicicleta es de 90 kg.

Si despreciamos la fuerza de rozamiento, la fuerza motriz debe vencer, al menos, la componente tangencial del peso.

La velocidad del ciclista, expresada en unidades del S.I., es:

$$v = 15\ \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{1\,000\ \text{m}}{1\ \text{km}} \cdot \frac{1\ \text{h}}{3\,600\ \text{s}} = 4{,}17\ \text{m/s}$$

Por tanto:

$$F_m = m \cdot g \cdot sen\ \alpha = 90 \cdot 9{,}8 \cdot \frac{8}{100} = 70{,}6\ \text{N}$$

Y la potencia motriz mínima será:

$$P_m = F_m \cdot v = 70{,}6\ \text{N} \cdot 4{,}17\ \text{m/s} = 294\ \text{W}$$

20. En el recibo de la luz, el consumo eléctrico se expresa en kilovatios-hora. ¿Se trata de potencia o de energía? ¿Cuál será su símbolo, kW/h o kW · h?

Se trata de consumo eléctrico, es decir, de energía eléctrica consumida. No puede ser potencia, pues entonces la unidad sería el kilovatio.

El símbolo es kW · h (kWh), es decir, el producto de potencia por tiempo que corresponde a trabajo o energía.